LA FUNCIÒN CUADRÀTICA COMO MARCO REFERENCIAL PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE 9º DE LA INSTITUCIÒN EDUCATIVA INDÌGENA TÈCNICA AGROPECUARIA DE ESCOBAR ARRIBA - SAMPUÉS

WUILMER MANUEL HERNÁNDEZ SANTOS
ZAIDA TERESA MARQUEZ LOBO
GREGORIO QUIÑONEZ BUSTAMANTE

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SINCELEJO SUCRE

2008

LA FUNCIÒN CUADRÀTICA COMO MARCO REFERENCIAL PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE 9º DE LA INSTITUCIÒN EDUCATIVA INDÌGENA TÈCNICA AGROPECUARIA DE ESCOBAR ARRIBA - SAMPUÉS

WUILMER MANUEL HERNÁNDEZ SANTOS
ZAIDA TERESA MARQUEZ LOBO
GREGORIO QUIÑONEZ BUSTAMANTE

Trabajo presentado como requisito para obtener el título de:
Licenciado en Matemáticas

FELIX ROZO AREVALO
Director

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SINCELEJO SUCRE
2008

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Sincelejo, Junio de 2008

AGRADECIMIENTOS

Son muchas las personas a quienes debemos agradecerles la realización de este trabajo, los cuales de una u otra forma nos colaboraron con sus aportes, sugerencias, críticas; gracias a todos ellos hizo realidad este sueño.

Agradecemos muy especialmente:

- A Dios, porque sin Él nada es posible.
- A la Universidad de Sucre y a sus docentes porque gracias a ellos, hoy nos convertimos en unos profesionales y nos sentimos orgullosos.
- Al profesor Marcos Bettín Severiche por su excelente idea quien por su eterna partida no pudo acompañarnos hasta el final de este trabajo.
- Al profesor Felix Rozo por su paciencia, dedicación, orientación, y asesorías constantes.
- A la Institución INEITEA y al profesor Jaider Sierra por su apoyo y colaboración.
- A cada uno de nuestros familiares por su apoyo incondicional.

DEDICATORIAS

A Dios, quien siempre me ha dado la capacidad y el ánimo de seguir adelante.

A la memoria de mi Madre quien un día quiso verme una persona realizada.

A mi Abuelita Pabla, por sus constantes oraciones.

A mi Padre por su gran apoyo y esfuerzo.

A mi hija Valentina, que la quiero mucho.

A mis hermanos por su apoyo incondicional y en especial a Fidelina por sus madrugadas.

A mis cuñados José y Eduardo por su colaboración.

A mis sobrinos y sobrinas, que los quiero mucho.

A mi profesor de Matemáticas y amigo Adalberto Paternina por sus concejos.

Gregorio.

A Dios por darme la capacidad, la sabiduría y ser, además, mi refugio y apoyo para triunfar.

A mis Padres por todos sus esfuerzos, apoyo y orientaciones permanentes.

A ti Patri, por todo tu apoyo y motivación incondicional, para lograr este triunfo tan importante, el cual es de los dos.

A mis hijos Yulieth, Pedro, Angie y Cristian por ser inspiración y motivación, a los cuales les pido disculpas si en algún momento los descuidé por conseguir mis sueños.

A todos mis hermanos por su voz de aliento y colaboración en especial a Nellys.

A los profesores Dairo, Oscar B., Rosiris, Luis Carlos, Ramón y Ledys por ser mis consejeros e iluminaron mi norte.

A la Organización Indígena en particular mi Cabildo.

Wilmer.

A Dios por darme la oportunidad de existir.

A mis Padres por ser fuente de inspiración para seguir adelante y así poder recompensarlos en todo lo que me han brindado.

A mi hija Arelis, por ser esa personita que no me dejó desfallecer.

A mis hermanos que con su gran colaboración me ayudaron a remar, pero en especial a Alfer por darme el remo.

A todos mis sobrinos por obligarme a ser un buen ejemplo para ellos en especial a Karen, Angie y Jean Carlos por ser más que sobrinos.

A mi esposo, por ser mi refugio y mi aliento para poder culminar este hermoso sueño. Te amo.

Zaida.

CONTENIDO

Pág.

RESUMEN

El presente trabajo fue llevado a cabo con el fin de elaborar un proyecto de aula para inducir a estudiantes de noveno de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués al desarrollo del pensamiento variacional teniendo como marco referencial la función cuadrática y los estándares curriculares de calidad, para ello se plantearon situaciones problemas contextualizadas que conllevaron al objetivo de esta propuesta.

A raíz de las dificultades detectadas en dichos estudiantes en el año 2006 en temáticas asociadas con la variación, modelación, interpretación y análisis de graficas de la función cuadrática se desarrollaron una serie de talleres organizados dentro y fuera del aula de clase los cuales se iniciaron con talleres de socialización, se continuo con unos de auto aprendizaje y se culminaron con talleres de profundización con el fin de superar estas dificultades y así contribuir con la construcción de la red conceptual asociada a la temática en cuestión de manera significativa.

Una vez desarrolladas estas actividades se muestra el análisis de resultados obtenidos, conclusiones y recomendaciones necesarias para quienes decidan estudiar la variación a través de la función cuadrática teniendo en cuenta la secuencia didáctica que aquí se presenta.

SUMMARY

The present work was carried out with the purpose of elaborating a classroom project to induce students of ninth of the Institution Educational Agricultural Technical Native of Escobar Up–Sampués to the development of the thought variacional having like mark referencial the quadratic function and the curricular standards of quality, for they thought about it situations problems contextualizadas that bore to the objective of this proposal.

Soon after the difficulties detected in this students in the year 2006 in thematic associated with the variation, modelación, interpretation and analysis of graphic of the quadratic function were developed to series of organized shops inside and outside of the class classroom which began with socialization shops, you continuous with some of car learning and they were culminated with profundización shops with the purpose of overcoming these difficulties and this way to contribute with the construction of the conceptual net associated to the thematic one in question in to significant way.

Once developed these activities are shown the analysis of obtained results, conclusions and necessary recommendations for those who decide to study the variation through the quadratic function keeping in mind the didactic sequence that here is presented.

INTRODUCCIÓN

"El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambios y variación de la vida practica"

Matemáticas. Lineamientos curriculares. P. 75...

Entre los propósitos de la enseñanza de las matemáticas escolares actualmente, está contribuir con el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los estudiantes a fin de que puedan comprender el mundo circundante si lo consideramos en movimiento, de hecho no existe fenómeno en la naturaleza o en la sociedad que escape al fenómeno de cambio, nuestra vida diaria, el mundo que nos rodea son siempre cambiantes.

Según los lineamientos curriculares, los cuales proponen el inicio y el desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la básica, presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucre conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad practica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas.

En esta forma se amplía la visión de la variación por cuanto su estudio se inició en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes[1].
Del análisis de los lineamientos y estándares curriculares para matemáticas se puede apreciar que se hace necesario conceder prioridad al desarrollo de la variación y del

[1] MEN. Matemáticas. Lineamientos curriculares. Áreas obligatorias y fundamentales: CooperativaEditorial Magisterio. Santafé de Bogotá. Julio de 1998.

pensamiento variacional, en los conceptos de variable y función cobra mayor presentación, pues son considerados núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación, en la vida diaria la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables.

Igualmente los estándares asumen las competencias matemáticas en el saber hacer y en el saber hacer qué, y por tanto ellos determinan el conjunto de competencias resultados de procesos de aprendizaje que se desarrollan en los diferentes grados.

Atendiendo a estos planteamientos nos hemos motivado a presentar esta alternativa didáctica que contribuya a un proceso de investigación para favorecer el aprendizaje de las matemáticas haciendo más agradable y significativo el proceso de enseñanza aprendizaje de la función cuadrática, consideramos esencial que el estudiante sea capaz de analizar situaciones vivenciales que involucre variaciones y cambios.

Por ello, para construir el concepto de función cuadrática proponemos actividades donde el estudiante pueda participar activamente en el proceso de aprendizaje y desarrolle competencias interpretativas, argumentativas y propositivas, en las que la ayuda de situaciones problemas relacionadas con el medio donde ellos se mueven propicien ambientes de aprendizaje donde el estudiante no esté aislado de la realidad y participe activamente en la construcción y comprensión del concepto.

1. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1 PROBLEMA

El problema objeto de este trabajo es el bajo nivel en el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba Sampués. Manifestado en los resultados de las pruebas saber y diagnóstico realizado sobre conocimientos previos relacionados con el tema.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En la institución se puede observar a través de los resultados obtenidos en la pruebas saber, que muchos estudiantes presentan dificultades para la comprensión y apropiación de conceptos matemáticos relacionados con la función cuadrática, como el análisis e interpretación dela gráfica y modelación de situaciones problemas. Las estructuras aritméticas y algebraicas, al igual que el análisis variacional, se convierte en un verdadero problema para los estudiantes. Consideramos que sin la apropiación significativa de estos conceptos, es difícil realizar operaciones de tipo complejo como generalizaciones, deducciones, aplicaciones de los conceptos en diferentes contextos, puesto que el proceso para la apropiación de los mismos es fundamental para aprender otros.

Algunas de las dificultades en la comprensión del concepto de la función cuadrática están asociadas con los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas, las cuales han favorecido un lenguaje memorístico, reglas, fórmulas y procedimientos que se limitan al contexto donde es aprendido, es decir, no se aplica a situaciones y problema de índole diferente.

Dichos métodos tradicionales de enseñanza se han convertido en impedimento para que el estudiante juegue un papel más activo en el proceso de aprendizaje; pues esta enseñanza es donde el estudiante solo recibe y acepta los conocimientos impartidos por el profesor negándole así la posibilidad de que a partir de sus conocimientos iníciales de sus experiencias pueda participar en la construcción activa del concepto y además se asocia la falta de recursos didácticos que le permitan una aplicabilidad del concepto.

Teniendo en cuenta los lineamientos curriculares, uno de los conceptos de matemática escolar que se considera debe dominar toda persona y que a la vez presenta cierto grado de complejidad en los procesos de enseñanza – aprendizaje, es el concepto de función.

Volviendo la mirada como se ha orientado el aprendizaje del concepto de función en la escuela, apreciaremos mediante observaciones directas que los docentes han seguido procesos rutinarios caracterizados por:

- Presentar una definición.
- Elaborar a lápiz y papel alguna gráfica.
- Realizar operaciones algebraicas.
- Proponer ejercicios de aplicación.

Estos métodos de mediación han descuidado actividades tendientes a que los estudiantes reciban modelos funcionales y den cuenta de situaciones vivenciales que involucran diferentes representaciones semióticas de la función.

“Algunos especialistas en didácticas, están de acuerdo en algo: para enseñar un concepto, hay que conocerlo profundamente, y por supuesto, cuanto mas complejo es dicho concepto, más habrá que estudiarlo en sus distintas facetas; como es el caso del concepto de función que junto a la dificultad de su definición, ofrece la complejidad de su simbolismo y representación, diversidad de sus problemas y la amplia gama de sus aplicaciones"[2] como lo señala Carmen Azcarate.

Otro factor asociado con la problemática en mención es el quehacer docente que se encuentra muy fuertemente ligado al texto y analizando los ejercicios propuestos en los textos, se observa que los problemas relacionados con la función cuadrática se reduce a la aplicación de tan solo dos procedimientos de traducción de lo que es una función, seguramente los que admiten un aprendizaje más mecánico y menos interpretativo.

En efecto, un ejercicio del tipo «construir la gráfica de la función que tiene por ecuación $y=x^2+1$», ejemplo típico y muchas veces exclusivo del trabajo sobre gráfica de funciones que aparecen en los textos, pretende que los estudiantes construyan una tabla de valores a partir de una formula dada (Cómputo) y a partir de los valores de la tabla construyan la gráfica, esto lleva a los estudiantes a mecanizar el proceso sin comprenderlo y conduce a una serie de concepciones erróneas de la gráfica.

Estas formas de orientar el concepto pudieron repercutir para que muchos estudiantes presenten vacíos, incomprensiones acerca de los elementos que configuran el concepto de función tales como variable, constante y la relación de dependencia entre ellos. En los estudiantes de noveno grado, existe un escaso desarrollo del pensamiento variacional, por lo que la comprensión de los conceptos de variable, relación, función lineal es deficiente.

De otra parte, el análisis de resultado de las pruebas de matemáticas T.I.M.S.S. (Tercer estudio internacional de matemáticas y ciencias) para Colombia, nos deja una fuente de datos importantes los cuales nos dan pautas para investigar los principales factores que

[2] AZCARATE, Carmen y DEULOFEU, Jordi. Funciones y Gráficas Síntesis. P.15.

están determinando el bajo rendimiento y la baja eficiencia de la Educación en Ciencias y Matemáticas en el país.

A esta problemática no es ajena los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Indígena Técnico Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués, cuyo resultado en la Prueba Saber en la categoría de desempeño en matemáticas, el promedio a nivel general de alumnos que la presentaron, no alcanzaron a superar el subnivel C fue del 45.16%, donde se esperaba que solo el 5% no superaran este subnivel, lo cual nos indica que el número de estudiantes que no alcanzaron el nivel mínimo fue muy alto. (Ver anexos).

Con respecto al tema de patrones, relaciones y funciones (Identificado como el tema particularmente crítico) y al desempeño correspondiente a la solución de problemas, el T.I.M.S.S. concluye:

- Los estudiantes colombianos se desempeñan en forma aceptada en la identificación y uso de patrones, si esto corresponde a arreglos gráficos o geométricos; pero que este rendimiento se torna diferente cuando la identificación del patrón debe hacerse en arreglos numéricos, presentado en tablas, parejas ordenadas o situaciones problemas expresados en forma verbal.

- Los estudiantes colombianos tienen deficiencia al pasar de una situación problema expresado en forma verbal o en tablas a otros modos de representación, eminentemente algebraico y esta deficiencia se hace particularmente aguda si la situación no es directa e involucra varias relaciones u operaciones[3].

[3] Serie publicaciones para maestros. Análisis y resultados de las pruebas matemáticas.

Específicamente, a partir del análisis de la prueba exploratoria (ver anexos) y de la vivencia a lo largo de la ejecución del trabajo con los estudiantes de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba (INEITEA) se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes conocen algunas definiciones usuales de relación, función, función lineal como también formulas para reemplazar valores en ellas, como algo que se deba representar en el plano cartesiano con la ubicación de parejas ordenadas.

Además se pudo corroborar que los estudiantes muy poco relacionan el concepto de función con situaciones de su vida cotidiana, se les hace difícil moverse a través de las diversas representaciones del concepto, más aún si su representación inicial es de forma gráfica. De los resultados de la prueba exploratoria encontramos que alrededor de 79% de los estudiantes presentaron dificultades para responder cuestionamientos acerca de la situación problema planteada, tales como la identificación de las cantidades que intervenían en la situación, la pertenencia o no de un punto en la gráfica relacionarla con un modelo matemático apropiado, lo cual evidencia la dificultad para un aprendizaje significativo en la construcción del concepto de función.

Algunos de estos aspectos antes mencionados dan muestra que a pesar de tan insistentes reformas (lineamientos curriculares, competencia, estándares de calidad) y cambios para mejorar el aprendizaje de las matemáticas aún lo que se hace en la escuela no está acorde con esta visión.

Ante esto se plantea el siguiente interrogante:

¿Cómo posibilitar el desarrollo del pensamiento variacional a través de la función cuadrática en los estudiantes de 9º de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués, teniendo en cuenta los estándares curriculares?

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Contribuir a la adquisición del pensamiento variacional en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués, por medio de un proyecto pedagógico que involucre los estándares curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar los estándares curriculares para facilitar el desarrollo del pensamiento variacional.

- Diseñar actividades basadas en situaciones concretas que involucren la incorporación de los estándares básicos de calidad en el concepto de función cuadrática para facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje.

- Valorar las acciones ocurridas dentro y fuera del aula de clases durante el desarrollo de las actividades, con el fin de analizar e interpretar los resultados obtenidos.

3. JUSTIFICACIÓN

Desarrollar el pensamiento matemático, particularmente el pensamiento variacional, se constituye en propósito de las matemáticas escolares a nivel básico, lograr que el estudiante establezca la correlación y dependencia entre variables, cuantifique la variación, modele fenómenos de la vida diaria y de las matemáticas e interprete gráficas conllevaría según sugieren los lineamientos curriculares orientar el aprendizaje de los conceptos matemáticos para que el estudiante pueda apropiarse de ellas; es decir, modele, retome, utilice e inserte nuevos saberes donde le sean apropiados y así obtener un aprendizaje significativo.

Tales indicadores presentes en los estándares curriculares de noveno grado mas específicamente lo que tiene que ver con el pensamiento variacional, se constituye en referente obligado para los maestros a la hora de abordar la temática de funciones y se deben constituir en señal de lo que se espera alcancen los estudiantes, destacar los conocimientos y habilidades que han de construir para desempeñarse con éxito en situaciones que incluyen la variación para tener una mejor comprensión del mundo que nos rodea y así poder contribuir a la solución de problemas presente en la cotidianidad.

En virtud de ello, entre los fines que el presente trabajo pretende, es iniciar en los estudiantes el desarrollo de pensamiento variacional en el cual la comprensión del concepto de función cuadrática, se considera como uno de los núcleos conceptuales para lograrlo. Aunque hay que tener en cuenta que "El pensamiento variacional comienza a desarrollarse desde el instante en que el alumno aborda la estructura aditiva y multiplicativa en los primeros grados"[4] para lograr este objetivo se pretende construir el concento de función cuadrática a partir de la resolución de situaciones problemas; considerando que la interpretación de las diferentes representaciones del

[4] Memorias del tercer encuentro de Matemática Educativa. Santa Marta – Colombia. Octubre de 2001.

concepto favorecen en los estudiantes la comprensión del mismo. Aspecto importante que señala Duval: (1999), “Las diferentes representaciones de un objeto son importantes y necesarias para la comprensión de los conceptos y para el desarrollo de la actividad matemática”[5].

Los talleres desarrollados se han diseñado con el propósito de mostrar el concepto de función cuadrática en sus diferentes representaciones y contextos en los cuales podemos encontrarlo; atendiendo a lo planteado por Carmen Azcarate, en su libro Funciones y Gráficas: “La idea de función nace a partir del estudio de los fenómenos de cambio y se expresa a través de diversos lenguajes (verbal tabulado, gráfico, algebraico, etc.) cada uno de ellos apropiados para poner de relieve cierta característica de las funciones”[6].

De esta forma el estudiante podrá moverse en las distintas representaciones de la función sin ignorar su significado e identificando que un concepto puede tener distintas caras. La función no es la gráfica, ni la tabla de los valores, ni la ecuación, en forma Individual; si no que es todo a la vez.

A continuación se describe la importancia, pertinencia y viabilidad del trabajo.

El trabajo es Importante porque:

- Pretende el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, propósito del MEN, mencionado en los lineamientos curriculares para matemática, con el fin de que el estudiante pueda comprender el mundo y los hechos cambiantes de su realidad cotidiana.

[5] DUVAL, Raymond. Semiosis y Pensamiento Humano. Universidad del Valle. 1999.
[6] AZCARATE, Op. Cit., p.58.

- El concepto de función le permite al alumno llegar a la construcción de modelos matemáticos a partir de la interpretación de situaciones cotidianas; este concepto aproxima la matemática a la realidad, facilitando su análisis, dado que permite representar situaciones reales mediante gráficas, tablas, diagramas.

- La noción de función y en particular la de función cuadrática es fundamental en matemáticas y se encuentran en variadas y múltiples aplicaciones de la vida diaria.

El trabajo es pertinente porque:

En la actualidad se establece el desarrollo del pensamiento variacional en el currículo de matemáticas, el cual se considera como una de las aspiraciones del MEN, que en los lineamientos curriculares para el área de matemáticas promulga que el quehacer matemático no este alejado de la realidad del estudiante, y que contribuya a formar ciudadanos capaces de solucionar los retos que le exige la sociedad actual, siendo capaz de enfrentarse a múltiples circunstancias donde el conocimiento matemático se encuentre inmerso.

Además los bajos resultados de las pruebas saber en el área de matemáticas, la apatía de los estudiantes por esta área y la promulgación de los estándares mínimos de calidad para el área de matemáticas, son aspectos que dan muestra de la necesidad de realizar cambios en la forma de orientar el conocimiento matemático, donde el estudiante sea parte activa de su construcción y donde los ambientes de aprendizajes sean desafiantes e inquietantes muy cercanos a la realidad del estudiante.

El trabajo es viable por cuanto:

- Corresponde a las áreas profesionales del programa académico e investigativo.
- Se cuenta con el presupuesto para su elaboración y ejecución.
- Para la ejecución del proyecto se cuenta con tiempo disponible, talento y creatividad de los autores.
- Existe y se dispone de una amplia bibliografía con respecto al tema a tratar.
- Se cuenta con el apoyo de la institución donde se ejecutara el proyecto.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 ANTECEDENTES

Luego de haber realizado consultas bibliográficas acerca de la temática a tratar encontramos diversos trabajos relacionados con éste. Entre los cuales destacamos a continuación algunos estudios acerca del desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas en el aula y aquellos que se refieren a la enseñanza de relaciones funcionales.

- Un estudio sobre la habilidad de recodificar el lenguaje variacional. (David Aguillon Bautista - Crisólogo Dolores Flórez. Facultad de matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero – México).

  Objetivo: El objetivo de este trabajo de investigación consiste en realizar un estudio sobre el lenguaje variacional en situación escolar en estudiantes de bachillerato y de la universidad.

  Conclusiones: La habilidad de recodificar implica reconocer los conceptos matemáticos en diferentes contextos, transferir la denominación de un mismo objeto, de un lenguaje matemático a otros, expresa el mismo objeto a través de formas diferentes, utilizar signos diferentes para un mismo modelo.

- Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en situación escolar. Crisolo Dolores Flórez, Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero México.

Este trabajo supone como hipótesis general que el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional puede favorecer la comprensión de los conceptos de la matemática del cambio.

Objetivo. Desarrollar el lenguaje y pensamiento variacional en los estudiantes en los niveles básicos y medio superior en situación escolar.

Conclusiones. Los procesos de pensamiento y lenguaje que se utilizan en matemáticas tienen sus propias especificidades, el lenguaje matemático está compuesto de signos y símbolos establecidos en las definiciones de los conceptos. Los conceptos por su parte son el reflejo mental de una clase de cosas, procesos, relaciones de la realidad objetiva o de la conciencia. Los conceptos pertenecen al plano del pensamiento y las definiciones al plano del lenguaje, y ambos, el pensamiento y el lenguaje forman una unidad dialéctica. En la formación de este tipo de pensamiento el lenguaje propio de la variación juega el papel de un sistema mediatizador en la intercomunicación de los saberes.

- La solución de problemas geométricos de construcción en la enseñanza de la Matemática de la Escuela Secundaria (Santiago Ramiro Velásquez, Universidad Autónoma de Guerrero - México).

Este trabajo forma parte de una investigación en proceso, sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática de la secundaria.

Su autor afirma que uno de los objetivos esenciales de la enseñanza de la matemática es la resolución de problemas, puesto que por medio de ellos, el estudiante desarrolla en sus potencialidades las acciones de comprender, modelar, recodificar, fundamentar, plantear y resolver. Pero, sigue diciendo que los estudiantes tienen deficiencias en la formación de estas acciones, las que se reflejan en una actuación mecanicista y el uso de estrategias “irreflexivas” en la solución de problemas.

El propósito del trabajo es realizar una caracterización de las estrategias que usan los estudiantes en la solución de problemas geométricos de construcción y de los métodos que usan los profesores para resolver este tipo de problemas.

- El papel de la variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar. Evelia Resendiz, Ricardo Cantoral. Universidad Autónoma de Tamaulipas – México.

  Objetivo. Conocer el papel que juega la variación en las explicaciones del profesor y los cambios que en sus explicaciones hacen cuando tratan una noción completa.

  Conclusión. Los autores han concluido que la explicación es uno de los medios que utiliza el profesor para hacer comprender o dar sentido; es el objeto de una comunicación, de un debate, una discusión, estas explicaciones se modifican en la medida en que se dan las interacciones. Identifican algunas categorías de la variación, en las explicaciones de los profesores tales como: Una resta en la tabulación (variación numérica de puntos), la grafica (varios puntos notables o puntos genéricos), en el álgebra (la variación de los parámetros), verbal, pendiente de una recta igual al cociente de variación, variación funcional, variación como un incremento infinitesimal, entre otras.

- La resolución de problemas aritméticos y algebraicos en la enseñanza de la matemática de la escuela secundaria. María Guadalupe Sánchez. Universidad Autónoma de Guerrero Conacyt, México.

Objetivo. Realizar un estudio acerca de la actuación de los profesores y estudiantes en la escuela secundaria a resolver problemas aritméticos y algebraicos.

El propósito de este trabajo es la elaboración y aplicación de estrategias y acciones que favorezcan el desarrollo de la habilidad de resolver problemas en los estudiantes.

Conclusión. La autora ha concluido que existe una diferencia significativa en los estudiantes de la escuela secundaria en la solución de problemas aritméticos al utilizar una base orientadora donde se apliquen diferentes estrategias, para desarrollar su habilidad general en la solución de problemas.

- El concepto de función en textos escolares Gloria García, Celly Serrano de Plazas, Luis Espitia, Universidad Pedagógica Nacional. Realizaron un estudio del objeto función en los textos escolares en las décadas del 60 y del 70 en donde configuran una escisión en la enseñanza del concepto donde se encontraron reflexiones producto de tal estudio, entre las cuales destacamos las siguientes: Ante las solicitudes y oportunidades legales que tienen los docentes para participar en el cambio que exige la sociedad se debe tomar conciencia que hacer un diseño curricular no es cuestión trivial y sencilla. Hacer elecciones sobre los contenidos no es cuestión de simplificar o elementizar como tampoco simplificar las riquezas y la complejidad de las nociones matemáticas, ni de su comprensión.

- Estudio dinámico de la función cuadrática con el programa computacional Cabri Geómetré II. Johana Narváez Tuirán - Eliana Ortega Julio - Universidad de Sucre – Sincelejo.

Objetivos. Posibilitar el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes de 9° de la Escuela Normal Nacional de Corozal a través del trabajo con la función cuadrática por medio del programa computacional Cabri Geómetré II.

Conclusiones: Indudablemente el uso de la tecnología y estrategias e instrumentos de aprendizaje ayudan al estudiante significativamente en el fortalecimiento de actividades como la generalización, la sistematización y la abstracción, además motivan al alumno a la realización de actividades y al descubrimiento de cosas nuevas. En el caso del computador el alumno estableció una sociedad cognitiva con la máquina como normalmente lo establece con la escritura y con el sistema de numeración.

- Un acercamiento al concepto de función real mediado con situaciones problemas. Amalfi Flórez de la Óssa. Edilberto Garay Palmett. Universidad de Sucre – Sincelejo.

Objetivos. Favorecer en la comprensión del concepto de función real, a fin de posibilitar el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de 11° de la Institución Educativa Antonio Lenis, implementando un proyecto pedagógico basado en actividades que involucran situaciones problemas de coovariación.

Conclusiones. Mediar los conceptos matemáticos a partir de la resolución de situaciones problemas, incrementa la motivación en la medida en que favorece el compromiso de los estudiantes, evidenciado en desarrollo de cada uno de los talleres, al realizar preguntas, aportes y sugerencias; promueve el aprendizaje significativo, al favorecer el contacto con las situaciones de la realidad en la medida que cada taller muestra una nueva situación donde el estudiante confronta sus ideas para resolverlas; estimula la reflexión sobre el propio aprendizaje e incentiva el pensamiento crítico, creativo y reflexivo.

4.2 BASES TEÓRICAS

La Matemática es parte esencial de la cultura humana y patrimonio invaluable para cualquier sociedad, constituye una herramienta comunicativa valiosa para el desarrollo social sostenible de todos los pueblos en la medida que nos enseña a observar, describir, comparar, relacionar, analizar, reflexionar, clasificar, interpretar, explorar, descubrir, inferir, deducir, inducir, explicar y predecir entre otros muchos aspectos relacionados con las actividades propias del hombre y su futuro en el planeta como especie superior[7].

Para cumplir con los lineamientos curriculares y estándares de competencias se necesitan instituciones abiertas y democráticas que tengan una concepción flexible de lo que es la convivencia y la tolerancia. Por tal motivo se a dado autonomía escolar a las instituciones educativas para organizar sus currículos[8].

La Ley establece la autonomía escolar reflejada no solo en la comprensión del currículo, que a partir de los lineamientos curriculares establecidos por el M.E.N. deberá ajustarse a las necesidades culturales, étnicas y al desarrollo científico y tecnológico de las regiones y de los municipios. La autonomía no es un principio mas, es una profunda fundamentación de la naturaleza humana, es construir espacios para que el ser humano se apropie de la autogestión en medio del respeto, la responsabilidad y el conocimiento de sus limitaciones y potencialidades, para lograr que los aprendizajes y las acciones escolares sean realmente significativas y no simplemente tareas impuestas desde los espacios de la tradicional y obsoleta heterónomia[9].

---

[7] PORTELA, Luís Enrique. Plan de Estudio. 2002. P. 54
[8] AMAYA, Diana y otros. Estrategia de mejoramiento para la formación docente que da respuestas a las necesidades educativas especiales de los estudiantes en el aula regular. 1997

Aprovechando la autonomía que le da el M.E.N. a las instituciones educativas se establecen los proyectos pedagógicos bajo los cuales se fundamentarán los procesos de enseñanza y aprendizaje, de manera que estos contribuyan a la formación integral de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de orden nacional o local y, por tanto, al sostenimiento o consolidación de estructuras sociales democráticas lo que ha generado la realización de verdaderas estrategias pedagógicas que de una u otra forma en la actualidad están relacionadas con la construcción de los saberes porque estos permiten entender el conocimiento como un proceso continuo y cambiante adecuado de tal forma que con las estructuras del pensamiento del estudiante se construya algo nuevo y significativo.

4.2.1 Procesos Matemáticos.

a. **Planteamiento y Resolución de Problemas.** La capacidad para plantear y resolver problemas debe ser una de las prioridades del currículo de matemáticas. Los planes de estudios deben garantizar que los estudiantes desarrollen herramientas y estrategias para resolver problemas de carácter matemático. También es importante desarrollar un espíritu reflexivo acerca del proceso que ocurre cuando se resuelve un problema o se toma una decisión.

b. **Razonamiento Matemático.** El currículo de matemática de cualquier institución, debe reconocer que el razonamiento, la argumentación y la demostración se constituyen en piezas fundamentales de la actividad

[9] MURILLO, Francisco. Una nueva Ley de Educación en un nuevo país, en: Revista Educación y Cultura #36-37.

matemática, para ello deben conocer y ser capaces de identificar diversas formas de razonamiento y métodos de demostración.

c. **Comunicación Matemática.** Mediante la comunicación de ideas de índole matemático o no, los estudiantes consolidan su manera de pensar. Para ello, el currículo incluye actividades que les permita comunicar a los demás sus ideas matemáticas de forma coherente, clara y precisa.

El enfoque del pensamiento matemático implica el manejo de una pedagogía y una didáctica especial del área de acuerdo a los procesos aplicados y al conocimiento adquirido que le permite su entorno.

Ejes Curriculares.

- **Pensamiento numérico y sistema numérico.** El énfasis en este sistema es el desarrollo del pensamiento numérico que influye en el sentido operacional, los conceptos, las relaciones, propiedades, problemas y procedimientos. El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos. Reflexionar sobre las interacciones entre los conceptos, las operaciones y los números estimulan un alto nivel del pensamiento numérico.

- **Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.** Se hace énfasis en el desarrollo del Pensamiento espacial el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manioulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales.

El componente geométrico del plan permite a los estudiantes examinar y analizar las propiedades de los espacios bidimensionales y tridimensionales así como las formas y figuras geométricas que se hallan en ellos.

- **Pensamiento Métrico y Sistema de Medida.** Hace énfasis en el desarrollo del pensamiento métrico. La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hacen que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez mas cobran sentido las matemáticas. Las actividades de la vida diaria acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas.

  El desarrollo de este componente da como resultado la comprensión por parte del estudiante de los atributos mensurables de los objetos y del tiempo.

- **Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos.** Hace énfasis en el desarrollo del pensamiento aleatorio el cual ha estado presente a lo largo del tiempo, en la ciencia y la cultura y aun en la forma del pensar cotidiano.

  Los fenómenos aleatorios son ordenados por las estadísticas y la probabilidad que ha favorecido el tratamiento de la incertidumbre en la ciencia como la biología, la medicina, la economía, la psicología, la antropología, la lingüística y aun más ha permitido el desarrollo al interior de la misma matemática.

- **Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.** Hace énfasis en el desarrollo del pensamiento variacional. Este componente del currículo tiene en cuenta una de las aplicaciones más importante de la matemática, cual es la formulación de modelos matemáticos para diversos fenómenos. Propone superar la enseñanza de contenidos matemáticos para ubicarse en el dominio de un campo que involucra conceptos y procedimientos interestructurados que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre como de la ciencia.

Constructivismo Matemático. Es muy coherente con la pedagogía activa y se apoya en la psicología genética; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de conceptos matemáticos por la forma como los organiza en estructura y por la aplicación que le da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos. No basta con que el maestro halla hecho las construcciones mentales, en eso nada ni nadie los puede remplazar.

El estudio, el descubrir, la atención en las formas como se realiza en la mente las construcciones y las intuiciones matemáticas es un rasgo característico del constructivismo[10].

Por su parte el constructivismo matemático considera que el proceso de construcción del conocimiento matemático es propio del ser humano y que únicamente tiene existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Este conocimiento es parte del conocimiento humano y parte de la cultura; por ello hay que conceder importancia a la historia de los conceptos (de la cual obviamente el docente debe apropiarse con anterioridad) y las aplicaciones y contribuciones que le hacen a las demás ciencias y a la tecnología, pues esto conlleva a formar una visión más amplia y coherente de las mismas y buscar en la vida práctica cotidiana su sentido.
Para que se de el proceso de construcción de los conceptos matemáticos, deben enfocarse las matemáticas como un conjunto de conocimiento personalmente por

[10] MEN. Op. Cit.

un proceso interno, de tal forma que saber matemática signifique hacer matemática, es decir, experimentar, abstraer, generalizar y especializar en un proceso social de constante cambio donde es tan importante el método como el contenido.

4.2.2 Aprendizaje Significativo. Es el que permite nuevos significados logrando alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Se mueve sobre tres tipos de actividades:

a. **Exploración de Significados.** Esto implica que los educadores escuchen con atención a los estudiantes, orienten el desarrollo de sus ideas y hagan uso extensivo y reflexivo de sus conocimientos previos.

b. **Profundización o Transformación de Resultados Significativos.** Ejercitar el maravilloso poder lógico del cerebro del estudiante para lanzar hipótesis, formular conjeturas, confirmarlas o refutarlas, a favor o en contra de una tesis, realizar inferencias, detectar supuestos ocultos, analizar afirmaciones de la vida cotidiana a partir de principios lógicos.

c. **Verificación, Evaluación o Culminación de Nuevos Significados.** Valorar los aprendizajes significativos para la toma de decisiones y los ajustes que sean necesarios en el proceso de aprendizaje del pensamiento matemático. Además las situaciones de aprendizajes significativas de las matemáticas son situaciones, que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles al intelecto de los estudiantes, y por lo tanto, les permite buscar y definir estrategias de solución, uso de materiales manipulativos, tecnológicos, representativos y problemas contextualizados, entre otros.

La importancia de la naturaleza y la variedad de situaciones es un aspecto determinante para la calidad de las actividades de los estudiantes. Es necesario señalar que las actividades de los estudiantes están influenciados por el tipo de instrucciones con que se presentan las situaciones (tipo de preguntas que se proponen en las situaciones) y por el tipo de instrucciones que media en la solución de la misma.

El contexto del aprendizaje es el lugar desde donde se construye sentido y significado para los contenidos matemáticos y por lo tanto desde donde se establecen conexiones con las ciencias, con la vida socio-cultural y con otros ámbitos de la matemática misma. La expresión contexto, tal como se expresa en los lineamientos curriculares, no refiere exclusivamente a la recreación ficticia en el espacio escolar de situaciones relativas al entorno social y cultural que rodean a la institución educativa, sino que ante todo, hace referencia a la creación de situaciones tanto referidas a las matemáticas, otras ciencias, el entorno social y cultural, etc.; como a situaciones hipotéticas a partir de las cuales los alumnos puedan pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento. Así pues la contextualización de los conceptos matemáticos debe ser entendida como el uso de escenarios de las ciencias (naturales y humanísticas), de la vida diaria y las matemáticas, para permitir el desarrollo significativo de la actividad intelectual del alumno.

4.2.3 Aprendizaje Significativo Según Ausbel. Para D.P. Ausbel el aprendizaje debe ser una actividad significativa para el que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de interacciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. Ausbel critica la enseñanza tradicional en que el aprendizaje resulta poco eficaz si consiste simplemente en la repetición mecánica de elementos que el alumno no puede estructurar formando un todo relacionado.

Para Ausbel, aprender es sinónimo de comprender por ello lo que se comprende será lo que se aprenda y recordara mejor por que quedará integrado en las estructuras del conocimiento de cada cual.

La teoría del aprendizaje significativo es una introducción a la psicología del aprendizaje en el salón de clases, que se ocupa principalmente del problema de la enseñanza y de adquisición y retención de las estructuras de significados en el alumno. El principio básico de esta teoría reside en la afirmación de que las ideas expresadas simbólicamente, van relacionadas de modo no arbitrario, es decir de manera sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por eso la recomendación Ausbeliana se basa en averiguar primero lo que el alumno ya sabe para proceder en consecuencia (Ausbel Norak y hannesian, 1976, capítulo 3 del libro didácticas de las matemáticas, editorial síntesis. Madrid Luis rico y otros).

4.2.4 Construcción del Conocimiento Matemático Mediante Situaciones Problemicas. De acuerdo con los lineamientos curriculares, el conocimiento matemático se debe concebir como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opiniones y de intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual; su valor principal está en que se organiza y da sentido a una serie de prácticas, a cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo….[11]

Bajo estas reflexiones se ha ido decantando una visión de las matemáticas escolares, según la cual hay que reconocer que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen solo una faceta de este conocimiento, se debe valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; hay que considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras),

[11] MEN. Op. Cit.

constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento; reconocer que existe un núcleo de conocimientos matemáticos básicos que debe dominar todo ciudadano; comprender y asumir los fenómenos de transposición didáctica es decir el paso de un contenido del saber preciso a una versión didáctica de este objeto del saber, reconocer el impacto de la nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones y privilegiar como contexto de las matemáticas escolares las situaciones problemicas[12].

Una situación problemica es aquella donde inicialmente no se ve claro el camino para hallar su solución, es decir son situaciones en las cuales se encuentran barreras que exigen análisis y reflexión de las mismas.

El planteamiento y solución de situaciones problemicas no deben presentarse solo al final del proceso de conceptualización, manejo y aplicación de algoritmos, sino que deben estar presentes a lo largo de todo el proceso de aprendizaje lo cual permitirá tomar referentes para evaluar. Al respecto Alfredo Gadino considera que: La resolución de problemas seleccionados por el docente a partir de situación reales es el comienzo del aprendizaje, el lugar de gestión de los conceptos matemáticos por el alumno, de su apropiación de sus nuevas herramientas procedimentales, del uso del lenguaje convencional, de la resignificación por el alumno de los conceptos en juego, de la evaluación por el docente y de los proceso infantiles de elaboración del saber[13].

Para lograr que el planteamiento de situaciones problemicas dentro del aula sea realmente productivo en el proceso de construcción de conocimiento se debe seleccionar, del conjunto de situaciones posibles, aquellos que generan tareas

---

[12] MEN. Op. Cit

[13] GANDINO, Alfredo. Las operaciones aritméticas, los niños y la escuela: Magisterio del Río de la Plata. Buenos Aires República de Argentina, 1986.

cognitivas donde el estudiante pueda construir conocimientos matemáticos significativos, plantearlos a modo de problemas motivadores que requieran nuevos conceptos, procedimientos, aptitudes y produzcan la reestructuración de lo ya pensado y de los modos de pensar de que ya se disponen. Después de que el estudiante haya construido y empleado en situaciones los nuevos conceptos y procedimientos, estos podrán ser estudiados por sí mismos[14.]

Además es necesario que a los estudiantes se les de el tiempo suficiente para reflexionar, analizar, equivocarse, preguntar, intercambiar ideas al momento de resolver un problema[15].

El énfasis de plantear situaciones problemáticas en la construcción del conocimiento matemático está sustentada en la naturaleza misma del conocimiento matemático, el cual ha surgido y evolucionado para dar solución a problemas de distintos tipos. De acuerdo con Félix Klein: "La matemática se desarrolla resolviendo problemas ya establecidos con métodos nuevos, ello provoca un doble efecto: se comprende mejor las viejas cuestiones y se originan nuevos problemas. Se produce entonces una ampliación del horizonte matemático – progreso en la amplitud – y también una profundización del mismo – progreso en profundidad – por la adopción de nuevos puntos de vista que han debido adoptarse para resolver los problemas[16].

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores Polya y Alan Schonfeld.

---

[14] Ibid.
[15] ZULUAGA, Carlos. La resolución de problemas, en: Revista el Educador NC28.
[16] CHENELLO, Graciela. La matemática y su didáctica, nuevos y antiguos debates: Alque, Buenos Aires, 1994.

Para Polya: “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, de salir de una dificultad, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados”.

Polya describe las siguientes cuatro frases para resolver problemas:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

Alan Schoenfeld reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Polya, pero dice que los estudiantes no las usan. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas:

En el salón de clases hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en proceso de desarrollo de las matemáticas. Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clases que represente un microcosmo de la cultura matemática, esto es, clase en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana.

Para entender como los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influye los siguientes factores:

- **El Dominio del Conocimiento.** Que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.

- **Estrategias Cognoscitivas**. Que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.

- **Estrategias Metacognitivas.** Se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.

- **El Sistema de Creencias.** Se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica entre otras.

4.2.5. El papel de Las Situaciones Problemáticas en la Construcción del Conocimiento Matemático en la Escuela. El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedente de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamientos y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto.

Con frecuencia “estos problemas de aplicación” se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo.

Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, si no que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. El contexto tiene un papel preponderante en toda las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no solo en la fase de la aplicación si no en la fase de exploración y en la de desarrollo donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas.

Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

Miguel de Guzmán plantea que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamientos, en los procesos de aprendizajes y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiados para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- Que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.

- Que adquiera confianza en si mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y posiblemente, de su vida cotidiana.
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia”[17].

Existen varias razones para considerar la importancia de las situaciones problemáticas como contexto. Este autor menciona las siguientes:

- Por que es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.

- Por que el mundo evoluciona muy rápidamente, los procesos efectivos, de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos.

- Por que el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorios auto realizador y creativo.

- Por que muchos de los hábitos que así se consolidan tiene un valor universal no limitado al mundo de las matemáticas.

- Por que es aplicable a todas las edades. Investigadores holandeses del instituto freudenthal[18] consideran entre otras las siguientes razones:

---

[17] DE GUZMÁN, Miguel. Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas. Editorial Popular, Madrid, 1993. p.111.

[18] VAN REEUWIJK, Martín. Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. En: Uno. Revista de didáctica de las matemáticas. NO.12, Editorial Grao,

- Se puede ver la importancia de distintos tópicos de la matemática, como por ejemplo la proporción y la pendiente de una línea y la manera como contribuyen a que los alumnos entiendan como se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana.

- Los alumnos aprenden a usar las matemáticas en la sociedad y a descubrir que las matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores. Puesto que es importante que los alumnos aprendan matemáticas como parte de su educación básica, también es importante que sepan por que las aprenden. A través del contexto desarrollaran una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real.

- Se acercan los estudiantes a la historia tanto de las matemáticas como de las demás disciplinas e incrementa su interés por ésta.

- Despiertan la creatividad de los alumnos y los impulsa a emplear estrategias informales y de sentido común. Al afrontar un problema de un contexto eficaz, los alumnos desarrollan la capacidad de analizar dicho problema y de organizar la información. Las estrategias intuitivas que desarrollan pueden constituir un buen punto de partida natural en la evolución de las matemáticas más formales, es decir de la búsqueda de sentido. Un buen contexto puede actuar como mediador entre el problema concreto y las matemáticas abstractas. El proceso de resolución se transformará en un modelo que puede evolucionar desde una situación para todos los problemas que se le asemejan desde el punto de vista matemático.

4.2.6 Pensamiento Variacional. El desarrollo del pensamiento variacional, dada sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen , el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Además, en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico. Esto se logra a través de la elaboración e interpretación de ciertas representaciones matemáticas (graficas, tablas, ecuaciones, inecuaciones o desigualdades, etc.) que permiten tratar con situaciones de variación y dependencia en la resolución de problemas. Los objetos algebraicos como por ejemplo los términos algebraicos, se reconstruyen como representaciones de funciones y las ecuaciones e inecuaciones se reinterpreta como igualdades o desigualdades entre funciones. De aquí que las multiples relaciones entre la producción de patrones de variación y el proceso de modelación (y particularmente e estudio de las nociones de variable y de función) sean las perspectivas mas adecuadas para relacionar el pensamiento variacional con el calculo algebraico en la educación básica secundaria y con la geometría analítica y el calculo diferencial e integral en a educación media[19].

El desarrollo del algebra en los siglos XVI y XVII y el del cálculo diferencial e integral en los siglos XVII y XVIII mostraron también que el pensamiento variacional no se podía refinar sin los sistemas algebraicos y analíticos ni éstos sin aquél. La relación del pensamiento variacional con el manejo de los sistemas algebraicos muestra que el algebra es un sistema potente de representación y de

[19] MEN. Estandares Básicos de Competencia. Documento Nº 3 Pag. 68

descripción de fenómenos de variación y cambio y no solamente un juego formal de símbolos no interpretados, por útiles ingeniosos e interesantes que sean dichos juegos[20].

En lo que concierne a la conceptualización de lo que se entiende por pensamiento variacional rescatamos: “El pensamiento variacional puede describirse, aproximadamente, como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionan sus variables internas de tal forma que covarían de forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de las mismas o distinta magnitud en los subprocesos de la realidad. Como la covariacion de cantidades de magnitud en el tiempo[21].

Es importante resaltar el hecho de que pensamiento variacional, no es solo: saber la definición de función, saber fórmulas de áreas y volúmenes, saber los modelos usuales de la física matemática, saber dibujar y manejar gráficas de las funciones cartesianas; sino que su propósito fundamental apunta a tratar de modelar patrones que se repiten en la covariación entre cantidades de magnitud en subprocesos de la realidad y que su desarrollo solo es posible en la medida que el estudiante pueda logra desarrollar:

- Pensamiento numérico.
- Pensamiento métrico.
- Pensamiento proporcional.
- Una flotación apropiada.
- El pensamiento espacial, espacio temporal.
- Representaciones semióticas diferentes (gestuales, representaciones de máquinas y circuito, representaciones sagitales).

---

[20] MEN. Op Cit.

[21] VASCO, Carlos. Seminario Internacional de matemáticas y nuevas tecnologías realizado en Bogotá en el mes de mayo de 2002.

Y que en el trabajo de aula se posibilite adelantar acciones como:

- Captación del patrón de variación.
- Creación del modelo mental.
- Echar a andar el modelo.
- Confrontar el modelo.
- Revisar el modelo mental.

Siguiendo a Vasco, para poder lograr desarrollar el pensamiento variacional es necesario que el estudiante modele procesos y fenómenos de la realidad. Entendida la modelación como:

- Un arte.
- El arte de producir modelos matemáticos.
- Un arte del que depende cualquier progreso de la ciencia.
- Un modelo es un sistema de componentes relaciones y transformaciones.

4.3 MARCO CONCEPTUAL

El presente trabajo se enmarca esencialmente en la teoría de los estándares curriculares establecidos por el MEN.

Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si una persona, institución, proceso o producto cumple ciertas expectativas sociales de calidad. Precisar más, cuales son esas expectativas sociales es un complejo proceso participativo que depende del tipo de estándares de que se trate, de los grupos y personas interesadas en su formulación y mejoramiento, del progreso en las teorías, modelos y experiencias exitosas y de la información disponible[22]

En este trabajo no hablaremos de estándares en general, sino de estándares en la educación y en ella los estándares se usan al menos para los siguientes propósitos fundamentales:

- Para enviar señales claras a estudiantes, docentes y a la opinión pública sobre las exigencias de la calidad que debemos hacer a toda la labor educativa.

- Para precisar aquellos altos niveles de calidad de la educación a los que tienen derecho todos los niños y niñas de todas las regiones del país y acerca del logro de los cuales por la gran mayoría de los estudiantes la sociedad tiene derecho a exigirnos un compromiso decidido a los docentes y a las instituciones educativas oficiales o privadas; así los estándares desempeñan también un papel auxiliar pero muy significativo en la promoción de la equidad y la igualdad de oportunidades

- Para diseñar currículos, planes de estudio, programas y procesos pedagógicos que lleven a las personas e instituciones a alcanzar o superar los niveles señalados por los estándares.

- Para impulsar la calidad de los materiales, textos y otros apoyos educativos producidos por los sectores oficial y privado.

- Para producir métodos técnicos e instrumentos (pruebas, preguntas, tareas u otro tipo de experiencias) que permitan evaluar interna y externamente si una persona, institución, proceso o producto no alcanza superar esas expectativas sociales.

[22] MEN. Op Cit.

- Para evaluar con esos métodos, técnicas e instrumentos a las personas individuales, a los cursos, a las instituciones educativas o al sistema educativo de una ciudad, departamento, región o país, con el fin de saber si no alcanzan, o superan las expectativas sociales o si al menos lo hacen en mayor o menor grado, comparándose con otras personas, cursos, instituciones o regiones.

4.3.1 Estándares Básicos, Mínimos o de Excelencia. En la educación se distinguen estándares básicos de calidad y estándares de excelencia o de alta calidad. Los estándares que se presentan en este trabajo no son estándares de excelencia, si no estándares básicos de calidad educativa lo cual no significa que la calidad básica que se desea no sea de entrada, muy alta y que, ojalá, lo sea cada vez más.

Los estándares básicos se llaman a veces “Estándares mininos de calidad” como lo dice el título del primer libro de la serie de calidad de la educación superior del ICFES: Estándares mínimos de calidad para la creación y funcionamiento de programas universitarios de pregrado (Bogotá ICFES 2001) Pero la palabra “mínimos’ puede enviar un mensaje equivocado como si se tratara de nivelar por lo bajo o de esperar poco de los estudiantes; más bien se trata, como se dijo arriba, de precisar aquellos altos niveles de calidad de la educación a que tienen derecho los niños y niñas de todas la regiones del país. Por ello, deben ser retadores pero no inalcanzables; exigentes pero razonables.

Solo la práctica escolar, el saber pedagógico de los maestros, la investigación educativa y el análisis cuidadoso y crítico de los resultados de las pruebas elaboradas para estos estándares pueden indicarnos cuales faltan, cuales sobran, cuales resultaron demasiado oscuros o ambiguos, cuales de ellos se quedaron por lo bajo, cuales atinaron al nivel adecuado para determinado grado y cuales resultaron demasiado difícil de alcanzar por la mayoría de los estudiantes.

Los estándares fueron introducidos y propuestos por la ley general de educación o ley 115 de 1994 y la resolución 2343 de 1996 y más tarde relacionados con los lineamientos curriculares contemplados con la misma ley.

Los estándares curriculares son criterios que especifican lo que todo estudiante de educación preescolar, básica y media deben saber y ser capaces de hacer en una determinada área y grado. Se traduce en formulaciones claras, universales, precisas y breves, que expresan lo que debe hacerse y cual bien debe hacerse. Están sujetos a la verificación; por lo tanto, también son referentes para la construcción de sistemas y procesos de evaluación interna y externa, consistentes con las acciones educativas.

La noción de estándar curricular hace referencia a una meta que expresa, en forma observable lo que el estudiante debe saber, es decir, los conceptos básicos de cada área. Así como las competencias, entendidas como el saber hacer, utilizando esos conceptos.

Organización de los estándares de matemáticas.

Los estándares que se describen a continuación corresponden al pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos determinados por procesos de cambio y conceptos de variable.

El algebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio, relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades, representaciones gráficas y modelos matemáticos.

Lo anterior tiene en cuenta tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática:

✸ Planteamiento y resolución de problemas

- Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración)
- Comunicación matemática y consolidación de la manera de pensar (coherente, clara y precisa)

Haciendo énfasis en el pensamiento variacional, los estándares a utilizar en el presente trabajo son los siguientes.

- Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas
- Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas.
- Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Analizar los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.
- Interpretar los diferentes significados de la pendiente en situaciones de variación.
- Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera.
- Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones polinómicas racionales y exponenciales.

Los estándares a tener en cuenta para el desarrollo de nuestro trabajo son los siguientes:

- Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas
- Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas.
- Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.

- Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera.
- Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones polinómicas racionales y exponenciales.

Así mismo, el presente trabajo está enmarcado en las ideas del constructivismo moderno ya que ofrece las condiciones para que cada estudiante descubra el concepto de función cuadrática en la medida que lo construye, a través de la realización de los talleres que involucra situaciones problemas de diferentes contextos, y en donde se encuentra inmersa la covariación entre variables, fundamental para la construcción del concepto.

Tenemos en cuenta a Piaget en lo referente a que cada taller pretende crear en el estudiante conflictos cognitivos por medio de sus intervenciones y la de los demás. Bajo esta concepción se crean ambientes de interacción que permite al estudiante provocar una tensión interna de naturaleza cognitiva. Por medio de los talleres se busca que el estudiante experimente, modele, confronte sus ideas, favoreciendo la manipulación del objeto a construir (función cuadrática) y a estructuras superiores de su desarrollo, orientado a que estos realicen cuestionamientos, juicios o conjeturas sobre la temática tratada; a fin de que el estudiante sea capaz de asimilar activamente el concepto de función cuadrática.

La realización de estos talleres se opondrá a lo mecánico, pasivo y repetitivo, basándonos en la teoría del aprendizaje significativo de Ausbel: el cual plantea que la práctica educativa debe conducir al estudiante a captar el significado de la tarea que va a realizar. Es decir, comprender el por qué, para qué y de qué manera un conocimiento nuevo se relaciona con los conocimientos previos en formas interactiva. Teniendo en cuenta a este autor, se modelaran situaciones de acuerdo a contextos conocidos por los estudiantes, creando en ellos el interés por aprender nuevas expectativas para replantear y formular nuevas situaciones de mayor significado para ellos.

De Vigosky, se puede ver en cada taller la interacción social cognitiva, la comunicación entre estudiantes y estudiantes, estudiantes y docentes y estudiantes y otros medios; los talleres permitirán y proporcionarán los debates, discusiones y críticas argumentativas del grupo. Al trabajar con la modalidad de talleres en grupo, se tienen en cuenta unos de los conceptos centrales de la teoría de Viqosky “La Zona de Desarrollo Próximo” que “Presagia” y prepara lo que el niño más tarde realizara por sí solo; es decir, lo que el niño puede hacer hoy en colaboración con otros la podrá hacer mañana de manera individual. Ya que si se mira a un objeto desde distintos puntos de vista tendremos una idea más clara de él. En nuestro caso el concepto de función cuadrática se aborda desde diferentes formas como: Sagital, tabular, gráfica y algebraica.

Abordando lo establecido en los lineamientos curriculares, el estudio de la función cuadrática tiene más sentido si se hace a partir de la modelación de situaciones de cambio. Consideramos importante que los alumnos se sensibilicen ante los patrones que se encuentren a diario en diversas situaciones problemáticas, a describirlos y a elaborar modelos matemáticos de estos patrones y a restablecer relaciones. El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias del contexto más propias para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, desarrollo de procesos de pensamiento para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

El significado y el sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemas cuyo escenario son los referidos a fenómenos de cambio y de variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y las fórmulas. Por su parte las gráficas también hacen posible el estudio dinámico de la variación.

La relación explicita entre las variables que determinan una gráfica puede ser iniciada con situaciones de variación cualitativa. La gráfica tiene como fin abordar los aspectos entre la dependencia de las variables, gestando la noción de función cuadrática como dependencia.

Los contextos donde aparece la noción de función cuadrática establecen relaciones funcionales entre los mundos que cambian, de esta manera emerge la función cuadrática como herramienta de conocimiento necesario para “enlazar” patrones de variación entre variable, para predecir y controlar el cambio. Los modelos más simples de función cuadrática, encapsulan modelos de variación. La introducción de la función cuadrática prepara al estudiante para comprender la naturaleza arbitraria de los conjuntos en los que se le define, así como la relación establecida entre ellos. A la conceptualización y los objetos asociados (dominio, rango...). Es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones prácticas a fin de alejar la idea que la existencia o definición de la función cuadrática está determinada únicamente por la existencia de la expresión algebraica. Con la resolución de problemas se pretende propiciar en el aula situaciones inquietantes e interesantes en las cuales el estudiante se sienta intrigado por conocer los procesos mediante los cuales puede resolverlos, donde inicialmente no se ve claro el camino para su solución. Es necesario aclarar que un problema es una situación nueva, diferente en las situaciones conocidas, que resulta interesante o inquietante, y en el cual el sujeto advierte el punto de partida y de llegada pero desconoce los procesos mediante los cuales puede resolverla. Es una situación que, además permite varias vías de solución.

Apoyándonos en Gadino, el cual expresa que la resolución de problemas, a partir de situaciones reales se considera el comienzo del aprendizaje y el lugar de gestión de los conceptos matemáticos. Los talleres se diseñaron en procura de que al resolver problemas de la vida cotidiana, el estudiante se interese por conocer el concepto de función cuadrática, sus múltiples representaciones y sus diferentes formas de presentación.

A continuación procedemos dar el concepto usual de función cuadrática, sus diferentes formas de expresión y la descripción de cada uno de los desplazamientos que se dan al representarlas gráficamente.

4.3.2 FUNCION CUADRATICA

La función cuadrática o polinomial o de segundo grado, es una función definida de IR en IR de la forma $\mathbf{f_{(x)} = ax^2+bx`+c}$, donde **a, b, c Є IR y, a ≠ 0**.

4.3.3 FORMAS DE LA FUNCION CUADRATICA

Analizando la forma general de la función cuadrática se observa que tiene tres términos:

1) Un término donde la variable esta elevada al cuadrado ($\mathbf{ax^2}$)

2) Un segundo término donde la variable está elevada a la potencia 1, (**bx**)

3) Un tercer termino cuya variable tiene potencia cero y termino constante **C**.

Sin embargo es posible, que la función cuadrática se presente de otras formas, así:

1) De la forma $\mathbf{f_{(x)} = ax^2}$

2) De la forma $\mathbf{f_{(x)} = ax^2 \pm bx}$

3) De la forma $\mathbf{f_{(x)} = ax^2 \pm c}$

4) De la forma $\mathbf{f_{(x)} = ax^2 \pm bx \pm c}$

Se debe tener en cuenta que si **a > 0**, la curva abre hacia arriba y si **a < 0**, la curva abre hacia abajo.

Ahora miraremos cada una de las formas en que se presenta la función cuadrática:

1) De la forma ax^2

En este caso la función cuadrática está incompleta, faltan los términos segundo y tercero, es decir, los términos **bx = 0 y c = 0.**

Es una función cuadrática por que el grado esta dado por el mayor exponente de la variable, es decir 2.

La grafica de la función $\mathbf{f(x)=ax^2,\ a \neq 0}$, es una parábola y en ella se verifica que:

- Es simétrica respecto al eje ***y***.
- El vértice es el origen del sistema de coordenadas (**0,0**).
- El signo del coeficiente **a**, da la forma en que se abre la grafica, de tal manera que si a > 0, se abre hacia arriba y si **a** < **0** la curva se abre hacia abajo.
- El punto donde la curva cambia de dirección se llama vértice.

2) De la forma $f(x)=ax^2 \pm bx$

Se puede decir que esta función también esta incompleta, debido a que le falta el termino constante **c**, es decir, **c = 0**.

Si graficamos la función teniendo en cuenta los signos nos damos cuenta que cuando el termino **bx** es positivo, la curva se desplaza hacia la izquierda y cuando el término **bx** es negativo la curva se desplaza hacia la derecha.

La grafica resultante de este tipo de función permite concluir que se trata de una parábola. En este caso:

- Su eje de simetría es el eje ***y***.
- La abertura de sus ramas esta determinada por el coeficiente $\mathbf{x^2}$; esto es, si **a > 0**, entonces, las ramas de la parábola abren hacia arriba y si **a < 0**, entonces, lo hacen hacia abajo.
- El punto (**0,0**), origen del sistema de coordenadas, satisface este tipo de funciones.

- El signo del segundo termino (**bx**) indica la forma en que la curva se traslada sobre el eje de las **x**.

3) De la forma $f_{(x)} = ax^2 \underline{+} c$

Es otra de las formas incompletas de la función cuadrática, donde el termino **bx = 0**

Al graficar esta función notamos que cuando la constante c es positiva la grafica se desplaza hacia arriba y cuando es negativa se desplaza hacia abajo.

- La representación grafica de esta función cuadrática es una parábola

- Es simétrica con respecto al eje de las ***y***.

- La abertura de la parábola esta determinada por el coeficiente del termino x^2.
- El vértice de la parábola es un punto de la forma (**0, $\underline{+}$ c**)
- El termino independiente y su signo indican cuanto se desplaza el vértice de la parábola sobre el eje de las y en relación con el punto (**0,0**).
- Si el coeficiente de x^2 es positivo, la parábola abre hacia arriba y si es negativo, entonces abre hacia abajo.

4) De la forma $f_{(x)} = ax^2 \underline{+} bx \underline{+} c$

Ahora haremos el análisis de la forma completa de la función cuadrática; para ello se necesita graficar por lo menos dos funciones de la forma $f_{(x)} = ax^2 \underline{+} bx \underline{+} c$ en un mismo plano, al graficarlas se puede concluir que:

- La grafica de este tipo de funciones es una parábola.
- Su eje de simetría es paralelo al eje ***y***.
- El coeficiente y el signo del término en x^2 determinan la abertura de las ramas de la parábola.
- El signo del termino independiente c indica el punto de corte de la curva con el eje de las ***y***, y su magnitud.

- El vértice de la parábola tiene como coordenadas: **$x=-b/2a$; $y=4ac-b^2/4^a$**.
- En éste tipo de funciones se dan las diferentes formas de desplazamiento de la parábola, desplazándose en el eje ***y***, hacia arriba y hacia abajo y en el eje ***x*** desplazándose hacia la izquierda y hacia la derecha.

Cuando en una función cuadrática hacemos ***y=0*** se dice que es una ecuación cuadrática de la forma **$ax^2+bx+c=0$** donde **a, b, c Є IR y, a ≠ 0**. Teniendo en cuenta esta consideración si **$\Delta = b^2 - 4ac$**, se cumple que:

- Si **$\Delta > 0$**, entonces la ecuación tiene dos raíces reales y diferentes.
- Si **$\Delta = 0$**, entonces la ecuación tiene dos raíces reales e iguales.
- Si **$\Delta < 0$** entonces la ecuación no tiene solución en los IR, las raíces son complejas.

Considerando las diferentes formas de presentación de una ecuación cuadrática, se puede utilizar métodos para resolverlas, que a continuación presentamos de una forma resumida y cuando usarlos:

MÉTODO	CUANDO USAMOS ESTE MÉTODO
1. Usando la formula cuadrática: $$X=\frac{-b\pm\sqrt{b2-4ac}}{2a}$$	Si en la ecuación cuadrática **$ax^2+bx+c=0$** se tiene **b≠0 y c≠0**
2. Factorizando a **x**	Si la ecuación cuadrática es de la forma **$ax^2+bx=0$, c=0**
3. Haciendo uso de las propiedades de las raíces cuadradas de números iguales	Si la ecuación cuadrática es de la forma **$ax^2+c=0$, b=0**
4. Factorización	Si la ecuación cuadrática es de la forma **$ax^2+bx+c=0$** y existen **m, n Є Z**, tales que **m· n=a· c y m ± n=b**
5. Completando el cuadrado	Si la ecuación cuadrática es de la forma **$ax^2 + bx + c=0$ y b**

Para mayor entendimiento de la aplicación de la función cuadrática planteamos las siguientes situaciones problemas.

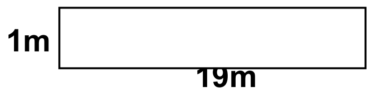
Actividad Nº 1

Con una cuerda de 40 m encerrar una porción de terreno de tal forma que en el se pueda cultivar la mayor cantidad de plantas.

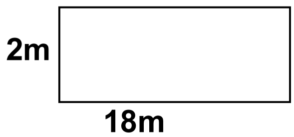
Solución:

Para esto se necesita encontrar las dimensiones indicadas para encerrar la mayor cantidad de terreno posible.

Dado que el perímetro se debe mantener constante observemos las siguientes alternativas:

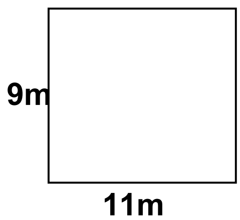


→ A=1m x 19m=19m²

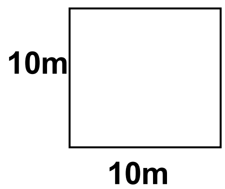


→ A=2m x 18m=36m²

•
•
•



→ A=9m x 11m=99m²



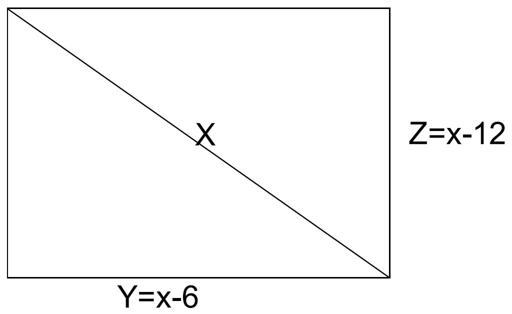
→ A=10m x 10m =100m²

¿Es posible hallar el área cuando el terreno tiene de largo **8.5 m, 6.2 m** y **9.75 m**, teniendo en cuenta que la figura debe mantenerse en forma rectangular.

Actividad Nº 2

Los estudiantes y los profesores de una institución educativa tienen a su disposición un terreno de forma rectangular, de tal manera que lo quieran dividir en dos partes iguales para realizar cultivos demostrativos.

El profesor de matemáticas les informa a los estudiantes del grado 9º que desea conocer la longitud de la diagonal que divide el terreno, si se sabe que dicha diagonal tienes 6 m mas que el largo del terreno y 12 m mas que el ancho (ver figura).



Solución

Sean: x: la longitud de la diagonal

y: la longitud del largo del terreno, entonces **y =x-6**

z: la longitud del ancho del terreno, entonces **z=x-12**

Como la diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos entonces, aplicando el teorema de Pitágoras y efectuando las operaciones indicadas tenemos:

$X^2=y^2+z^2$

$X^2= (x-6)^2 + (x-12)^2$

$X^2= X^2-12x+36+x^2-24x+144$

$X^2-36x+180=0$

Resolviendo la ecuación cuadrática utilizando el método de factorización tenemos:

$(x-30)(x-6)=0$

Igualando cada factor a cero: **$x-30=0$ ó $x-6=0$**

Despejando las raíces: **$x_1 = 30$ ó $x_2 = 6$**

De esta manera obtenemos dos soluciones de la cual descartamos el valor **$x_2=6$,** porque al analizarlas vemos que no es posible, por las condiciones del problema. Por consiguiente, la longitud de la diagonal del terreno es de 30m.

- Encuentra la función que representa el área del terreno.
- Grafica la función por simple inspección de los datos.
- Calcular el área del terreno.

5. METODOLOGÍA

5.1 ENFOQUE

La metodología del presente trabajó se encuentra orientada por posturas epistemológicas constructivas y su enfoque es cualitativo.

5.2 DISEÑO

El diseño del trabajo es de tipo descriptivo – interpretativo, pues pretende describir las experiencias vividas en el aula de clases al momento de desarrollar las actividades propuestas, como los avances, las dificultades e inquietudes que los estudiantes van presentando, los aportes e intervenciones que los docentes realizan y las confrontaciones presentadas en cada uno de los talleres; realizando el registro, análisis e interpretaciones de los resultados obtenidos.

5.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

5.3.1 Técnicas. La información que nos permitirá describir los resultados obtenidos en el proceso de ejecución del presente trabajo se obtiene mediante la organización de las siguientes técnicas:

- **La Observación Directa.** Esta técnica es utilizada como una herramienta importante en el desarrollo de la obtención de la información ya que por medio de ella los docentes recopilan visualmente las actitudes, los avances y/o dificultades que los estudiantes van presentando a lo largo de las sesiones del trabajo de aula. Las diversas observaciones que los docentes logran captar son registrados en un diario de campo.

- **Entrevistas Informales**. Aunque no fueron de tipo formal ni estructuradas, dentro del desarrollo de los talleres, se abrieron espacios para indagar a los estudiantes sus preconceptos, sus falencias y algunos aspectos que consideramos importante conocer, como la mediación de los contenidos por parte de los docentes. En ella, la comunicación hace parte esencial en la recopilación de la Información obtenida, gracias a ellas los docentes y los estudiantes puedan confrontar sus conocimientos acerca de la temática estudiada; por medio de ella se llegan a realizar intervenciones, cuestionamientos, inquietudes y sugerencias.

Por medio de estas entrevistas, la comunicación y relación docente-estudiantes dentro y fuera del aula se lograron obtener las apreciaciones que los estudiantes van presentando en el desarrollo de cada taller, convirtiéndose en información valiosa para el análisis de los resultados.

5.3.2 Instrumentos. Los instrumentos utilizados para obtener y recopilar la información y los resultados que se van presentando en cada una de las sesiones al momento de desarrollar las actividades son los siguientes:

- **Diario de campo.** Este instrumento se utilizó para recopilar las observaciones que los docentes van apreciando de los estudiantes en el desarrollo de los talleres en cada una de las sesiones del trabajo de aula, registrándose en él las actitudes frente a las actividades, las inquietudes e Intervenciones presentadas por los estudiantes al momento de compartir información y socializar sus respuestas a los cuestionamientos realizados.

- **Los Talleres.** Se constituyeron en un elemento dinamizador de las acciones de los estudiantes, de reflexión, de confrontación y de acercamiento conceptual a la función cuadrática y su representación.

Es por medio del desarrollo de talleres que se va obteniendo la información que brindan los estudiantes acerca de los niveles de significación y de conceptualización de la temática tratada.

Para lograr nuestro objetivo nos propusimos diseñar talleres de socialización, auto aprendizaje y talleres de profesionalización.

Talleres de socialización:

Nos permitieron indagar y afianzar los preconceptos de los estudiantes relacionados con la temática a tratar.

Para conseguir tal propósito se realizaron dinámicas, explicaciones y conversatorios con los estudiantes con el fin que aclararan y afianzaran sus conceptos.

Estas actividades tienen como referente teórico lo planteado por Ausbel el cual dice que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para el que aprende y dicha significatividad esta directamente relacionada con la existencia de interacciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno.

Talleres de auto aprendizaje:

Con estos talleres introducimos el concepto y los comportamientos de cambio de la función cuadrática en el plano cartesiano. Para Abordar esta temática se diseñaron talleres prácticos y contextualizados donde el estudiante pudo observar la aplicabilidad del concepto en situaciones de la vida diaria y de su entorno, además se realizaron actividades fuera del aula de clases en las cuales ellos pudieron manipular y observar objetos acorde con la temática en estudio.

Para la realización de estas actividades tuvimos en cuenta los planteamientos de Piaget los cuales dicen que el proceso del desarrollo mental del estudiante surge de la experiencia y del accionar del sujeto con el objeto de estudio el cual les permite la construcción e incluso la reconstrucción de las representaciones internas producto de situaciones problemas percibidas en su entorno comprendidas de manera intuitiva.

Talleres de profundización:

Este taller se realizó con el fin de profundizar y generalizar el concepto de función cuadrática el cual le permitió al estudiante analizar e interpretar los diferentes tipos de desplazamientos de la función cuadrática en el plano cartesiano.

En el desarrollo de este taller notamos que los estudiantes fueron capaces de resolverlos sin mayor dificultad y prácticamente con muy poca orientación por parte de los docentes.

Lo anterior basado en la teoría de Felix Klein el cual dice que la matemática se desarrolla resolviendo problemas ya establecidos con métodos nuevos, ello provoca un doble efecto. Se comprende mejor las viejas cuestiones y se originan nuevos problemas. Se produce entonces una aplicación del horizonte matemático, progreso en la amplitud y también una profundización del mismo, progreso en profundidad por la adopción de nuevos puntos de vista que han debido adoptarse para resolver los problemas.

Para el desarrollo de la propuesta se diseñaron 7 talleres, los cuales se describen a continuación:

El Primer Taller. Trata de situaciones cotidianas en donde se pretende explorar los preconceptos acerca de relación, función y diferenciación entre las mismas.

El Segundo Taller. Trata de afianzar el concepto de función lineal a través de situaciones problemas, como preconceptos requeridos para el estudio de la función cuadrática.

El Tercer Taller. Es uno de los más representativos, por la participación directa de los estudiantes con la situación planteada el cual consiste en utilizar una cuerda de 100 metros de longitud para encerrar la mayor área posible de un lote de terreno, para cultivar. Con él se pretende darle mayor aplicabilidad a la temática, pero sobre todo indagar sobre conceptos como variables dependiente e independiente, variación de cambio, construcción y análisis de gráficas, y acciones como identificar, argumentar, predecir y corroborar.

El Cuarto Taller. Se pretende analizar sobre cómo el estudiante aborda una situación problema expresada por medio de una fórmula, en el se indaga sobre acciones con la construcción de gráficas a partir del cálculo de los pares ordenados, se verifica cuando un punto pertenece o no a la gráfica y se aborda una nueva situación a partir de la primera.

El Quinto y Sexto Taller. La situación planteada (muy cotidiana y actual para los estudiantes) que se propone, está representada por medio de fórmulas, con las que se pretende graficar y analizar la información que les pueda brindar dichas gráficas acerca de la variación con respecto a la posición en el plano bidimensional, además puedan realizar conjeturas y resolver cuestionamientos.

En general con el desarrollo de estos talleres se pretende que el estudiante observe el desplazamiento vertical y horizontal, (Arriba – Abajo, Derecha – Izquierda), respectivamente de la gráfica con respecto al origen.

El Séptimo Taller. Se diseñó con la finalidad de integrar los dos desplazamientos horizontal y vertical el cual le permite al estudiante observar la variación posicional dela gráfica en forma simultanea.

El uso de estas ayudas así como el análisis de las producciones de los talleres se constituyeron en un valioso soporte para la realización del análisis de la información recolectada.

5.4 PROCEDIMIENTOS

El procedimiento desarrollado en la ejecución del presente trabajo se subdivide en tres frases definidas a continuación.

- **Primera Fase. Indagación de Conocimientos Previos: En** esta primera fase se llevó a cabo una prueba exploratoria a los estudiantes con la finalidad de indagar sus conocimientos previos acerca de la temática a tratar, la cual consistió en cuestionamientos básicos sobre la variación y las estrategias que ellos desarrollan al solucionar un problema referente a relaciones funcionales entre variables.

  Los resultados obtenidos en dicha prueba se convirtieron en un valioso soporte para constatar las deficiencias de los estudiantes acerca de la variación y los diferentes contextos en la cual podemos encontrarla. Estos resultados se tienen en cuenta para el diseño de los talleres y actividades planeadas para el logro de los objetivos del trabajo.

- **Segunda fase. Desarrollo de los talleres y actividades: Luego** del diseño de los talleres, se lleva acabo la segunda fase de ejecución del trabajo la cual consiste en desarrollar las actividades planeadas con los estudiantes en el aula a fin de lograr los objetivos propuestos.

  Los talleres son desarrollados por sesiones de trabajo, cada una de estas sesiones comienzan con una introducción realizada por los docentes acerca de la situación problema a tratar, destacando el contexto de donde se origina y la importancia en el desarrollo de la temática. Es en esta fase de la ejecución donde se obtiene las informaciones de los resultados obtenidos que posteriormente son objetos del análisis e información por parte de los docentes.

Consideramos importante mencionar en la ejecución de esta fase el papel que jugaron tanto el estudiante como el docente en el desarrollo de los talleres.

5.4.1 Papel del Estudiante. Con una realización efectiva de las actividades de aprendizaje se pretende que el estudiante, fundamentado con una serie de explicaciones y operaciones provenientes de sus experiencias cognitivas previas y de los distintos contextos en los que éstas han sido desarrolladas, trate de confrontar con ayuda de los docentes, las situaciones problemas propuestos en cada taller con el objeto de construir el concepto de función cuadrática e interprete su representación gráfica.

El papel del estudiante en la realización del trabajo de aula se centra en que el estudiante pueda:

- Desarrollar el pensamiento variacional a partir de las actividades propuestas en el trabajo.
- Realizar conjeturas, argumentar, explicar el porque de ciertos cuestionamientos.
- Leer e interpretar situaciones problemas cercanos a su cotidianidad, escuchar y discutir ideas matemáticas con los demás en forma individual, en pequeños grupos y a nivel general.
- Plantear estrategias para el abordaje y solución de situaciones problemas.
- Adquirir destreza para el análisis de situaciones problemáticas.
- Adquirir y/o reforzar conocimientos acerca de la temática tratada.

Bajo estas perspectivas el estudiante, puede formar por sí mismo el conocimiento, en el sentido de que sea él quien formule, pruebe, confronte y construya modelos y conceptos.

En este caso: “El concepto de función cuadrática”. Otro aspecto fundamental en el desarrollo de los talleres lo constituye el lenguaje puesto que es a través de éste que el estudiante interactúa con el docente y otros estudiantes, puede construir significado y sentido a lo que hace, destacamos el papel del lenguaje como posibilitador de la comunicación y la construcción de conocimiento.

5.4.2 Papel del Docente. En este trabajo el docente es visto como facilitador del aprendizaje por lo cual es el encargado de propiciar a los estudiantes las situaciones didácticas significativas que le permitan utilizar sus conocimientos y experiencias previas.

En el desarrollo de los talleres, el docente está siempre listo para:

- Ofrecer una situación interesante en las circunstancias que se presente enmarcándolas dentro del programa de estudio correspondiente y que atiendan a los preconceptos de los alumnos.

- Presentar una serie de conceptos diferentes que muestren la misma temática y que permitan ampliar el campo de significados del concepto en cuestión.

- Aclara las ideas, afirmar los conceptos, proporcionar terminología y presentar la formalización requerida por el conocimiento temático establecido.

- A partir de preguntas, comentarios y sugerencias, guiar las discusiones de sus estudiantes, para que logren alcanzar las metas cognitivas definidas por el currículo.

- Animar las discusiones para crear conflictos cognitivos en los estudiantes.

- Estimularlos para que involucren en él, la resolución de las situaciones de aprendizaje.

- Plantear situaciones interesantes acorde con los estándares de competencias.

5.5 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Para el análisis de la información recolectada se tendrán en cuenta las acciones ocurridas en el trabajo del aula al desarrollar los talleres. Para ello consideramos pertinente tener presente las siguientes categorías de análisis:

- El compromiso asumido por los estudiantes para el desarrollo de las actividades propuesta en cada taller.

- Acciones de tipo interpretativo, argumentativo y propositivo realizado por los estudiantes en el desarrollo de las actividades.

- Niveles de significación y sentido logrado por los estudiantes a medida que se avanza con el desarrollo del trabajo de aula con respecto a la temática.

- Estrategias cognitivas y metacognitivas desarrolladas por los estudiantes para la resolución de las situaciones problemas propuestas en los talleres.

5.6 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

A continuación realizaremos la descripción de las acciones realizadas por los estudiantes al implementar las actividades diseñadas en el aula a los estudiantes de 9°

de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués, jornada matinal.

Inicialmente nos centraremos a describir las acciones ocurridas en el desarrollo del Taller #1, el cual fue diseñado con el objetivo de indagar y afianzar acerca de ideas y preconceptos de los estudiantes referentes a conceptos básicos de relación y función e identificar a través de situaciones cotidianas cuales de ellas corresponden a una relación funcional. El desarrollo del taller #1 se inicio presentándole a los estudiantes el material en fotocopias sugiriéndole que trataran de realizar y responder en forma individual las actividades y preguntas allí presentadas.

Anotamos a continuación el enunciado de la actividad No.1.

“Mediante diagramas de Venn, dibuje las siguientes situaciones”

a. Relación hijo – madre del grado 9°.
b. Relación valoración tercer periodo de matemáticas – estudiantes del grado 9°.
c. Relación estudiante – edad, alumnos de 9°.
d. Relación asignatura – docente jornada matinal (INEITEA).
e. Relación Capitán – Cabildos de Sampués.

El grupo de estudiantes muestra gran interés en realizar la actividad por lo que ellos comentaron que son situaciones cotidianas y además asumieron la actividad con responsabilidad.

En virtud de lo anterior los docentes invitan a los estudiantes a realizar la actividad, los cuales no tuvieron inconvenientes en resolverla por lo que se pudo observar que la mayoría de los estudiantes manejan la asociación de elementos de un conjunto con otro.

Avanzamos en al actividad No.2 en donde se hace una serie de interrogantes cuya pregunta central es “¿Será posible encontrar en el curso dos parejas con primer elemento igual y segundo diferente?”.

Algunos estudiantes presentan dificultad en el desarrollo de los interrogantes, lo que motiva a los docentes a intervenir diciendo:

“Traten de responder observando el diagrama de Venn” los estudiantes prosiguen y después de 20 minutos aproximadamente los docentes consideran que es el momento para confrontar o socializar cada uno de los interrogantes de la actividad confrontando las respuestas de los estudiantes con los aportes dados por los docentes. De las intervenciones hechas por los estudiantes se puede decir que la gran mayoría de ellos pueden dar con claridad las respuestas de cada interrogante; teniendo en cuenta los avances presentados por los estudiantes. Los docentes consideran conveniente dar la definición de función así: Dados dos conjuntos no vacíos A y B, se llama función de A en B a cualquier asociación que permita asignar a todo elemento que pertenece a A uno y solo un elemento que pertenezca a B.

Con la anterior definición y la confrontación de las ideas adquiridas en la Actividad No.1, los alumnos aclararon el concepto de función lo que les permitió hacer aportes e intervenciones tales como:

Todo elemento del conjunto A debe tener un solo compañero en el conjunto B, otro estudiante complemento que también se da que dos elementos de B tienen un mismo compañero en A, lo que nos permitió sugerir que tuviera en cuenta la definición, de acuerdo a esta sugerencia otro estudiante dijo que dos elementos del conjunto A podrían tener como compañero el mismo elemento del conjunto B y esto sí cumplía con la definición de función.

En general los estudiantes pudieron identificar las condiciones que deben cumplir una relación para que sea función.

El desarrollo del taller No.2 tiene como finalidad afianzar el concepto de función lineal a través de situaciones cotidianas, para ello se plantea la siguiente situación:

“La siguiente tabla de datos nos muestra la distancia recorrida por una persona caminando de una vereda a otra en un tiempo determinado”.

T(h)	0	1	2	3	4	5
D (Km)	0	4	8	12	16	20

Presentada la tabla anterior los estudiantes de manera individual prosiguen a ubicar las parejas ordenadas en el plano cartesiano y trazan la gráfica sin ninguna dificultad lo que permite seguir avanzando en el desarrollo del taller, planteándole el siguiente interrogante ¿como completarías la tabla anterior en el caso que la persona siga avanzando?

T(H)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
D(KM)	0	4	8	12	16	20						

El grupo de estudiante presentó gran expectativa sobre la situación, lo cual no le fue difícil encontrar los valores de la distancia hasta t = 10h. Pero, observamos que para t = 20h, algunos estudiantes encontraron un distancia de 44 Kms lo que permitió a los docentes intervenir aclarando que la distancia recorrida depende del tiempo transcurrido.

Los estudiantes atendiendo esta sugerencia completaron la tabla. Finalmente se le presentaron los valores de la tabla de la siguiente forma:

F (0) = 0

F (1) = 4

F (2) = 8

F (3) = 12

F (4) = 16

F (5) = 20

.

.

.

F (n) = ?

Aclarando que el número dentro del paréntesis corresponde al tiempo transcurrido y el otro número a la distancia recorrida se formula el siguiente interrogante ¿Cuánto es F(n)?.

Dar respuesta a este interrogante generó entre los estudiantes algunos comentarios y preguntas como: ¿Qué debemos hacer para encontrar f(n)? ¿Qué quiere decir f(n)? ¿f(n) es un numero? Teniendo en cuenta estas inquietudes los docentes intervinieron diciendo que el aumento de la distancia es constante a medida que transcurre el tiempo y para hallar f(n) se debe tener en cuenta ese aumento.

En conclusión en desarrollo del taller se pudo observar que los estudiantes presentan dificultad para dar una expresión generalizada.

El desarrollo del taller #3 se tornó muy interesante puesto que se le pidió a los estudiantes traer una cuerda de 100 metros de longitud y una cinta métrica de sus casas para el desarrollo de la actividad. Con los estudiantes nos trasladamos a un campo abierto donde el interés mostrado por ellos fue satisfactorio para el desarrollo de la actividad que a continuación se describe así:

Se conformaron 5 grupos de 6 estudiantes y se les pidió a cada grupo de manera simultánea que encerraran un lote de terreno de forma rectangular, cuyo perímetro se mantenga de 100 metros de longitud, tomando inicialmente un metro de ancho. Continuando con la actividad se les pide a los estudiantes que aumenten el ancho de uno en uno hasta donde les sea posible, esta información fue recolectada en una tabla de datos.

Esta actividad fue realizada de forma dinámica y participativa y los alumnos mostraron una mayor motivación puesto que ésta se realizó al aire libre donde cada una de ellos se involucraron en el trabajo, realizando acciones como: medición, manipulación, construcción de tablas, observaciones y comentarios. Entre los comentarios tenemos los siguientes:

- ¡El ancho es igual al largo!
- ¡El ancho se vuelve largo!

Recolectada la información los estudiantes pasaron al salón para continuar con el desarrollo de la actividad donde teniendo en cuenta la guía del taller, hallaron el área correspondiente de cada una de las variaciones de las dimensiones del lote, realizaron una tabla del largo con respecto al área para graficar estos valores e identificar las variables dependiente e independiente.

Se evidenció, que los estudiantes a través de la aplicación del taller no le fue difícil responder las siguientes preguntas:

¿Qué dimensiones debe tener el lote para obtener el área máxima?
¿Qué forma tiene el lote cuando encierra el área máxima?
¿Cuál es el área máxima del lote?
¿Cuál es el punto máximo en la gráfica y su relación con las dimensiones del terreno?
Generalmente podemos concluir que a partir de una situación cotidiana y contextualizada se hace más significativo el aprendizaje del estudiante, evidenciado en la motivación, interés, participación y confrontación de ideas entre ellos, lo que les permitió observar la aplicabilidad de la función cuadrática en una situación práctica.

El taller #04 demandó menos tiempo para su desarrollo por parte de los estudiantes, pues indagar una situación problema a partir de una formula es lo que usualmente ellos resuelven. Se notó una mayor apropiación del concepto de función cuadrática y el afianzamiento para la solución de situaciones problemas de este tipo.

Las actividades de los talleres #5 y #6 se tornaron muy fundamentales para el desarrollo del pensamiento variacional puesto que las situaciones allí planteadas están diseñadas para que el estudiante, además de graficar, observe el desplazamiento vertical y horizontal (arriba – abajo, derecho - izquierdo) de las gráficas en un mismo plano cartesiano.

A los estudiantes les pareció importante el comportamiento de la función cuadrática en lo que se refiere a sus distintas posiciones, puesto que pudieron darse cuenta que la gráfica de la función cuadrática es única y que a partir de $f(x)=x^2$ cambia su posición dependiendo de la constante y su amplitud dependiendo del coeficiente de variación.

El taller #7 se desarrolló satisfactoriamente para afianzar la temática en estudio, reforzando la interpretación de situaciones problemas para la realización de conjeturas, predicciones y soluciones de preguntas específicas. De igual forma se generalizan las situaciones planteadas en los talleres #5 y #6 para una mayor comprensión del estudio de la función cuadrática, pues los estudiantes pudieron observar y analizar los diferentes desplazamientos que se dan de forma simultanea.

Haciendo un análisis general del desarrollo de los talleres, se observó que al principio los estudiantes esperaban las indicaciones de los profesores para llevar a cabo las actividades, aspecto que se fue superando en la medida que fue transcurriendo la convivencia con ellos y la motivación por realizarlas se fue incrementando progresivamente.

Entre las dificultades encontradas a los estudiantes en el desarrollo de las actividades se mencionan las siguientes:

- Representar e interpretar graficas en el plano cartesiano.

- Al momento de identificar patrones y expresiones algebraicas.

- Al modelar y aplicar matemáticamente situaciones problemas usando el concepto de función cuadrática.

- El uso del lenguaje matemático es bastante deficiente, muchas veces los docentes tenían que adivinar lo que querían decir en sus diversas intervenciones.

- Algunos estudiantes se sentían inseguros para abordar las situaciones problemas y esperaban que los otros empezaran o las instrucciones de los profesores para después ellos abordarlas.

De igual forma se encontraron aspectos positivos que hicieron provechosa la culminación de los talleres:

- La motivación y el interés que mostraron los estudiantes en el desarrollo de actividades innovadoras y significativas.

- La predisposición por parte de los estudiantes por afianzar sus conocimientos sobre la temática.

Para una mayor síntesis e interpretación de la función obtenida observemos las siguientes tablas:

ANALISIS DE PRUEBAS DIAGNOSTICAS

DIFICULTADES PRESENTADAS EN:	DESCRIPCION	VALORACION (%)	
		SI	NO
Representar e interpretar graficas	En términos generales los alumnos presentaron dificultades al momento de representar e interpretar graficas	80	20
Modelar y aplicar	Los estudiantes presentaron dificultad dado que al abordar una situación concreta se le dificultó llevarla a un lenguaje matemático y plantear posibles soluciones	70	30
Identificar patrones y generalizar	La mayoría de los estudiantes presentaron dificultad para identificar patrones en una expresión algebraica y generalizarla	97	3

DIFICULTADES DETECTADAS EN:	ESTANDAR	ANTES		DESPUÉS	
		SI	NO	SI	NO
Representar e interpretar graficas	Analizar en representaciones graficas cartesianas lo comportamientos de cambio de funciones polinómicas	80	20	33	67
Modelar y aplicar	Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas	70	30	18	82
Identificar patrones y generalizar	Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera	27	3	38	62

TABLA COMPARATIVA

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

A partir de la propuesta educativa planteada y atendiendo el análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo del trabajo se concluyó:

Mediar los conceptos matemáticos a partir de la resolución de situaciones problemas planteados teniendo en cuenta los estándares de calidad, incrementa la motivación en la medida en que favorece el compromiso de los estudiantes, evidenciado en el desarrollo de cada taller al realizar preguntas, aportes y sugerencias; promueven el aprendizaje significativo al propiciar el contacto con situaciones de la realidad en la medida que cada taller muestra una situación donde el estudiante confronta sus ideas para resolverlas; estimula la reflexión sobre el propio aprendizaje e incentiva el pensamiento crítico, creativo y reflexivo.

El diseño adecuado de las situaciones problemas para mediar la construcción de un nuevo concepto, debe ser responsabilidad del docente. El docente debe crear ambientes generadores de confrontación, de discusión, de análisis, que despierten el interés del estudiante por aprender. Estas situaciones problemas deben mostrarle al estudiantes la importancia y utilidad de la temática para su vida a fin de formarlo integral y competente a las nuevas exigencias de la sociedad. Una situación problema bien escogida puede propiciar los espacios para indagar varios conceptos a la vez relacionándolos y aplicándolos en la solución de dichas situaciones.

El conflicto cognitivo generado en el aula de clases y la comunicación, hacen parte escencial en la mediación de un concepto, promueve las diversas acciones cognitivas en los estudiantes, haciéndolos dudar de lo que saben, confrontando sus propias ideas con los demás, creando ambiente favorable para el discurso, el debate, la interpretación y comprensión de hechos en el aprendizaje.

Indagar sobre el concepto de función cuadrática y su representación en diferentes contextos en el cual podemos encontrarla inmersa (maximización, el estudio matemático de la variación, estudio de fenómenos de variación en escenarios de la física) permite a los estudiantes adquirir progresivamente la comprensión del concepto, así como el desarrollo de su capacidad para representar y analizar situaciones problemas de cambio mediante modelos matemáticos y gráficas apropiadas, favoreciendo en ellos el desarrollo del pensamiento variacional.

Hablando de función cuadrática, concluimos que por medio de la resolución de situaciones problemas innovadoras, el ambiente que nos brinda y la motivación e interés para desarrollar las actividades propuestas, los estudiantes:

- Identificaron el concepto de función cuadrática, variable (dependiente e independiente), constante, relación funcional, tablas y gráficas en una situación problema.

- Reconocieron la importancia y la utilidad de la función cuadrática en la resolución de situaciones problema de la vida cotidiana.

- Mediante la resolución de problemas asociados al cambio, realizaron conjeturas, predicciones, cálculos y análisis de situaciones cambiantes.

- Reconocieron que la función cuadrática no es solo una gráfica o una fórmula, si no que es uno de los conceptos más importantes al indagar sobre la variación y el cambio.

A manera de conclusión general, el inicio y afianzamiento del desarrollo del pensamiento variacional en la escuela, permite a los estudiantes entender aquellas situaciones cambiantes, realizar acciones como predecir, comprobar deducir, formular y generalizar, comprender representaciones gráficas entre cantidades variables; desarrollando así, su manera de pensar y afrontar diversas situaciones que se presenten en su diario vivir, conduciéndola a ser una persona crítica, analítica y reflexiva como lo sugiere los estándares curriculares de calidad.

6.2 RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta las experiencias vividas y las conclusiones generales de esta propuesta didáctica sugerimos las siguientes recomendaciones:

- Utilizar la resolución de situaciones problemas dentro y fuera del salón de clases, como mediadoras en el acercamiento y comprensión de los conceptos matemáticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

- Sugerimos darle prioridad a la construcción y comprensión de los conceptos más que al solo hecho de transmitir contenidos por cumplir rigurosamente una programación establecida en un tiempo determinado; sin importar que el estudiante aprenda significativamente dichos conceptos.

- Se le sugiere al docente escoger minuciosamente las situaciones problemas que desea desarrollar en clase, las cuales no deben ser muy ajenas a la realidad de los estudiantes y no dejarlas para el final de una temática pues muchas veces son muy útiles para introducir un concepto.

- A pesar de lo provechoso del trabajo para los estudiantes y profesores consideramos que se puede seguir indagando sobre la temática en cuestión. El tiempo y disponibilidad dada por las instituciones educativas pueden convertirse en obstáculos para profundizar sobre ellas.

- Sugerimos a las instituciones educativas incluir en su currículo de matemáticas la resolución de situaciones problemas, las cuales se convierten en un medio propicio para activar la motivación de los estudiantes, propiciando en ellos la capacidad de crear estrategias para resolver problemas de la vida cotidiana.

- Recomendamos a la Universidad de Sucre, apoyar e incentivar tanto a estudiantes como a docentes el desarrollo de este tipo de investigaciones en el aula, las cuales brindan un aporte significativo para mejorar la calidad educativa en el país.

BIBLIOGRAFÍA

ACHICANOY, Rodrigo y otros. Construcción de sistemas numéricos y de medición: Asociación Anillo de Matemáticas. Santafé de Bogotá. 1997.

AGUILLÓN BAUSTISTA, David y FLORES CRISOLOGO, Dolores. Un estudio sobre la habilidad de recodificar el lenguaje variacional. Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. México.

ANAYA, Diana y otros. Estrategias de mejoramiento para la formación del docente que da respuestas a las necesidades educativas especiales de los estudiantes en el aula regular. 1997.

AZCARATE, Carmen y DEULOFEU, Jordi. Funciones y gráficas.

CHENELLO, Graciela. La matemática y su didáctica, nuevos y antiguos debates. Buenos Aires: AIQUE, 1994.

PORTECA, Luis Enrique. Plan de estudio del área de matemática. San Andrés de Sotavento – Córdoba, 2002.

FLORES CRISOLOGO, Dolores. Desarrollo del pensamiento en situaciones escolares. Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. México.

DUVAL, Raymond. Semiosis y pensamientos humanos. Universidad del Valle, 1999.

GANDINO, Alfredo. Las operaciones aritméticas, los niños y la escuela: Magisterio del Rió de la Plata. Buenos Aires – República de Argentina. 1996.

MESA, Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. MEN. Santafé de Bogotá. 1997.

POYLA, George. Cómo plantear y resolver problemas; serie de matemáticas. México: Trillas, 2001.

ROJAS, Pedro Javier y otros. La transición aritmética – álgebra. Universidad Distrital de Caldas, Colciencias. Santafé de Bogotá D.C. 1997.

VASCO, Carlos. Seminario internacional de matemáticas y nuevas tecnologías realizado en Bogotá en el mes de Mayo de 2002.

VIGOSKY, Lev. Pensamiento y lenguaje. Ediciones Paidos Ibérica S.A. Barcelona.

ZULUAGA, Carlos. La resolución de problemas, en: Revista El Educador NC 28.

Memorias del III Encuentro de Matemática Educativa. Santa Marta – Colombia, Octubre de 2001.

MEN. Matemáticas. Lineamientos curriculares, áreas obligatorias y fundamentales. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 1998.

Serie publicaciones para maestros. Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas – TIMSS – Colombia. MEN.

TORRES, María Eugenia; Cantero R, FABERTH Alberto, DIAZ Celis, CENTENO Gustavo, Dirección Editorial DIAZ Gonzalo. Pensamiento Matemático de 9º.

ANEXOS

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.1

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____
Fecha: ______________________
Grado: ______________________

Estándar. Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Objetivos. Afianzar los conceptos de relación y función mediante situaciones cotidianas para facilitar el trabajo con función lineal y cuadrática.

ACTIVIDAD No.1

Mediante diagramas de Venn, dibujar las siguientes situaciones:

a. Relación hijo – madre del grado noveno.
b. Relación valoración tercer periodo de matemáticas – estudiantes del grado noveno.
c. Relación estudiante – edad del grado noveno.
d. Relación asignatura – docente jornada matinal (INEITEA).
e. Relación Capitán – Cabildo de Sampués.

ACTIVIDAD No.2

Elabore una lista de cinco parejas ordenas (hijos, madre) de los estudiantes del grado noveno. Por ejemplo (Juan, Maria).

a. ¿Existen dos parejas de la lista anterior con primer elemento igual y segundo elemento diferente?

b. ¿Será posible encontrar en el curso dos parejas con primer elemento igual y segundo diferente? Explique su respuesta en caso de dar un ejemplo.

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

Dados dos conjuntos no vacíos A y B, se llama función de A en B a cualquier asociación que permita asignar a todo elemento que pertenece a A uno y solo un elemento que permanezca a B.

ACTIVIDAD No.3

a. De los ejemplos dados en la Actividad No.1 cuáles corresponden una función.

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.2

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____
Fecha: ______________________
Grado: ______________________

Estándar. Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

Objetivos. Afianzar el concepto de función lineal a través de situaciones cotidianas.

1. La siguiente tabla de datos muestra la distancia recorrida por una persona caminando de una vereda a otra en un tiempo determinado.

T(h)	0	1	2	3	4	5
D(Km)	0	4	8	12	16	20

a. Realice la gráfica de la tabla anterior.
b. En caso de que la persona siga avanzando, como completarías la tabla.

T(h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
D(Km)	0	4	8	12	16	20						

c. De acuerdo con la tabla ¿Qué le sucede a la distancia a medida que avanza el tiempo?

c. Los valores dados en la tabla los podeos escribir de la forma

F(0) = 0

F(1) = 4

F(2) = 8

F(3) = 12

F(n) =

El número dentro del paréntesis corresponde al tiempo y el otro número corresponde a la distancia; ¿Cuánto es f(n)?

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.3

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____

Fecha: ______________________

Grado: ______________________

Estándar. Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.

Objetivos. Introducir el concepto de función cuadrática a través de una situación problema contextualizada.

ACTIVIDAD

1. Con una cuerda de 100 m encerrar una porción regular de un lote de terreno para cultivar cuyo perímetro debe mantenerse constante, de tal forma que en el se pueda cultivar la mayor cantidad de plantas.

PROCEDIMIENTOS

a. Ubicar un lote de terreno de 100 metros de perímetro.
b. Medir el largo y ancho del lote iniciando con un metro de ancho.
c. Variar cada uno de las dimensiones del lote, de tal forma que el ancho aumente de metro en metro.
d. Construir una tabla teniendo en cuenta el ancho y el largo.

e. Hallar el área de cada una de las variaciones del lote.
f. Construir una tabla teniendo en cuenta el área y el largo.
g. Hacer una gráfica de los datos obtenidos en la tabla anterior.
h. Ubicar el punto máximo en la gráfica y relacionarlo con las dimensiones del terreno.
i. Identificar la variable dependiente e independiente.
j. ¿Qué dimensiones debe tener el lote para obtener el área máxima?
k. ¿Qué forma tiene el lote cuando encierra el área máxima?
l. ¿Cuál es el área máxima?

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.4

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____

Fecha: ______________________

Grado: ______________________

Estándar. Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas.

Objetivos. Modelar situaciones de variación mediante la manipulación de una fórmula dada para afianzar el concepto de función cuadrática.

ACTIVIDAD

Al tirar una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 metros por segundo, su altura d(t) (expresada en metros) después de t segundos viene dada para la fórmula:

$$d(t) = 40t - 5t^2$$

a. ¿Qué significa la expresión $d(t) = 35$?
b. Construye una tabla de valores que dé la altura de la piedra a intervalos de un segundo.

c. Dibuja la gráfica ¿Qué pasa después de t=8 segundos?
d. ¿Es (15,47) un punto de la gráfica? Explica.
e. ¿Cuáles son los intervalos de variación de las variables involucradas en la situación?
f. ¿Cuál es la altura máxima de la piedra? ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzarla?
g. ¿Cuánto tiempo tarda en volver al suelo?
h. Escribe la expresión de velocidad media entre los tiempos t_1 y t_2.
i. Calcula la velocidad media durante la subida y la velocidad media durante la bajada. Comenta los resultados.
j. Calcula la velocidad media entre t = 1 segundo y t = 3 segundos; entre t = 5 y t = 7 segundos.

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.5

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____

Fecha: _______________________

Grado: _______________________

Estándar. Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera.

Objetivo. Representar en el plano cartesiano funciones cuadráticas para observar el tipo de variación que se da con respecto a una función dada.

ACTIVIDAD

a) Trazar la gráfica de f(x), g(x) y h(x) en un mismo plano cartesiano.

I) $f(x) = x^2$.

II) $g(x) = x^2 + 4$

III) $h(x) = x^2 – 4$

I) $f(x) = x^2$

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

II) $f(x) = x^2 + 4$

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

III) $f(x) = x^2 - 4$

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

Observa y analiza las gráficas anteriores y responde las siguientes preguntas:

b) ¿Qué le ocurre a la gráfica de $f(x) = x^2$ cuando se le adiciona o resta cuatro?

c) ¿Qué le ocurre a la ordenada de $g(x) = x^2 + 4$ y $h(x) = x^2 – 4$ con respecto a la ordenada de $f(x) = x^2$?

d) ¿En qué varía la gráfica de $g(x) = x^2 + 4$ y $h(x) = x^2 – 4$ con respecto a la gráfica de $f(x) = x^2$.

e) ¿Qué clase de desplazamiento observas en las gráficas y de qué está dependiendo?

f) Escribe la función de tal manera que generalice lo que observas en su desplazamiento.

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.6

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____

Fecha: ________________________

Grado: ________________________

Estándar. Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera.

Objetivo. Afianzar la comprensión de los cambios de variación que se dan en las gráficas de las funciones cuadráticas con respecto a una función específica.

ACTIVIDAD

a) Trazar las siguientes gráficas en un mismo plano cartesiano.

I) $f(x) = x^2$
II) $g(x) = (x+2)^2$
III) $h(x) = (x-2)^2$

I) $f(x) = x^2$

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

II) $g(x) = (x+2)^2$

X	0	1	2	-1	-2	-3	-4
Y							

III) $h(x) = (x-2)^2$

X	0	1	2	3	4	5	6
Y							

$f(x) = x^2$ (0,0), (1,1), (2,4), (-1,1), (-2,4).

$g(x) = (x+2)^2$ (-2,0), (-1,1), (0,4), (-3,1), (-4,4).

$h(x) = (x-2)^2$ (2,0), (3,1), (4,4), (1,1), (0,4).

b) Observa y analiza con ayuda de las gráficas las parejas ordenadas de cada una de las funciones y qué puedes decir acerca de las abscisa y ordenada de las funciones con respecto a la función $f(x) = x^2$.

c) Si se dice que las gráficas son iguales, qué explicación le darías a tal afirmación.

d) Según lo que observas al graficar las funciones $g(x) = (x+2)^2$ y $h(x) = (x-2)^2$ con respecto a $f(x) = x^2$, en qué varían dichas gráficas y qué nombre le darías a dicha variación.

e) Tomando como referencia la posición de la función $f(x) = x^2$ en el plano cartesiano. ¿es posible graficar las demás funciones a partir de ellas?. Explica.

f) Escribe en términos generales la función cuadrática con respecto a $f(x) = x^2$ que varíe según su posición.

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

TALLER No.7

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués (INEITEA)

Nombre del Alumno: ____

Fecha: _______________________

Grado: _______________________

Estándar. Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones polinómicas.

Objetivos. Analizar y comprender los tipos de variación que se dan en las funciones cuadráticas escritas de manera general.

ACTIVIDAD

a) Trazar la gráfica de la función:

I) $f(x) = x^2$

II) $g(x) = 3(x+1)^2 + 2$

III) $h(x) = 3(x-1)^2 – 2$

I) $f(x) = x^2$

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

II) $g(x) = 3(x+1)^2 + 2$

X	0	1	2	-1	-2	-3	-4
Y							

III) $h(x) = 3(x-1)^2 – 2$

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
Y							

Observa cada una de las gráficas y responde:

b) ¿Qué tipo de desplazamiento observas en las gráficas de las funciones: $g(x) = 3(x+1)^2 + 2$ con respecto a función $f(x) = x^2$.

c) Es posible graficar cualquier función cuadrática tomando como referencia la gráfica de $f(x) = x^2$ a partir de traslaciones.

d) Si escribimos la función g(x) en términos generales así: $g(x) = a(x+h)^2 + k$. ¿Qué nos indica la constante h y la constante k con respecto a la gráfica $f(x) = x^2$?

e) ¿Qué concluyes acerca de la posición de la gráfica cuando en términos generales las constantes h y k tienen las siguientes condiciones:

- $h>0, k>0$
- $h<0, k<0$
- $h>0, k<0$
- $h<0, k>0$

EVIDENCIA DE UNA DE LAS PRÁCTICAS DE CAMPO

9º GRADO INEITEA – 2006

EVIDENCIA DE UNA DE LAS PRÁCTICAS DE CAMPO

9º GRADO INEITEA – 2006

EVIDENCIA DE UNA DE LAS PRÁCTICAS DE CAMPO

9º GRADO INEITEA – 2006