

NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO SEGÚN VAN HIELE EN
ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO DE LA CONCENTRACIÓN ESCOLAR
SIMÓN ARAUJO DE SINCELEJO, SUCRE:
UN ESTUDIO EXPLORATORIO

ANGARITA CARRASCAL KAREL
DANCUR REYES ENNYS ELENA

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO, SUCRE

2002

**NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO SEGÚN VAN HIELE EN
ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO DE LA CONCENTRACIÓN ESCOLAR
SIMÓN ARAUJO DE SINCELEJO, SUCRE:
UN ESTUDIO EXPLORATORIO**

**ANGARITA CARRASCAL KAREL
DANCUR REYES ENNYS ELENA**

Trabajo final presentado para optar al título de Licenciado en Matemática

**DIRECTOR
MARCOS BETÍN**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACION Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FISICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO, SUCRE**

2002

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	5
1. JUSTIFICACIÓN	8
2. OBJETIVOS	11
2.1 OBJETIVO GENERAL	11
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
3. PROBLEMA	12
3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	12
4. MARCO TEÓRICO	17
4.1 ANTECEDENTES	17
4.2 BASES TEÓRICAS	18
5. METODOLOGÍA	33
6. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA DE LAS RESPUESTAS DE CADA ESTUDIANTE A LA PRUEBA FINAL	45
7. CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS	86
8. CONCLUSIONES	89
9. RECOMENDACIONES	90
10. BIBLIOGRAFÍA	91
ANEXOS	92

INTRODUCCIÓN

Con la aparición en Colombia de los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas se recoge la necesidad, expresa de manera explícita en otros ámbitos, de hacer a un lado el énfasis en el desarrollo de contenidos (no quiere decir esto que los contenidos no sean importantes, sólo que se consideran no como el fin sino como un medio para desarrollar el pensamiento) y pasar al desarrollo de pensamientos, en particular de la necesidad de desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes así como de la importancia del conocimiento del espacio y la necesidad de desarrollar habilidades geométricas como la: Visual, Verbal, Dibujo, Lógica y Aplicada en los estudiantes (ya en el ámbito mundial algunos investigadores como Hoffer (1981) venían hablando de esto); habilidades y pensamientos que para ser desarrollados requieren del estudio de la geometría plana.

Sin embargo “durante mucho tiempo se ha podido observar que los temas de geometría en la mayoría de las instituciones no se desarrolla completamente debido a que ésta se deja para ser tratada en los capítulos finales y muchas veces por falta de tiempo, se omite. También se ha podido detectar que un gran número de docentes insiste en enseñar la geometría desde un enfoque tradicional, planteando y realizando demostraciones a dos columnas, privilegiando una

prematura inmersión en axiomatización y en demostraciones pocas veces comprendidas por los estudiantes, los cuales para aprenderlas recurren a la memorización, sin lograr aprendizajes significativos de los mismos con una comprensión del tema apenas mínimo”¹.

Ahora bien, como plantea Cecilia Barón Pérez, “La necesidad de estudio de la geometría no implica volver a la geometría a la manera de Euclides, con listados de axiomas, teoremas y demostraciones que aunque no se comprenden es necesario memorizar, pues las investigaciones desde la psicología y la Educación Matemática coinciden en la inconveniencia de una presentación axiomática en los niveles de educación básica”²

Una alternativa a esto puede ser que los docentes afronten la enseñanza de la geometría desde varias perspectivas, diseñando propuestas didácticas o modelos de enseñanza, fruto de la investigación en el aula, orientadas a posibilitar la comprensión por parte de los estudiantes de los conceptos a tratar.

Uno de los modelos de enseñanza de la geometría, quizás el de mayor renombre es el realizado por los esposos holandeses Pierre Marie y Dina Van Hiele cuyo inicio se remonta a los años cincuenta y tiene por nombre “**MODELO DE VAN HIELE**”; el cual ayuda a los docentes a conocer el nivel de razonamiento

¹ ASOCOLME. Memoria Segundo Encuentro Matemáticas Educativas. Bogotá, 2000

geométrico en que se encuentran los estudiantes y así poder realizar actividades tendientes a desarrollar el pensamiento geométrico en ellos.

En el presente trabajo se elabora un modelo de prueba que nos posibilite establecer el nivel de razonamiento geométrico en que, según el modelo de Van Hiele, se encuentran diez estudiantes del grado octavo A de La Concentración Escolar Simón Araujo de la ciudad de Sincelejo, respecto a la identificación y clasificación de polígonos. Se ha escogido la temática de identificación y clasificación de polígonos puesto que es interés en el nivel de educación básica y en el cual, según las investigaciones en Educación Matemática ofrecen problemas a los estudiantes.

El trabajo se ha estructurado de la siguiente manera: El primer capítulo de este trabajo hará referencia a los preliminares, el segundo capítulo a los aspectos teóricos del modelo de Van Hiele, en el tercer capítulo se describirá el proceso metodológico seguido para la construcción de la prueba. Y el cuarto capítulo comprenderá el análisis de los resultados obtenidos, las conclusiones y recomendaciones de dicho análisis.

² BARON CECILIA et al. Proyecto Curricular de Licenciaturas en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, 1994.

1. JUSTIFICACIÓN

Cualificar el servicio educativo demanda esfuerzos de la comunidad asociada al mismo, en especial del cuerpo docente. Posibilitar en el estudiante el desarrollo de competencias, como la comunicativa, implica cambios en el actuar docente a nivel del aula.

En Matemáticas, los lineamientos curriculares para el área, plantean la necesidad de posibilitar el desarrollo del razonamiento en los estudiantes, así como en geometría el desarrollo del pensamiento espacial. Esto hace necesario que cada día los docentes pongan a prueba estrategias didácticas fruto del trabajo investigativo que puedan realizar en el aula y de las experiencias de investigadores y educadores matemáticos.

“El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud la evolución del desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar³”.

³ MEN . Lineamientos Curriculares En Matemáticas . Bogotá, 1.998 . Pag 58.

De acuerdo con el modelo de Van Hiele, el nivel de razonamiento geométrico es uno de los factores determinantes de las relaciones matemáticas, incluida la geometría, que el estudiante alcance a comprender y aunque no es posible enseñar al estudiante a razonar en determinado nivel, es posible con la realización de actividades apropiadas propiciarle la forma de alcanzarlo.

Por todo lo anterior y en vista de que en el medio se implementan metodologías de enseñanza, como la tradicional⁴, que muchas veces no tienen en cuenta el estado cognitivo⁵ del estudiante, se propone el presente trabajo de investigación.

Se considera importante adelantar este trabajo porque:

- En los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas se plantea “que el desarrollo del pensamiento espacial es esencial para el desarrollo del pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular la información en el aprendizaje y en la resolución de problemas sobre ubicación, orientación y distribución de espacios”.

⁴ Entendida la enseñanza tradicionales como a aquella en que se privilegia :

- Centrarse en los contenidos.
- Considerar que los objetos matemáticos están dados, existen por fuera de la razón y por lo tanto la función docente ha de limitarse a proponer estrategias que permitan recorrer el camino para llegar a ellos.
- No interesarse, ni tener en cuenta las interpretaciones que pueden tener los alumnos sobre los objetos matemáticos.

⁵ Entendido como el desarrollo conceptual construido por los estudiantes en un tiempo determinado y respecto a una temática específica.

- Conocer el nivel de razonamiento geométrico del estudiante, según Van Hiele, es útil para que a partir del conocimiento que se tenga del mismo, se puedan crear estrategias que permitan desarrollar en forma progresiva el pensamiento espacial de dichos estudiantes.

Es pertinente porque:

- Atiende a alcanzar los objetivos que plantea el M.E.N. en los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas con lo relacionado al desarrollo del pensamiento geométrico.

Se considera que este trabajo es viable puesto que existe la disposición del grupo investigador, los argumentos teóricos y las herramientas pedagógicas, económicas necesarias para su elaboración.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar un modelo de prueba para establecer el nivel de razonamiento geométrico en que, según el modelo de Van Hiele, se encuentran 10 estudiantes de octavo grado de la Concentración Escolar Simón Araujo de la ciudad de Sincelejo, con relación a la identificación y clasificación de polígonos.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Elaborar dos (2) pruebas pilotos basadas en el modelo de Van Hiele con relación a la identificación y clasificación de polígonos.
- Describir y analizar los resultados obtenidos en las pruebas.
- Determinar el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran diez estudiantes de La Concentración Escolar Simón Araujo con base en la aplicación de la prueba.

3. PROBLEMA

Espacios de dificultad relacionados con la identificación y clasificación de polígonos en diez estudiantes de octavo grado de La Concentración Escolar Simón Araujo.

3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Entre los fines planteados en la Ley General de Educación, 1994, está “formar ciudadanos con capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezcan el avance científico y tecnológico nacional, con la participación en la búsqueda de alternativas de solución de problemas, y el progreso social y económico del país”, así como “formar ciudadanos que tengan la capacidad de crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo”.

Por tal razón se espera que el trabajo a nivel de las áreas fundamentales, propicie el desarrollo de pensamientos y competencias que le posibiliten al hombre abordar los retos que le plantea la sociedad actual.

En Matemáticas los lineamientos curriculares proponen el desarrollo del pensamiento, en particular el desarrollo de pensamiento espacial, “para ello HOWARD GARDNER en su teoría de las múltiples inteligencias, considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que este es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial, la cual es necesaria en la mayoría de las profesiones científicas y técnicas (lineamientos curriculares para el área de Matemáticas, página 56).

La propuesta de renovación curricular enfatiza en la geometría activa como una alternativa para reestablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio.

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales.

En la propuesta de estándares curriculares para el área de Matemáticas elaborados por el M.E.N. se establece que “el pensamiento espacial y los sistemas geométricos deben permitir a los estudiantes examinar y analizar las propiedades de los espacios bidimensional y tridimensional, así como las formas y figuras geométricas que se hallan en ellas. De la misma manera debe proveer las herramientas tales como el uso de transformaciones, traslaciones y simetrías para realizar situaciones matemáticas. Los estudiantes deberán desarrollar la capacidad de presentar argumentos matemáticos acerca de relaciones geométricas, además de utilizar la visualización, el razonamiento espacial y la modelación geométrica para resolver problemas”.

Entre los propósitos para el pensamiento espacial y sistemas geométricos en el grado octavo se encuentran:

- Reconoce ángulos adyacentes.
- Comprende el concepto de congruencia de dos o figuras geométricas así como las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva de la congruencia.
- Reconoce simetría rotacional, sus componentes y propiedades.
- Identifica y clasifica los polígonos y sus partes y deduce sus propiedades fundamentales.

Se ha podido observar en los estudiantes de La Concentración Escolar Simón Araujo errores frecuentes en el trabajo geométrico, tales como:

- Confundir el área de un polígono con el perímetro del mismo.
- No distinguen claramente un polígono de otro.
- Creer que el área de un polígono equivale a la fórmula con la que se calcula.
- Confundir los elementos que forman un polígono.
- Confundir las figuras bidimensionales con las tridimensionales.
- Dificultad a la hora de realizar gráficos de las figuras geométricas.

Los cuales podrían deberse a prácticas de aula que no atienden a sus conocimientos previos y que se reafirman en lo planteado por Fiallo, (2000), “El desconocimiento por parte de los docentes del nivel de razonamiento de los estudiantes en geometría, ha llevado a trabajos de aula descontextualizados, que no atienden a las necesidades de los estudiantes y les impiden la aprehensión significativa de los temas tratados”.

Las consecuencias de esta forma de trabajo se manifiestan a la hora de enfrentar a los estudiantes a situaciones o problemas en los que se hace necesario interpretar, analizar, proponer y argumentar, los cuales muchas veces no pueden resolver con éxito como se evidencia en los resultados de las pruebas del ICFES.

Por lo anterior, se considera necesario que el docente conozca el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los estudiantes con respecto al tema a tratar en geometría con el fin de diseñar actividades de aula que posibiliten

la aprehensión significativa de los mismos, y que en este caso atiende a la identificación y clasificación de polígonos.

Buscando dar respuesta al problema de estudio se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿En qué nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele, se encuentran diez estudiantes del grado octavo de La Concentración Escolar Simón Araujo de Sincelejo respecto a la identificación y clasificación de polígonos?

4. MARCO TEÓRICO

4.1 ANTECEDENTES

A nivel nacional existen trabajos realizados sobre modelo de Van Hiele. Uno de estos trabajos se titula “**PROYECTO CURRICULAR DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**” realizado por las Licenciadas Cecilia Barón, Mercedes Lotero, Martha Fandiño, Neila Sánchez de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. En él se describen los niveles de razonamiento geométrico según Van Hiele y su aplicación a la enseñanza de área de rectángulos. Propone el modelo de Van Hiele como un modelo didáctico que va acorde con la demanda de transformación de la enseñanza de la matemática y que es conveniente utilizarlo en el trabajo de aula, especialmente en el desarrollo de temas geométricos.

Otro trabajo es “**MODELO DE VAN HIELE Y EL CABRI GEOMÉTRÉ EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA**” realizado por Jorge Fiallo, de la Universidad Industrial de Santander. Este trabajo realiza un estudio del modelo de Van Hiele que permite el uso del Cabri Geométré como herramienta didáctica y como sistema de representación importante para poder lograr una mayor capacidad de razonamiento en los estudiantes de primaria y secundaria en el área de geometría.

El modelo de Van Hiele también se está considerando en México: existe un trabajo titulado **“EL MODELO DE VAN HIELE DE DESARROLLO DE PENSAMIENTO GEOMÉTRICO”** realizado por Mary L. Crowley, de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior. En él se describe el modelo de Van Hiele; y se muestran algunas experiencias basadas en dicho modelo.

“CARACTERIZACIÓN DE LOS NIVELES DE DESARROLLO EN GEOMETRÍA SEGÚN VAN HIELE”, es un artículo registrado en notas de matemáticas, realizado por William F. Burger y J. Michael Shaughnessy, profesores de la Universidad Estatal de Oregon, E.E.U.U. (1984). En él se describen los niveles de razonamiento geométrico según Van Hiele, se aplican unas entrevistas y encuestas a trece estudiantes y se analiza en ellos el nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele.

4.2 BASES TEÓRICAS

Las propuestas curriculares y los nuevos enfoques pedagógicos que actualmente se proponen para orientar la enseñanza de la geometría, como la geometría activa, coinciden en que el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes en las escuelas se ha realizado en forma lenta.

Jorge Fiallo justifica esto, diciendo: “en la mayoría de las instituciones educativas la unidad de sistema o pensamiento geométrico (generalmente la última de cada

texto) no se desarrolla o sólo se hace superficialmente, por razones de diversas índoles. De otro lado, están los docentes que insisten en su enseñanza con el enfoque tradicional, planteando y realizando demostraciones que el alumno, en el mejor de los casos aprende de memoria sin lograr beneficio alguno, pues la comprensión del tema es apenas mínimo”⁶

Se observa que el docente inicia nuevos temas, ignorando el estado cognitivo que tienen sus alumnos perdiendo de vista que esto es parte fundamental del desarrollo de su pensamiento geométrico ya que los estudiantes podrán comprender realmente aquellas partes de las matemáticas que su profesor les presente de manera adecuada a su nivel de razonamiento. Es necesario entonces aplicar una prueba que permita determinar en que nivel de desarrollo del pensamiento geométrico se encuentran los estudiantes antes de iniciarlos en el estudio de nuevos temas geométricos.

“El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con mayor exactitud el pensamiento geométrico de los estudiantes. Este modelo fue diseñado por el matrimonio holandés Pierre y Dina Van Hiele, el cual puede ser usado para guiar la instrucción así como para evaluar las habilidades de los estudiantes”⁷.

⁶ FIALLO, Jorge. Modelo de Van Hiele y el Cabri Geométré en la enseñanza de la geometría. Memorias de Asocolme. 2000. Santa Fé de Bogotá. P. 49

⁷ M.E.N. Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá 1998

Los Van Hiele proponen cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, los cuales aparecen detallados a continuación:

– **NIVEL 1 (Reconocimiento)**

Este nivel es llamado también de visualización o de familiarización en el que las figuras son reconocidas solo por su apariencia, los estudiantes perciben las figuras como un todo global, pero las propiedades de las figuras no son percibidas y no detectan relaciones entre las formas y sus partes. Por ejemplo, cuando un estudiante puede reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo; puede recordar de memoria sus nombres, pero no es capaz de ver que el rombo es un paralelogramo particular. Para él son formas aisladas y distintas.

En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de la “misma forma”.

Este nivel de reconocimiento también se presenta cada vez que se aborda con los estudiantes un concepto nuevo.

– **NIVEL 2 (Análisis)**

Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Un estudiante en este nivel puede reconocer y nombrar propiedades de figuras geométricas, comienza aquí a desarrollar la conciencia de que las figuras constan de partes. Las propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones

efectuadas durante trabajos prácticos como: mediciones, dibujo, construcciones de modelo, etc. Por ejemplo, un estudiante de octavo grado, ve que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud y que los lados opuestos son también de la misma longitud. Se reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general, pero el estudiante es incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular. Aquí las propiedades son percibidas, pero aisladas y sin relacionarse. Mientras cada propiedad es vista separadamente no se observan relaciones entre propiedades y no se perciben relaciones entre figuras ni se entienden las definiciones.

– **NIVEL 3 (Ordenamiento)**

Este nivel es llamado también de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero solo con ayuda y guía. Los estudiantes pueden clasificar figuras mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Por ejemplo: en un cuadrilátero para que los lados opuestos sean paralelos, es necesario que los ángulos opuestos sean congruentes.

Aquí, los estudiantes pueden establecer las interrelaciones en las figuras y entre figuras (un cuadrado es un rectángulo porque tiene todas sus propiedades).

Así, se pueden deducir propiedades de una figura y reconocer clases de figuras. Se entiende la inclusión de clases para que pueda ver que figura es más rica en

propiedades que otra. Los estudiantes comienzan a establecer las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento. Comprenden el papel de una buena definición y los requisitos para considerarla correcta. Sin embargo el estudiante en este nivel, no comprende el significado de la deducción como un todo. Algunos resultados obtenidos de manera empírica se usan a menudo conjuntamente con técnicas desde el punto de vista de las matemáticas como las demostraciones formales. Aunque se pueden seguir pruebas formales; los estudiantes no ven como el orden lógico puede ser alterado, ni perciben tampoco cómo articular una demostración a partir de premisas diferentes o no similares.

En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

– **NIVEL 4 (Razonamiento deductivo)**

En este nivel, las deducciones son significativas, se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas y las demostraciones son captadas. Una persona en este nivel puede construir, y no nada memorizar demostraciones, percibir la posibilidad del desarrollo de una prueba de varias maneras, entender la interacción de condiciones necesarias y suficientes y distingue entre una afirmación y su recíproca. Pero aún no se hacen razonamientos abstractos ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones. Sus razonamientos se siguen apoyando en la manipulación.

– **NIVEL 5 (Rigor)**

Es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes pueden trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos. Pueden estudiarse geometrías no euclidianas y compararse diferentes sistemas. La geometría se capta en forma abstracta.

Las investigaciones de Van Hiele y de los psicólogos muestran que el paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad. Muchos adultos se encuentran en el nivel 1 porque no han tenido la oportunidad de enfrentarse con experiencias que les ayuden a pasar al nivel 2.

Según Cecilia Barón “cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior, lo que no permite comenzar un nivel de razonamiento sin antes haber llegado a la perfección del nivel anterior: **NO ES POSIBLE ALCANZAR UN NIVEL DE RAZONAMIENTO SIN ANTES HABER SUPERADO EL NIVEL ANTERIOR**”.

Además de proporcionar nociones sobre las ideas que corresponden específicamente a cada nivel de pensamiento geométrico, el matrimonio Van Hiele identificó algunas propiedades que caracterizan al modelo. Estas propiedades son particularmente significativas para los educadores, pues los orienta para tomar decisiones instruccionales. Las propiedades del modelo de Van Hiele se describen a continuación:

1. **SECUENCIAL.** Como en la mayoría de las teorías sobre el desarrollo, una persona debe avanzar en orden a lo largo de los niveles. Para desempeñarse con éxito en un nivel particular, un aprendiz debe haber asimilado las estrategias de los niveles precedentes.
2. **ASCENSO.** Pasar o no de un nivel a otro depende del contenido y los métodos de instrucción recibidos que de la edad. Ningún método de instrucción lleva a un estudiante a brincar un nivel, algunos agilizan el desarrollo de los procesos, mientras que otros, retardan o incluso previenen un movimiento entre niveles. Van Hiele indica que es posible enseñar “a un alumno aventajado habilidades arriba de su nivel actual, del mismo modo que se puede entrenar al estudiante en aritmética de fracciones o a estudiantes avanzados en diferenciación e integración aunque no sepan lo que es un cociente diferencial o integral”. En el caso de la geometría, los ejemplos incluyen la memorización de una fórmula para obtener un área o relaciones como el hecho de que “un cuadrado es un rectángulo”. En situaciones como éstas, lo que realmente sucede es que el objeto de conocimiento se reduce a un nivel básico bajo y la comprensión no ha ocurrido.
3. **INTRÍNSECO Y EXTRÍNSECO.** Los objetos inherentes a un nivel, se convierten en objeto de estudio en el siguiente. Por ejemplo, en el nivel 1 sólo la forma de una figura es percibida. Está por supuesto, determinada por sus

propiedades, pero sólo hasta que se alcanza el nivel 2 la figura es analizada y sus componentes y propiedades son descubiertas.

4. **LINGÜÍSTICO.** “Cada nivel tiene sus propios símbolos lingüísticos y sus propios sistemas de relaciones para conectar esos símbolos”. Así, una relación que es “correcta” en un nivel puede ser modificada en otro. (La inclusión de un grupo, por ejemplo, un cuadrado es también un rectángulo y un paralelogramo) un estudiante en el nivel 2 no concibe que esta clase de anidado pueda darse realmente. Este tipo de nociones y su lenguaje correspondiente, sin embargo, son fundamentales para el nivel 3.

5. **FALTA DE CONCORDANCIA.** Si un estudiante está en un nivel y la instrucción que recibe es en otro, el aprendizaje y progreso deseado puede no ocurrir. En particular, si el maestro, materiales instruccionales, contenido, vocabulario y de están en un nivel alto. Al estudiante no le será posible seguir el proceso de pensamiento empleado.

El modelo de Van Hiele consta de cinco fases de aprendizaje y de manejo didáctico, las cuales son unas etapas en la graduación y organización de las actividades que debe realizar un estudiante para adquirir las experiencias que le llevan a un nivel superior de razonamiento.

Las cinco etapas del modelo de Van Hiele son: Información, Orientación dirigida, Explicitación, Orientación libre e Integración, las cuales son utilizadas por el docente para crear estrategias que le permitan ayudar a los estudiantes a pasar del nivel de que se encuentra a al nivel siguiente.

A continuación, se explicará en qué consiste cada una de las fases de aprendizaje.

– **FASE 1: INFORMACIÓN**

El profesor debe dar a conocer a los estudiantes sobre el campo que van a trabajar, el tipo de problemas que van a plantear, materiales que van a utilizar, etc. Los estudiantes exploran y manipulan los materiales y adquieren los conocimientos básicos para empezar el trabajo matemático.

En esta fase el profesor debe averiguar los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema que se va a abordar, debe identificar el grado de profundidad de dichos conocimientos y sobre todo el nivel de razonamiento que tienen los estudiantes en el nuevo tema.

– **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA**

Los estudiantes empiezan a explorar, descubrir, comprender y aprender sobre los conceptos propiedades y figuras en el tema que están estudiando; los Van Hiele aseguran que en esta fase, si las actividades son debidamente escogidas se

forma la base adecuada del pensamiento del nivel superior de razonamiento. Las actividades deben ir diseñadas y orientadas a que el estudiante conciba los conceptos y la estructura característica de forma progresiva.

– FASE 3: EXPLICITACIÓN

Los estudiantes intercambian sus experiencias en grupo, comentan las regularidades que han observado, explican como han resuelto la actividad viéndose obligados a analizar, a organizar y a expresar con cuidados sus ideas y a tener en cuenta la de sus compañeros, para poder justificar su opinión ante el grupo.

Además, los estudiantes aprenden un nuevo vocabulario, el maestro debe permitir, en principio, que los estudiantes denominen con nombres o propiedades que ellos quieran, hasta que hallan adquirido el dominio suficiente de los mismos, para hacer el paso al vocabulario usual en matemáticas. Es durante esta fase que el sistema de relaciones del nivel comienza a hacerse claro.

– FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE

Se lleva a cabo la solución de problemas que exigían al estudiante utilizar y combinar los conceptos aprendidos en las anteriores fases, (el maestro debe elegir bien estos problemas que no sean simples ejercicios de aplicación como es común encontrar en los textos escolares). Debe presentar situaciones nuevas, ser abiertos y que puedan ser solucionados de diversas maneras, este tipo de

actividad es la que permite que el estudiante establezca relaciones complejas y importantes.

– FASE 5: INTEGRACIÓN

El estudiante debe relacionar los conceptos adquiridos, con otros aprendidos anteriormente; se trata de condensar en un todo lo que ha explorado su pensamiento. El profesor debe orientar este trabajo proporcionando comprensiones globales sin aportar conceptos nuevos, solamente debe ser acumulación, comparación, y combinación de hechos que ya conoce.

Al terminar esta fase, los estudiantes han alcanzado un nivel de pensamiento. El nuevo dominio de pensamiento reemplaza al viejo y están listos para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel.

Alan Hoffer en su ensayo “**LA GEOMETRÍA ES QUE DEMOSTRACIÓN**” (1990), propone cinco habilidades básicas en geometría: Visual, Verbal, Dibujo, Lógica y Aplicada. Estas habilidades se exponen en términos de los niveles de razonamiento geométrico descritos por los Van Hiele, los cuales se describen en la tabla No. 1 (habilidades básicas en geometría)

HABILIDADES BÁSICAS EN GEOMETRÍA *

NIVEL HABILIDAD	I. RECONOCIMIENTO	II. ANÁLISIS	III. ORDENAMIENTO	IV. DEDUCCIÓN	V. RIGOR
VISUAL	Reconocer diferentes figuras de un dibujo. Reconocer información contenida en una figura.	Notar las propiedades de una figura. Identificar una figura como parte de una mayor.	Reconocer interrelaciones entre diferentes tipos de figuras. Reconocer propiedades comunes de diferentes tipos de figuras. Definir figuras adecuada y concisamente. Formular frases que muestran relaciones entre figuras.	Utilizar información de otra figura para deducir información.	Reconocer supuestos no justificados al usar figuras.
VERBAL	Asociar el nombre correcto con una figura dada. Interpretar frases que describen figuras.	Describir adecuadamente varias propiedades de una figura.		Comprender las distinciones entre definiciones, postulados y teoremas. Reconocer qué está dado en un problema y qué hay que hallar.	Formular extensiones de postulados conocidos. Describir varios sistemas deductivos.
DIBUJO	Hacer dibujos de figuras nombrando adecuadamente las partes.	Traducir información verbal dada en un dibujo. Utilizar las propiedades dadas de una figura, para dibujarla o construirla..	Dadas ciertas figuras, ser capaz de construir otras relacionadas con las primeras.	Reconocer cuándo y cómo usar elementos auxiliares en una figura. Deducir, de información dada cómo dibujar una figura específica.	Comprender las limitaciones y capacidades de varios elementos de un dibujo. Representar gráficamente conceptos no-estándar en varios sistemas deductivos.
LÓGICA	Darse cuenta de que hay diferencias y similitudes entre figuras. Comprender la conservación de las figuras en distintas posiciones.	Comprender que las figuras pueden clasificarse en diferentes tipos. Notar que las propiedades sirven para distinguir figuras.	Comprender las cualidades de una buena definición. Usar las propiedades para determinar si una clase de figura está contenida en otra.	Utilizar las reglas de la lógica para desarrollar demostraciones. Poder deducir consecuencias de información dada.	Comprender las capacidades y limitaciones de supuestos y postulados. Saber cuándo un sistema de postulados es independiente, consistente y categórico.
APLICADA	Identificar formas geométricas en objetos físicos.	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos. Representar fenómenos en un modelo.	Comprender el concepto de un modelo matemático que represente relaciones entre objetos físicos.	Poder deducir propiedades de objetos, de información dada. Poder resolver problemas relacionados con objetos físicos.	Usar modelos matemáticos para representar sistemas abstractos. Desarrollar modelos matemáticos para describir fenómenos físicos, sociales y naturales.

*Tomado de HOFFER, Alan. La geometría es que demostración. En notas matemáticas No. 29, Abril de 1990. P. 10-24

TABLA No. 1

Aunque se reconoce que en investigaciones como las de este tipo no es aconsejable hacer inferencias basados en resultados de otras poblaciones, debido a las diferencias individuales de raza, edad, sexo y contexto cultural, acogiendo resultados de investigaciones como los adelantados por Pierre Marie Van Hiele, que muestran “que la población estudiantil media no alcanza los dos últimos niveles de razonamiento geométrico, sobre todo el del rigor, pues exige un nivel de cualificación matemático elevado⁸”, la prueba a diseñar en este trabajo se centra en los primeros tres niveles del modelo de Van Hiele (Reconocimiento, Análisis y Ordenamiento).

Acondicionando la tabla No. 1 al tema de estudio en este trabajo, se construye la tabla No. 2, la cual tendrá en cuenta para la elaboración de las pruebas y su respectivo análisis, como también en la determinación del nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes relacionados en la institución indicada.

⁸ Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá 1998, pag 59.

HABILIDADES QUE SE ESPERAN OBSERVAR EN LOS ESTUDIANTES PARA ESTABLECER EL NIVEL DE RAZONAMIENTO EN QUE ESTOS SE ENCUENTRAN.					
HABILIDADES NIVELES	VISUAL	VERBAL	DIBUJO	LÓGICA	APLICADA
RECONOCIMIENTO	Reconoce polígonos regulares e irregulares.	Asocia el nombre correcto con una figura dada.	Representa gráficamente polígonos dada cierta información.	Reconoce polígonos a pesar de cambios en su posición...	Identifica polígonos en objetos físicos.
ANÁLISIS	Identifica características de polígonos regulares e irregulares.	Describe adecuadamente las propiedades de un polígono.	Dibuja una figura de acuerdo a las propiedades que la definen.	Nota que las propiedades sirven para distinguir polígonos.	Abstrae modelos de fenómenos y los traslada a otros campos de la Matemática.
ORDENAMIENTO	Establece relaciones existentes entre figuras pertenecientes a una misma familia.	Expresa en forma concisa las propiedades que mejor define una familia de polígonos.	Construye polígonos que guardan relación con otros dados.	Establece mediante propiedades cuándo una figura hace parte de otra.	Comprende el concepto de un modelo matemático que representa relaciones entre objetos físicos.

TABLA No. 2

Esta tabla contiene los parámetros establecer el nivel de razonamiento geométrico respecto a la identificación y clasificación de polígonos de los estudiantes evaluados.

Para determinar que un estudiante está en el nivel 1 debe ser capaz de desarrollar correctamente todos los logros del nivel de **RECONOCIMIENTO**.

Para determinar que un estudiante está en el nivel 2 debe ser capaz de desarrollar correctamente todos los logros del nivel de **ANÁLISIS**.

Para determinar que un estudiante está en el nivel 3 debe ser capaz de desarrollar correctamente todos los logros del nivel de **ORDENAMIENTO**.

5. METODOLOGÍA

El tipo de trabajo es exploratorio-descriptivo, ya que el tema objeto de estudio: determinar el nivel de razonamiento geométrico en que según Van Hiele se encuentran diez estudiantes del grado octavo A respecto a la identificación y clasificación de polígonos, de La Concentración Escolar Simón Araujo, ha sido poco investigado en la región y por que pretende analizar y describir la información obtenida a partir de la observación y registros de la realidad estudiada

Para determinar el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los estudiantes, se elaboraron dos pruebas pilotos, las cuales después de ser analizadas por los investigadores y el director, se consulto el juicio de algunos expertos. Luego, fueron perfeccionadas y con base en ellas, se elabora la prueba final.

Las pruebas se realizaron, atendiendo a las habilidades y niveles expuestas en la tabla No. 2 (Ver tabla No. 2), la cual contiene los parámetros que se esperan obtener con cada ítem de la prueba; las categorías de la tabla conformada por los tres primeros niveles del modelo de Van Hiele (Reconocimiento, Análisis y Ordenamiento) y las habilidades (Visual, Verbal, Dibujo, Lógica y Aplicada) que el estudiante podrá desarrollar en cada actividad.

Cada prueba consta de cinco cuestionarios uno por habilidad y cada uno de ellos contiene tres ítem:

El primer ítem, determina el nivel 1 (Reconocimiento).

El segundo ítem, determina el nivel 2 (Análisis).

El tercer ítem, determina el nivel 3 (Ordenamiento).

Los cuestionarios que conforman cada prueba se le aplicaron uno por día a los estudiantes escogidos aleatoriamente por el grupo investigador a los cuales se les dio una hora para su desarrollo. Las pruebas eran resueltas con la ayuda de regla y transportador.

Después de aplicar la prueba piloto No. 1 se sometieron a análisis sus resultados encontrándose lo siguiente:

En la habilidad VISUAL:

- El ítem 1 fue replanteado en virtud de que inicialmente apuntaba a clasificar polígonos regulares e irregulares de manera general, por lo tanto en la prueba No. 2 se clasifican por familias; haciendo la pregunta específica y concisa.
- El ítem 2 fue replanteado porque la pregunta era abierta, por ello en la prueba No. 2 se especifican las propiedades que se quiere que describan.
- En el ítem 3 el vocabulario empleado en su formulación era elevado con relación al grado, en especial la palabra “contenencia”, poco común en geometría. Además, no era de fácil control, porque se reduce a las cuatro

figuras, en la prueba No. 2 se utiliza una manera sencilla de establecer la relación entre figuras.

En la habilidad VERBAL:

- El ítem 1 tendía a recordar contenidos y se consideró que no tenía relación con lo que se exige en esta categoría, en la prueba No. 2 este ítem está relacionado con el logro que se plantea para esta categoría en la tabla No. 2.
- En el ítem 2, las figuras que se presentan son de la misma forma y comunes, requiriendo poco análisis, la figura presentada en la prueba No. 2 tiene propiedades, lo que induce a mejorar la utilidad en la descripción de dicha figura.
- El ítem 3 corresponde al nivel de análisis y no al de ordenamiento, en la prueba No. 2 el ítem va acorde con este nivel y además sirve para mejorar la comprensión del ítem 3 de la habilidad visual.

En la habilidad DIBUJO:

- En el ítem 1 se les da el nombre de las figuras que van a representar lo que ahorra el trabajo que exige el nivel, por ello en la prueba No. 2 se le da la información para representar la figura, pero es el estudiante quien debe reconocer el nombre de ésta.

- En el ítem 2, se considero que esta actividad era adecuada en el nivel 1, la replanteada en la prueba No. 2 va acorde a las perspectivas de la tabla No. 2.
- El ítem 3 no se cambió, pero se le agregó otro proceso con el fin de trascender las figuras y establecer una relación sustancial entre ellas.

En la habilidad LÓGICA:

- En el ítem 1, sólo se muestra una figura lo que hace la respuesta evidente, por ello en la prueba No. 2 se presentan figuras con diferentes formas con el fin que reconozcan las que son de la misma clase.
- En el ítem 3, como se ha hecho énfasis en cuadrados en la prueba No. 2, se cambió con otra figura con propiedades menos conocidas.

En la habilidad APLICADA:

- En el ítem 1 está mal formulada la pregunta, no se tuvo en cuenta que la mayoría de los objetos son sólidos; por ello, en la prueba No. 2 se aclara que sólo es la forma de la superficie de los objetos que tengan forma poligonal.
- El ítem 2 tiende a obtener una respuesta aritmética que geométrica, en la prueba No. 2, la pregunta apunta a la geométrica.
- El ítem 3 no va acorde con el logro que se pretende en este nivel de la tabla No. 2, en la prueba No. 2 el ítem trata de obedecer a esto, y además, la

pregunta es secuencia del ítem 2 de la misma habilidad con el fin de analizar el alcance conceptual dentro de la misma temática que tienen los estudiantes.

De las modificaciones de la prueba piloto No. 1 surge la prueba piloto No. 2, la cual es aplicada a otros 10 estudiantes del mismo grado de la misma institución, luego se sometieron a análisis encontrándose lo siguiente:

En la habilidad VISUAL:

- En el ítem 3 no se pidió establecer la relación entre las repuestas obtenidas; por lo tanto, en la prueba No. 3 se piden que saquen las conclusiones de las respuestas con el fin de determinar si ellos encuentran alguna(s) relación(es) entre estas mismas figuras.

En la habilidad LÓGICA:

- El ítem 1 requiere de poco reconocimiento lógico, además presenta incoherencia con el logro de esta categoría en la tabla No. 2; por ello, la actividad de la prueba No. 3 trata de responder a este logro por su redacción y las figuras presentadas.

De las modificaciones de la prueba piloto No. 2 surge la prueba No. 3, que se tomó como prueba final. Con base en ella se pretende establecer el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los estudiantes en cuanto a la identificación y clasificación de polígonos, a partir del análisis correspondiente de las respuestas dadas a cada uno de los ítemes.

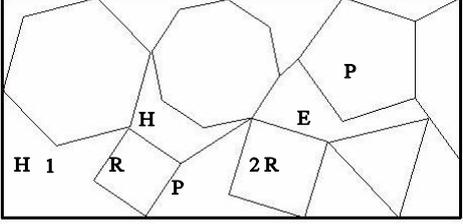
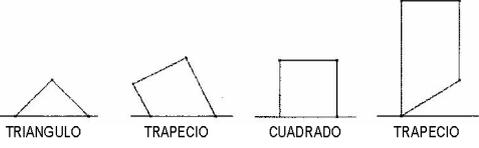
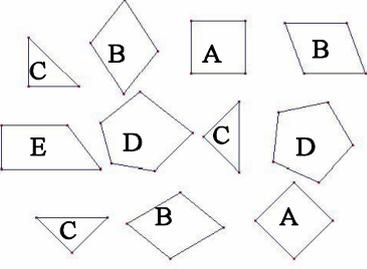
A continuación se presenta el cuestionario final con el que se pretende alcanzar el objetivo planteado.

6. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA EN LAS RESPUESTAS POR CADA ESTUDIANTE A LA PRUEBA FINAL

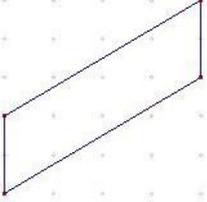
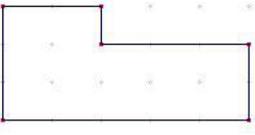
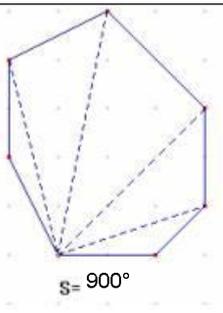
A continuación se propone determinar el nivel de razonamiento geométrico, según Van Hiele, de diez estudiantes del grado octavo A de La Concentración Escolar Simón Araujo, respecto a la identificación y clasificación de polígonos.

Para determinar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes, primero se le asignó una valoración a la información obtenida en la respuesta correspondiente a cada ítem, la cual se muestra en la columna que se encuentra a la derecha de cada respuesta; luego se analizó la valoración para determinar si satisface los logros de acuerdo con la tabla No. 2 y los requisitos que debe tener un estudiante en determinado nivel según lo planteado en el marco teórico.

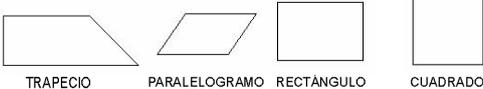
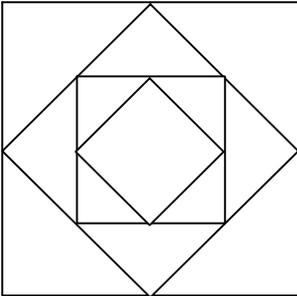
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 1

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> - Señala correctamente las figuras poligonales correspondiendo a las características dadas - Distingue los polígonos regulares de los irregulares
	VERBAL	 <p style="text-align: center;"> TRIANGULO TRAPECIO CUADRADO TRAPECIO </p>	<ul style="list-style-type: none"> - Expresa el nombre correspondiente de la figura presentada.
	DIBUJO	<div style="text-align: center;">  <p>LA FIGURA ES UN CUADRADO</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> - Ubica adecuadamente los puntos en el plano (\mathbb{R}^2), lo que le permite formar e identificar un polígono.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - Identifica los polígonos que son iguales aunque estén presentadas en diferentes posiciones.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> - Una mesa con superficie en forma de rectángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Distingue superficies poligonales dentro del espacio en el que se desenvuelve.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 1

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: el 1 tiene un ángulo recto y el 2 tiene 4 ángulos rectos. - Similitud: tienen un lado igual denotado con la letra r. 	<ul style="list-style-type: none"> - Maneja el concepto de medida de ángulos y lados, lo que le facilita hacer comparaciones entre polígonos.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Sus ángulos son iguales - Posee tres ángulos de 90° - Está formado por dos rectángulos y un triángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Describe en forma correcta con relación a sus lados y ángulos un polígono. - Divide un polígono ordinario en polígonos comunes.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - El dibujo realizado muestra el manejo que tiene en cuanto a la medida y paralelismo de los lados y a la medida y posición de ángulos.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - Entiende con claridad las propiedades que corresponde a un polígono. . - Analiza cuando un polígono no cumple con las características dadas.
	APLICADA	 <p>$s = 900^\circ$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Maneja una secuencia lógica para determinar la sumatoria de los ángulos internos de un polígono, teniendo en cuenta la división de esta en triángulos.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 1

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL	 <p>TRAPECIO PARALELOGRAMO RECTÁNGULO CUADRADO</p> <p>Conclusión: que cada polígono recibe sus nombre por la cantidad de sus lados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Solo toma el nombre con el que se le conoce comúnmente a la figura olvidando que aparte de ello las figuras también pertenecen a otro conjunto de familias de polígonos.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> La propiedad común es que todos están formados por cuatro lados. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa las propiedades que definen las figuras, pero no de una manera concisa.
	DIBUJO	 <ul style="list-style-type: none"> Se forma un cuadrado pequeño que el de la figura original. La relación es que se forman unos cuadrados cada uno con cuatro lados, pero con la diferencia que son pequeños. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza correctamente los pasos indicados. Establece una relación superficial entre las figuras obtenidas, no mira allá de dichas figuras.
	LÓGICA	<p>* Algunas veces</p> <ul style="list-style-type: none"> Porque pueden sus lados ser desiguales. 	<ul style="list-style-type: none"> Elige la respuesta correcta, pero no hay coherencia entre la respuesta y su justificación, ya que las propiedades mencionadas no guardan relación.
	APLICADA	$\sum_s = 540 + (180 \times 2) = x$ $= 540 + 360^\circ = x$ $900^\circ = x$ <ul style="list-style-type: none"> La suma del polígono es 900°. 	<ul style="list-style-type: none"> Establece una relación en cuanto al número de triángulos en los que se divide el cuadrado los del pentágono con el número de triángulos que están contenidos en un heptágono para hallar la suma de los ángulos interiores del heptágono.

De acuerdo con la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

- El estudiante No. 1
 - Distingue formas de polígonos regulares e irregulares, identifica y representa gráficamente una figura, según las cualidades preestablecidas y también dentro de un contexto físico. Reconoce que un polígono conserva su forma a pesar de cambios en su posición.

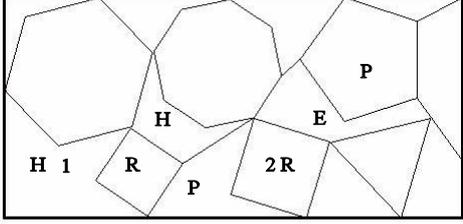
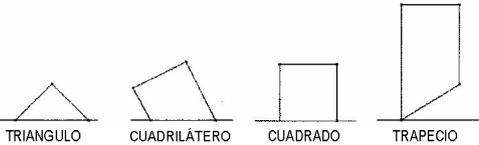
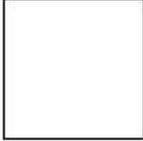
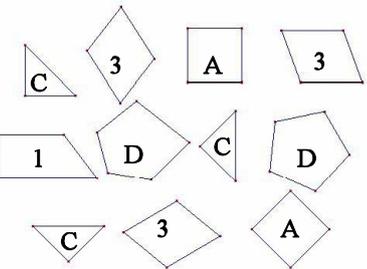
Cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.

- Maneja los conceptos relacionados con las propiedades básicas de las figuras poligonales presentadas: ángulos, lados y formas dentro de una misma figura. Establece diferencias y similitudes entre las características que representan a un polígono y se le facilita la representación de un polígono, conociendo sus propiedades.
- Presenta dificultad al establecer relaciones entre polígonos y sus respuestas no van acordes con la justificación que le da a estas. Cabe observar que maneja un buen lenguaje matemático dentro del tema.

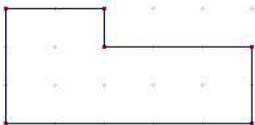
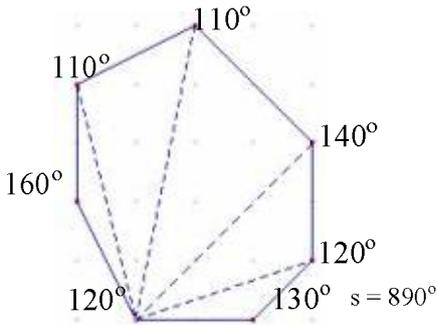
El estudiante no cumple con los logros en el nivel de ORDENAMIENTO de la tabla No. 2.

De acuerdo con lo anterior, el estudiante No.1 se encuentra en el nivel de razonamiento geométrico No. 2 (ANÁLISIS) según Van Hiele.

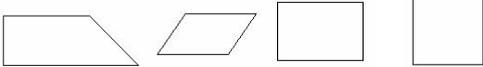
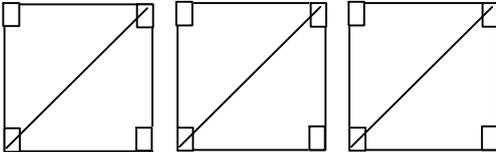
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 2

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Identifica polígonos regulares e irregulares. Reconoce polígonos específicos.
	VERBAL	 <p>TRIANGULO CUADRILÁTERO CUADRADO TRAPECIO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Nombra las figuras correctamente.
	DIBUJO	 <p>UN CUADRADO UN CUADRILÁTERO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Representa polígonos según la información dada. Nombra un polígono según sean las propiedades que se tengan en cuenta dentro de un grupo de familias poligonales.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Entiende que un polígono conserva la misma forma sin importar la situación en que se encuentre.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> TV, cuadro, silla, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> Distingue variedad de formas con superficies poligonales en los objetos que se encuentran en su medio.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 2

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: uno de ellos es un polígono irregular y el otro un polígono regular. - Similitud: es que los dos tienen algunos ángulos rectos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia un polígono regular de uno irregular. Teniendo en cuenta las características observadas y también reconoce si tienen alguna cualidad en común.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene ángulos rectos igual a 90° - Ángulo de 90° y de 0°. - Cuadrado de 180° y menos de 360°. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sus respuestas se centran en ángulos y además no es claro en estas
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Representa gráficamente un polígono cumpliendo con todas las propiedades indicadas.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - Señala polígonos según las características establecidas.
	APLICADA		<ul style="list-style-type: none"> - Toma medidas "supuestas" de los ángulos, desviando el resultado. - Maneja conceptos aislados a la secuencia lógica de la sumatoria de los ángulos internos de las figuras anteriores al heptágono.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 2

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL	 <p>TRAPECIO PARALELOGRAMO RECTÁNGULO PARALELOGRAMO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO PARALELOGRAMO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO</p> <p>Conclusión: que todos son cuadriláteros.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Clasifica una figura con diferentes nombres. - Establece las relaciones existentes entre las propiedades de las figuras.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Que todos son cuadriláteros. 	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene claridad al destacar la propiedad común dentro del grupo de figuras.
	DIBUJO	 <ul style="list-style-type: none"> - Que todos forman una misma figura. 	<ul style="list-style-type: none"> - Confunde algunos términos geométricos, permitiéndole seguir incorrectamente los pasos indicados ocasionando una desviación de la respuesta.
	LÓGICA	<p>* Nunca</p> <ul style="list-style-type: none"> - Porque el isósceles tienen dos lados congruentes o sea que el triángulo es escaleno. 	<ul style="list-style-type: none"> - Maneja algunos conceptos errados (que no siempre se dan) de una de las figuras impidiéndole establecer relaciones entre estas.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> - Colocando la apertura de las líneas utilizando como referencia la línea de proyección de 90°. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se basa en dar medidas de los ángulos por lo que obtiene un valor no exacto. Olvidándose de las relaciones lógicas entre las figuras formadas dentro del heptágono.

De acuerdo a la valoración de la información de la prueba podemos deducir:

- El estudiante No. 2
 - Reconoce formas poligonales de acuerdo con las propiedades que se le proporcionan, maneja adecuadamente la información al representar polígonos e identifica distintas clases de polígonos dentro de su medio.

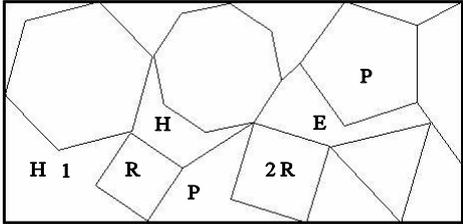
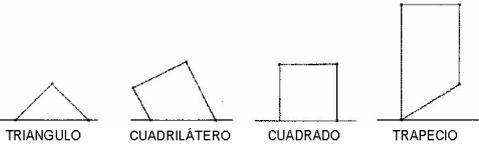
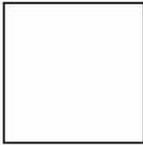
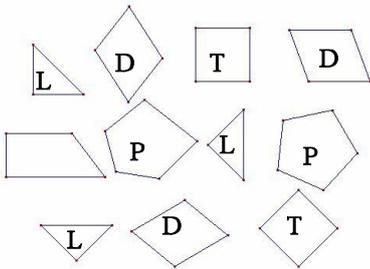
Cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.

- Cuando describe una figura, no explora propiedades diferentes a la medida de sus ángulos; la descripción de las propiedades se consideran ambiguas. Prefiere hacer conjeturas antes que analizar algunas situaciones planteadas.
- Gráfica y distingue figuras según las propiedades, pero se le dificulta el proceso inverso. Confunde algunos términos geométricos y no expresa claridad sobre las definiciones de algunos polígonos impidiéndole establecer relaciones entre ellos.

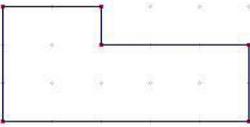
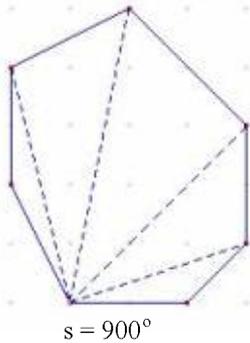
El estudiante No. 2 no cumple con los logros de análisis y ordenamiento de la tabla No. 2.

De acuerdo con lo anterior, el estudiante No. 2 se encuentra en el nivel de razonamiento geométrico 1 (RECONOCIMIENTO), según Van Hiele.

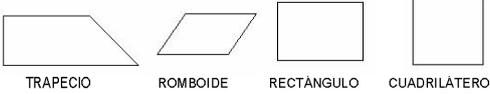
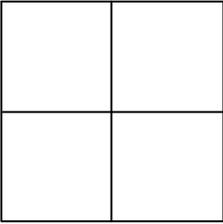
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 3

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce distintas clases de figuras poligonales regulares e irregulares.
	VERBAL	 <p>TRIANGULO CUADRILÁTERO CUADRADO TRAPECIO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Determina adecuadamente el nombre de cada figura.
	DIBUJO	 <p>CUADRADO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Tiene buen manejo del plano posibilitándole formar e identificar figuras en él.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce adecuadamente polígonos aunque presenten cambios en su posición.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> Nevera, televisor, parlantes, equipo, puerta, la ventana. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica objetos físicos que poseen superficie poligonal.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 3

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: 1 tiene 6 lados y 2 tiene 4 lados. - Similitud: 1 tiene un ángulo recto y 2 tiene también ángulos rectos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Establece comparaciones acertadas entre los dos polígonos.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene 5 lados. - Tiene la mayoría de sus ángulos de 90° 	<ul style="list-style-type: none"> - Describe propiedades de figuras en cuanto al número de lados y a la medida de sus ángulos.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Representa la figura correcta usando las propiedades dadas. Lo que muestra que identifica adecuadamente una figura dadas sus condiciones
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - La figura elegida cumple con las condiciones dadas.
	APLICADA	 <p style="text-align: center;">$s = 900^\circ$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Halla la respuesta correcta, parece tener claro algunas propiedades para facilitar la suma de los ángulos internos de una figura poligonal.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 3

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> No tiene claras las definiciones referente a una familia de polígonos; no concluye.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> No tienen nada en común. 	<ul style="list-style-type: none"> Aísla las propiedades de las figuras.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> No sigue los pasos de forma correcta por lo que la figura obtenida no corresponde con lo que se quería y además no establece relaciones en la figura que realizó.
	LÓGICA	<ul style="list-style-type: none"> * Algunas veces – Porque también puede ser equilátero o otro. 	<ul style="list-style-type: none"> La justificación a la respuesta no tiene coherencia con esta.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> – Como la figura esta dividida en triángulos cada triangulo puede medir 180° así que multipliqué esta cifra por 5 porque la figura está dividida en 5 triángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> – Representa una deducción lógica verbal casi formal lo que indica que encuentra una relación entre la forma de hallar los valores de las figuras anteriores al heptágono para luego aplicarla en este.

De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

- El estudiante No. 3
- Identifica formas poligonales, gráfica y físicamente, los reconoce aún si sus posiciones son distintas.

Cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.

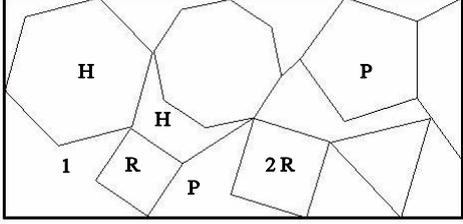
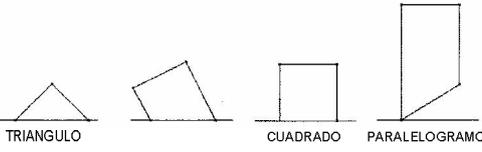
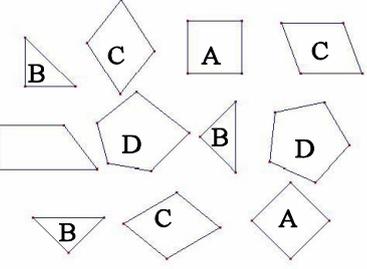
- Conoce propiedades de las clases de polígonos, que le brindan un manejo claro al conceptualizar una figura poligonal.

Cumple con los logros del nivel de ANÁLISIS de la tabla No. 2.

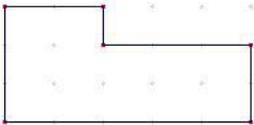
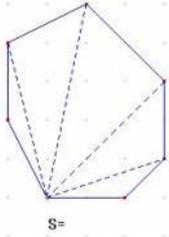
- Tiene problemas en cuanto a asociar propiedades, de una figura con otra, que tengan algo en común; presenta incoherencia entre algunas respuestas y sus justificaciones. Aunque comienza a establecer geométricas-matemáticas y así comienza un proceso de deducción formal. Pese a algunos avances, no logra alcanzar los logros en la categoría de ORDENAMIENTO de la tabla No. 2.

De acuerdo con lo anterior se puede establecer que el estudiante No. 3 se encuentra en el nivel de razonamiento geométrico 2 (ANÁLISIS), según Van Hiele.

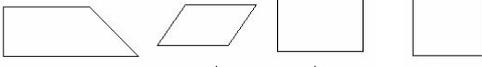
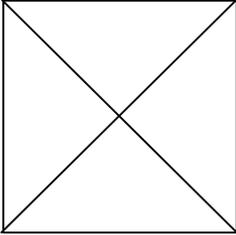
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 4

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Se le dificulta diferenciar polígonos regulares de irregulares, además no identifica algunos polígonos con nombres específicos.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> No reconoce polígonos ni su nombre cuando se le presenta en posiciones poco comunes.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> Representa figuras en plano de acuerdo a la información dada.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce cuando un polígono es igual a otro aunque su posición no sea la misma
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> No hay objetos con formas de polígonos. 	<ul style="list-style-type: none"> No asocia polígonos con objetos físicos. No traslada las figuras geométricas a su mundo real.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 4

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: es que los ángulos no son iguales - Similitud: es que tiene 4 ángulos iguales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Presenta incoherencia al comparar dos polígonos.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene 5 lados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Desconoce muchas de las propiedades del polígono.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - No toma en cuenta todas las propiedades de la figura para dibujarla.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - La figura elegida cumple con las condiciones dadas.
	APLICADA		

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 4

		HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL	 <p style="text-align: center;"> PARALELOGRAMO CUADRILÁTERO RECTÁNGULO CUADRADO </p>	<ul style="list-style-type: none"> - Puedo concluir que los nombres que no están eliminados son los que pertenecen a cada figura.. 	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene dificultad al clasificar la familia de polígonos a las cuales pertenecen las figuras debido a que no tiene claridad en el nombre de estas.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> - Que tiene 4 lados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce la propiedad común entre los polígonos.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Que forman un triángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> - La figura presentada no corresponde con la información dada.
	LÓGICA		<p>* Nunca.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Porque los triángulos rectángulos son aquellos que poseen un ángulo recto y los isósceles son los que tienen dos lados iguales y uno desigual. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce algunas características en ambas figuras pero desconoce aquellas que guardan relación.
	APLICADA		<ul style="list-style-type: none"> - No responde 	

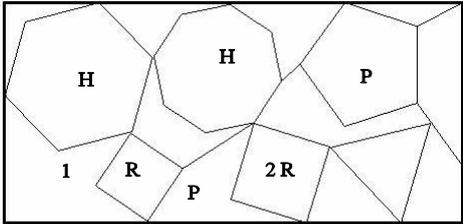
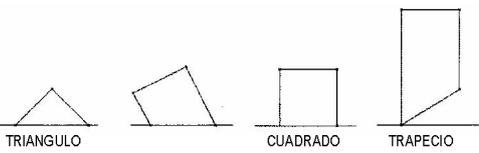
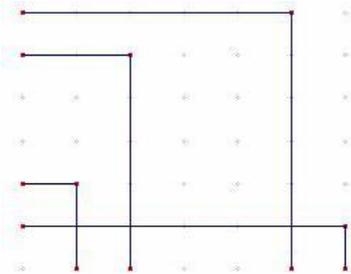
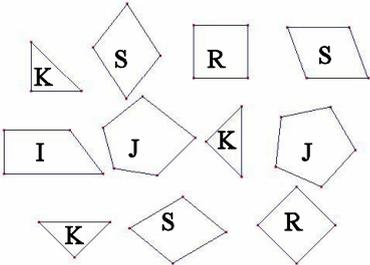
De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

- El estudiante No. 4
 - Presenta dificultades para diferenciar polígonos regulares de irregulares, reconoce sólo las figuras comunes o básicas. También tiene problemas para darle el nombre a las figuras presentadas; además, no identifica polígonos en objetos físicos. Presenta incoherencia al comparar dos polígonos y desconoce relaciones existentes entre las propiedades de una familia poligonal.

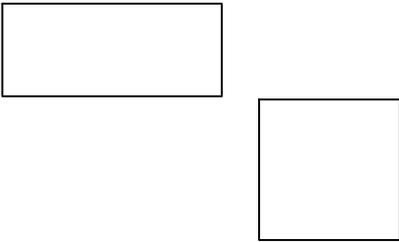
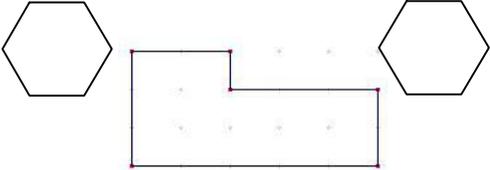
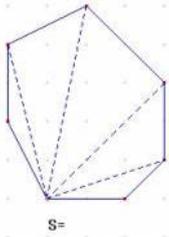
Por todo lo anterior se puede decir que el estudiante No. 4 no cumple con los logros de los niveles de RECONOCIMIENTO, ANÁLISIS y ORDENAMIENTO de la tabla No. 2.

Obsérvese que no hay ningún nivel según Van Hiele que determine en qué nivel de razonamiento geométrico se encuentra este estudiante, lo que sí es evidente es que se encuentra trabajando para alcanzar el primer nivel.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 5

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Se le dificulta identificar algunos tipos de polígonos.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce algunas figuras pero tiene dificultad al distinguir las que tienen una posición poco común.
	DIBUJO	 <p>ES UN RECTANGULO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Tiene poco manejo a la ubicación de puntos en el plano; por lo que no obtiene una figura clara y el nombre que le da no corresponde a la figura.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce polígonos de igual forma en distintas posiciones.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> Ventana, televisor = cuadrado. Puerta, nevera, mesa, cama, piso = rectángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica objetos con superficies de forma poligonal en especial los rectángulos.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 5

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	- No responde	
	VERBAL	- No responde	
	DIBUJO	 <p>The student has drawn two hand-drawn rectangles. The first is a horizontal rectangle, and the second is a vertical rectangle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ninguno de los dibujos contiene las propiedades indicadas.
	LÓGICA	 <p>The student has drawn three shapes on a grid: a regular hexagon on the left, a central irregular polygon with a notch on its top edge, and another regular hexagon on the right.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - No reconoce un polígono como una figura que posee un conjunto de propiedades.
	APLICADA	<p style="text-align: center;">No responde</p>  <p>The student has drawn a polygon on a grid with dashed lines connecting its vertices to a central point. Below the drawing is the text "S=".</p>	

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 5

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL	 <p>TRAPECIO CUADRILÁTERO RECTÁNGULO CUADRADO</p> <ul style="list-style-type: none"> Las figuras geométricas constan de ángulos rectos y líneas rectas y desiguales. 	<ul style="list-style-type: none"> Clasifica los polígonos con nombres conocidos pero no es capaz de establecer propiedades comunes entre ellos.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> La suma de los lados del polígono mide 360° por ser equilátero. 	<ul style="list-style-type: none"> Confunde lados con ángulos en un polígono.
	DIBUJO	<ul style="list-style-type: none"> No responde 	
	LÓGICA	<p>* Siempre.</p> <ul style="list-style-type: none"> Son aquellos triángulos que tiene dos ángulos rectos y uno desigual. 	<ul style="list-style-type: none"> No establece relaciones entre los polígonos.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> No responde 	

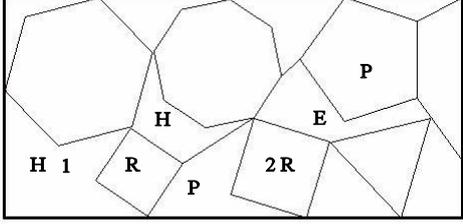
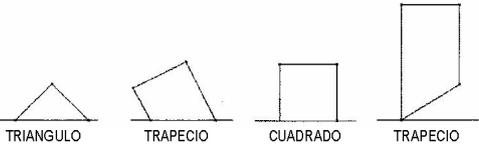
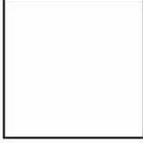
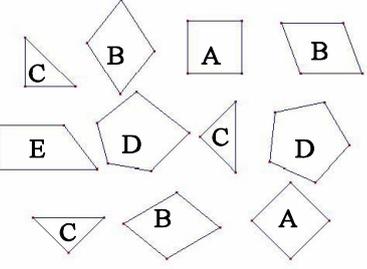
De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

- El estudiante No. 5
 - Aún no identifica algunos polígonos, aunque los identifica en diferentes posiciones. Tiene poco dominio en cuanto a representar polígonos en el plano.

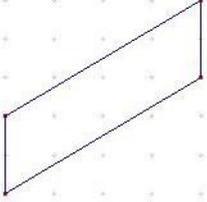
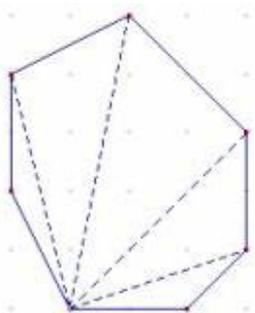
El estudiante No. 5 no cumple con los logros de los niveles de RECONOCIMIENTO, ANÁLISIS y ORDENAMIENTO de la tabla No. 2.

Sólo podríamos determinar que el estudiante No. 5 se encuentra trabajando para alcanzar el primer nivel.

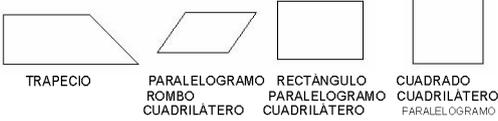
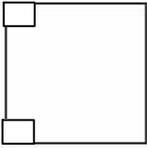
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 6

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Identifica polígonos regulares e irregulares.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce el nombre de las figuras presentadas.
	DIBUJO	 <p style="text-align: center;">LA FIGURA ES UN CUADRADO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Representa e identifica figuras en el plano.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce polígonos iguales en posiciones diferentes.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> La mesa, el libro, un cuadro. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce superficies poligonales en su medio.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 6

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: el 1 los ángulos son irregulares. El 2 los ángulos son regulares. - Similitud: los lados son semirrectos en ambos y poseen un ángulo similar de 90°. 	<ul style="list-style-type: none"> - Maneja conceptos erróneos en la descripción de las partes de una figura.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Posee 5 lados. - Trapecio. - Ángulos irregulares. 	<ul style="list-style-type: none"> - La mayoría de las propiedades que describe no corresponden a la figura.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Representa gráficamente una figura de acuerdo a la información dada.
	LÓGICA	<ul style="list-style-type: none"> - Todas 	<ul style="list-style-type: none"> - No es capaz de identificar una figura específica de acuerdo a las características dadas.
	APLICADA	 <p>$s = 289^\circ$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Su razonamiento carece de un procedimiento lógico, su análisis no guarda relación con las figuras anteriores.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 6

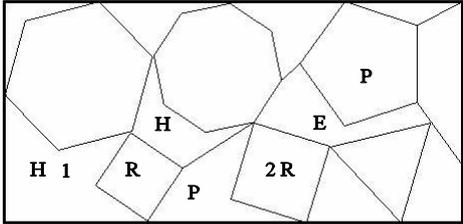
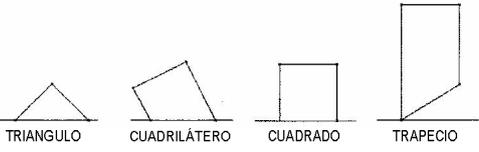
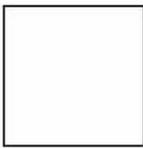
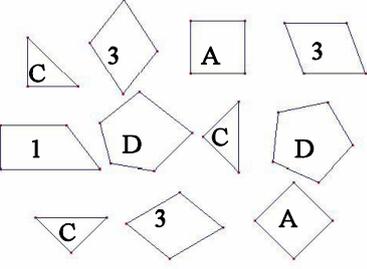
		HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL	 <p>TRAPECIO PARALELOGRAMO ROMBO CUADRILATERO RECTANGULO PARALELOGRAMO CUADRILATERO CUADRADO CUADRILATERO PARALELOGRAMO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Según la característica de los polígonos se pueden considerar que son paralelogramos. 	<ul style="list-style-type: none"> Elige una clase de polígonos la cual no pertenece a todas las figuras.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> Que todos se encuentran en el paralelogramo. 	<ul style="list-style-type: none"> Describe los polígonos dentro de una familia que nos es común entre ellos. 	
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> No responde al proceso indicado. 	
	LÓGICA	<ul style="list-style-type: none"> * Siempre. 	<ul style="list-style-type: none"> No encuentra ninguna relación entre los polígonos. 	
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> No responde 		

De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

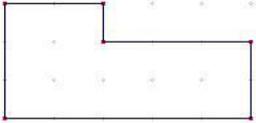
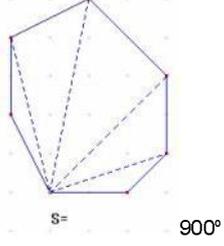
- El estudiante No. 6.
 - reconoce polígonos regulares e irregulares aún cuando tienen diferentes posiciones. Representa polígonos específicos gráficamente. Cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.
 - No reconoce las propiedades que corresponden a un polígono e incluso maneja un vocabulario geométrico distorsionado. Los procesos que realiza en algunos casos, carecen de análisis. No cumple con los logros del nivel de ANÁLISIS de la tabla No. 2.

De acuerdo a lo anterior el estudiante No. 6 se encuentra en el nivel de razonamiento geométrico 1 (RECONOCIMIENTO), según Van Hiele.

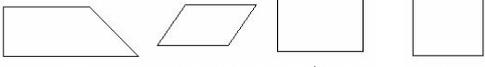
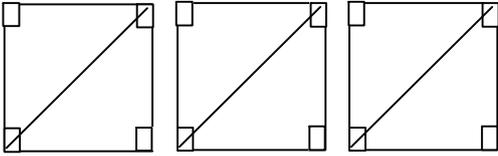
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 7

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Identifica polígonos regulares e irregulares de manera correcta.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce el nombre de las figuras presentadas.
	DIBUJO	 UN CUADRADO UN CUADRILÁTERO	<ul style="list-style-type: none"> Representa polígonos según la información dada e incluso lo reconoce dentro de dos clases de polígonos.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Clasifica polígonos en diferentes posiciones.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> TV, cuadros, camas, accesorios de cocina. 	<ul style="list-style-type: none"> Distingue con claridad figuras poligonales dentro de su medio.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 7

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: 1 es un hexágono irregular y 2 es un cuadrilátero por lo tanto 1 tiene ángulos. - Similitud: es que los dos tienen algunos ángulos rectos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Analiza claramente las partes de las figuras de los polígonos y hace comparaciones precisas de 2 polígonos.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene ángulos rectos igual a 90° - Ángulo de 90° y de 0°. - Cóncavo de 180° y menos de 360°. 	<ul style="list-style-type: none"> - Demuestra tener dominio en cuanto a las propiedades relacionadas a las medidas de sus ángulos.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Representa correctamente un polígono dadas sus propiedades.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - La figura obtenida contiene las propiedades dadas.
	APLICADA	 <p style="text-align: center;">S= 900°</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Analiza la situación planteada obteniendo una respuesta correcta.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 7

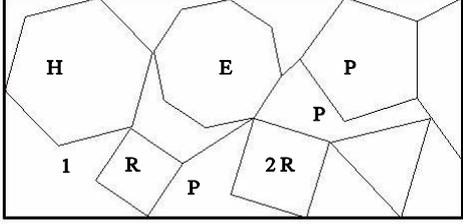
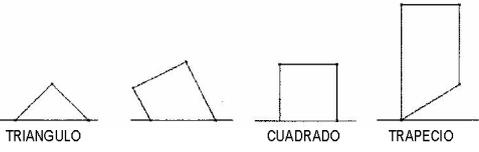
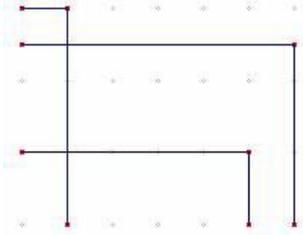
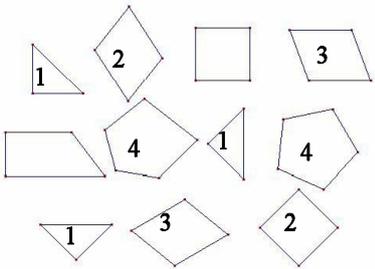
		HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL		 <p style="text-align: center;"> TRAPECIO PARALELOGRAMO RECTÁNGULO PARALELOGRAMO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO PARALELOGRAMO CUADRADO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO CUADRILÁTERO </p> <p>Conclusión: que todos son cuadriláteros.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Distingue los polígonos dentro de varios grupos de familias y reconoce cuál de ellas los contiene a todos.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> - Que todos son cuadriláteros. 	<ul style="list-style-type: none"> - Clasifica los polígonos según el número de lados que es la propiedad común.
	DIBUJO		 <ul style="list-style-type: none"> - Que en los tres procesos se forman las mismas figuras. 	<ul style="list-style-type: none"> - No realiza los pasos correctamente porque parece no tener claro el concepto de algunos términos geométricos.
	LÓGICA		<p>* Nunca</p> <ul style="list-style-type: none"> - Porque el isósceles tienen dos lados congruentes o sea que el triángulo rectángulo es escaleno. 	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene dificultad al establecer las relaciones entre las propiedades de los dos polígonos.
	APLICADA		<ul style="list-style-type: none"> - Sumo $180 + 180 + 180 + 180 + 180 = 900$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Realiza un proceso lógico estableciendo relaciones entre figuras.

De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

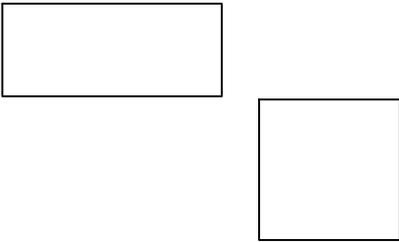
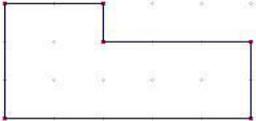
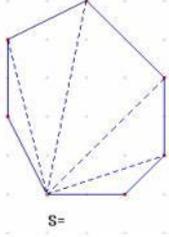
- El estudiante No. 7.
- Distingue con claridad diferentes clases de polígonos y conoce el nombre de acuerdo a cada uno de ellos, entiende que la posición de una figura no le hace variar su forma. Cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.
- Tiene facilidad para describir las propiedades de un polígono. Muestra indicios de deducciones lógicas, representa una figura según las propiedades a tener en cuenta. Cumple con los logros del nivel de ANÁLISIS de la tabla No. 2.
- No relaciona con claridad los elementos de algunos polígonos, tiene problemas al desarrollar procesos por el poco manejo que tiene de algunos conceptos geométricos. El estudiante No. 7 no cumple con los logros del nivel de ORDENAMIENTO de la tabla No. 2.

De acuerdo con lo anterior el estudiante No. 7 se encuentra en el nivel de razonamiento geométrico 2 (ANÁLISIS), según Van Hiele.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 8

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> No distingue algunos tipos de polígonos regulares e irregulares.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> Nombra adecuadamente tres de las figuras, pero no reconoce la que está en posición poco común.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> La mala ubicación de las partes distorsiona la figura obtenida.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Se le dificulta distinguir polígonos iguales presentados en distintas posiciones.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> Ventana, televisor, silla, la mesa, la cama 	<ul style="list-style-type: none"> Distingue formas poligonales en objetos físicos.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 8

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - No responde. 	
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene 5 lados. - Una forma de choza - Tiene un ángulo de 90° 	<ul style="list-style-type: none"> - Aunque identifica algunas propiedades presenta poco manejo del lenguaje geométrico.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Ninguna de las figuras cumple con los requisitos establecidos.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce un polígono con varias propiedades.
	APLICADA		

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 8

		HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL		 <p style="text-align: center;"> TRAPECIO PARALELOGRAMO RECTÁNGULO CUADRADO </p> <ul style="list-style-type: none"> Podría concluir que las figuras dadas son iguales pero a la vez diferentes, porque tienen ángulos casi iguales pero lados diferentes.. 	<ul style="list-style-type: none"> No concibe que un polígono pueda pertenecer a varias familias. No es claro en la conclusión.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> Es que todos tienen un ángulo recto excepto el segundo. 	<ul style="list-style-type: none"> No encuentra una propiedad común para todos los polígonos.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> No responde 	
	LÓGICA		<p>* Nunca.</p> <ul style="list-style-type: none"> Tengo entendido que en triángulos sí, pero un triángulo rectángulo nunca lo he escuchado. 	<ul style="list-style-type: none"> Desconoce las propiedades de uno de los polígonos dados.
	APLICADA		<ul style="list-style-type: none"> No responde 	

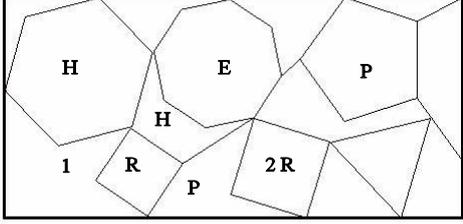
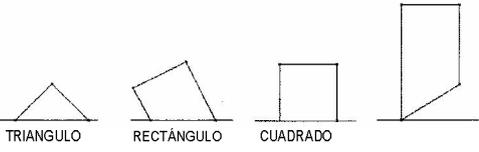
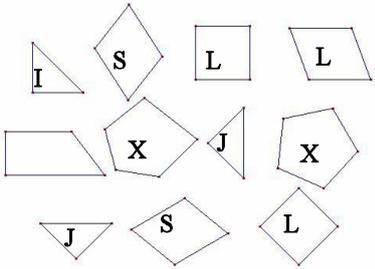
De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

- El estudiante No. 8.
 - Confunde polígonos e incluso la posición de las figuras lo confunden en su identificación.

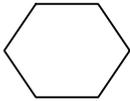
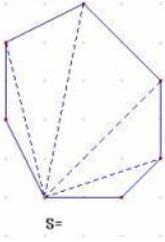
El estudiante No. 8 no cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.

Se podría establecer que el estudiante No. 8 se encuentra trabajando para alcanzar el primer nivel.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 9

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Confunde algunos tipos de polígonos.
	VERBAL		<ul style="list-style-type: none"> Presenta dificultad al reconocer el nombre con que se conoce una figura debido a su posición.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> Representa figuras en el plano y las identifica correctamente.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Se le dificulta determinar la igualdad entre polígonos por el cambio en su posición.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> Los libros, las paredes, las mesas. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce objetos físicos que contienen superficies poligonales.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 9

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	– No responde	
	VERBAL	– No responde	
	DIBUJO		– Representa la figura correcta usando las propiedades dadas.
	LÓGICA		– Se le dificulta identificar un polígono dadas ciertas condiciones para ello.
	APLICADA		

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 9

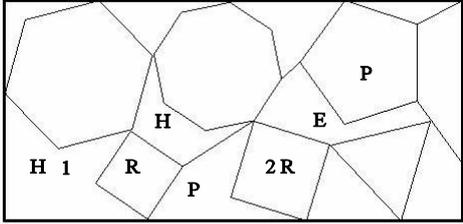
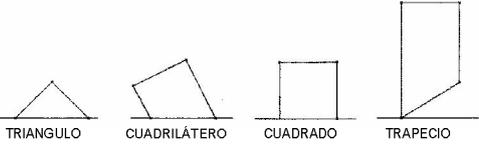
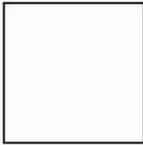
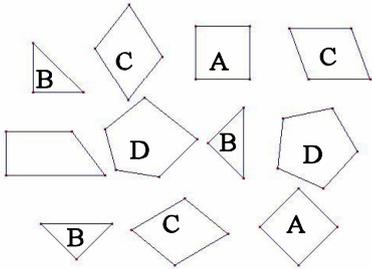
		HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> - Clasifica los polígonos en diferentes familias pero no encuentra relación entre ellos. 	
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Todas son figuras geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> - La respuesta es evidente ya que no expresa ninguna propiedad que defina a la familia poligonal presentada. 	
	DIBUJO	<ul style="list-style-type: none"> - No responde 		
	LÓGICA	<ul style="list-style-type: none"> * Nunca. - Porque el triángulo rectángulo tiene sus lados todos desiguales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Confunde las propiedades de los triángulos rectángulos por lo que no puede notar la relación existente en dichas figuras. 	
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> - No responde 		

De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

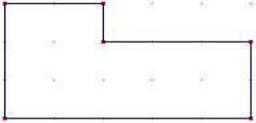
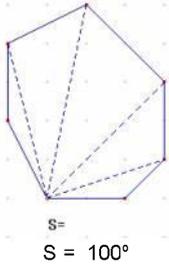
- El estudiante No. 9.
 - No identifica algunos tipos de polígonos mediante la observación de las figuras presentadas. Se le dificulta reconocer igualdades entre polígonos por el cambio en su posición.

El estudiante No. 9 no cumple con los logros del nivel de razonamiento geométrico 1 (RECONOCIMIENTO), según Van Hiele. Sólo se puede determinar que se encuentra trabajando para alcanzar el primer nivel.

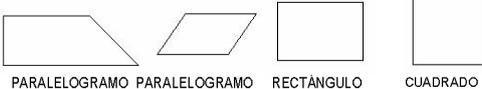
RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 10

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
RECONOCIMIENTO	VISUAL		<ul style="list-style-type: none"> Identifica polígonos regulares e irregulares. Reconoce polígonos específicos.
	VERBAL	 <p style="text-align: center;"> TRIANGULO CUADRILÁTERO CUADRADO TRAPECIO </p>	<ul style="list-style-type: none"> Expresa el nombre correspondiente con la figura presentada.
	DIBUJO	 <p style="text-align: center;">UN CUADRADO</p>	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza la información dada para construir polígonos.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> Reconoce figuras en diferentes posiciones.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> La puerta, ventana, la mesa, la cómoda. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica polígonos en la superficie de objetos físicos.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 10

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ANÁLISIS	VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencia: es que los lados del polígono 2 son largos. - Similitud: que los dos poseen 4 lados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Las diferencias y similitudes encontradas no concuerdan con las figuras a comparar.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> - Es un pentágono. - En estas figuras podemos encontrar un triángulo y un rectángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce el nombre de un polígono de 5 lados. - Considera la figura presentada como compuesta, por lo tanto la divide en polígonos comunes y sencillos.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> - Presenta dificultad para dibujar una figura dadas las propiedades.
	LÓGICA		<ul style="list-style-type: none"> - Utiliza la información dada para identificar un polígono.
	APLICADA	 <p style="text-align: center;">S = 100°</p>	<ul style="list-style-type: none"> - No toma en cuenta los datos suministrados. - Presenta cálculos inexactos pues no tuvo en cuenta el número de lados ni de ángulos que posee el heptágono.

RESPUESTA Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA FINAL DEL ESTUDIANTE 10

	HABILIDADES	RESPUESTAS OBTENIDAS	VALORACIÓN
ORDENAMIENTO	VISUAL	 <p>PARALELOGRAMO PARALELOGRAMO RECTÁNGULO CUADRADO</p> <ul style="list-style-type: none"> – Que a los polígonos según sus lados se les asigna nombre. 	<ul style="list-style-type: none"> – No tiene coherencia, en su respuesta pues da nombre a los polígonos sin tener en cuenta el número de sus lados y luego dice que los polígonos reciben sus nombres por el número de lados.
	VERBAL	<ul style="list-style-type: none"> – La propiedad común que mayor describe a estos polígonos es que cada uno de estos posee 4 lados. 	<ul style="list-style-type: none"> – Expresa la propiedad que define las figuras pero no de una manera concisa.
	DIBUJO		<ul style="list-style-type: none"> – Confunde algunos términos geométricos impidiéndole realizar correctamente los pasos indicados
	LÓGICA	<p>* Nunca.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Siempre tiene que existir en un triángulo rectángulo un lado mayor. 	<ul style="list-style-type: none"> – Presenta poca claridad de las propiedades de los triángulos isósceles lo que le impide notar la inclusión de las figuras.
	APLICADA	<ul style="list-style-type: none"> – Halle la suma de los ángulos internos mediante calcular. 	<ul style="list-style-type: none"> – No comprende el concepto de un modelo matemático que represente relaciones entre objetos físicos.

De acuerdo a la valoración de la información de la prueba se puede deducir:

- El estudiante No. 10.
 - Reconoce figuras poligonales de acuerdo a las propiedades que se le proporcionan, hace un buen manejo de la información al representar polígonos e identifica distintas clases de polígonos dentro de su medio. Cumple con los logros del nivel de RECONOCIMIENTO de la tabla No. 2.

 - Cuando describe una figura no explora propiedades diferentes a la del número de sus lados, se le dificulta dibujar una figura dadas sus propiedades, aunque éstas le ayuden a reconocerla.

El estudiante No. 10 no cumple con los logros para los niveles de ANÁLISIS Y ORDENAMIENTO de la tabla No. 2.

De acuerdo a lo anterior el estudiante No. 10 se encuentra en el nivel de razonamiento geométrico 1 (RECONOCIMIENTO), según Van Hiele.

7. CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS

- La prueba final (No. 3), fue diseñada con el fin de inferir el nivel de razonamiento geométrico en se encuentran los estudiantes a partir de las acciones que en ellas realiza respecto a la identificación y clasificación de polígonos; y de observar la evolución del pensamiento de los mismos de un nivel a otro. Con base en el análisis de los resultados se puede concluir que los estudiantes no están en un mismo nivel de razonamiento: tres se encuentran en el nivel 1 (**RECONOCIMIENTO**), tres se encuentran en el nivel 2 (**ANÁLISIS**), cuatro aun no están siquiera en el primer nivel, y ninguno de ellos alcanza el nivel 3 (**ORDENAMIENTO**). Lo que comprueba lo planteado por los Van Hiele sobre que la mayoría de los estudiantes en los cursos de geometría de la educación básica no alcanzan o pasan el nivel 3 (**ordenamiento**).

Resulta preocupante que cuatro estudiantes no alcancen por lo menos el primer nivel, pues se supone que a esta edad los estudiantes ya deben tener claridad conceptual sobre identificación y clasificación de polígonos.

- Los resultados de este trabajo aportan elementos para especular el por qué de los resultados negativos de los estudiantes en actividades en que aparecen involucrados conceptos geométricos (pruebas icfes).

- Permite observar la escasa capacidad que tienen para seguir indicaciones con respecto a conceptos geométricos. Un ejemplo de ello es: al darles las indicaciones para representar una figura (une con un segmento los puntos medios de los lados adyacentes del mismo) el desconocimiento de los conceptos involucrados (subrayados), hacen que el estudiante se forme una imagen mental del concepto que no corresponde a la figura por la que se le indaga.
- Los resultados alcanzados permiten sugerir que se hace necesario que a nivel de la escuela se indague antes de comenzar un tema específico el grado de comprensión que tengan los estudiantes, así para los maestros estos parezcan fáciles pues el grado de comprensión que alcancen es esencial para el desarrollo de las actividades matemáticas.
- A pesar de sus limitaciones es satisfactorio poder brindar un modelo inicial de prueba que permita conocer al docente el estado en que se encuentran los estudiantes en cuanto a la clasificación e identificación de polígonos. Se espera que una vez mejorada la prueba, contribuya a los propósitos de la línea de investigación al programa licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas.
- El presente estudio no es el final de ningún proceso sino que esperamos se constituya en el punto de partida de nuevos estudios y sirva como modelo para la elaboración de otras pruebas basadas en el modelo de Van Hiele en temas geométricos.

8. CONCLUSIONES

Para que un estudiante avance en los tres niveles establecidos en el modelo de Van Hiele en la clasificación e identificación de polígonos debe reconocer y representar figuras poligonales, conocer sus propiedades y establecer relaciones entre ellos. El fin es que los conceptos relacionados al tema de estudio adquieran significado.

En las escuelas la formación de conceptos tiene siempre carácter reproductivo, compartimos con Ach “que la formación de conceptos siempre debe ser productiva, que el concepto surge y se forma a lo largo de una complicada operación dirigida a la resolución de una determinada tarea y que la sola presencia de condiciones externas y una vinculación mecánica entre la palabra y los objetos no son suficientes para su aparición”.

Algunos docentes desconocen el estado cognitivo de los estudiantes en el área de geometría antes de iniciar las primeras clases, y así comienzan a ingerirle una serie de conceptos ignorando si ellos se encuentran preparados para adquirirlo. ¿Cómo formula un médico sin saber qué tiene el enfermo, si esa droga le servirá o le causará daño porque su organismo no se encuentra preparado? Solo se sabe que al final obtendremos un resultado: estudiantes que no desarrollan en forma adecuada su nivel de pensamiento geométrico.

9. RECOMENDACIONES

A continuación se darán algunas sugerencias a los docentes:

- Se hace necesario que los docentes se concienticen de la responsabilidad en la formación de los estudiante, a fin de lograr los propósitos planteados en la ley general de educación, no se trata simplemente de desarrollar en el aula una serie de contenidos, sino es más bien utilizar los contenidos como pretexto para desarrollar procesos de pensamientos en los educandos.
- Se considera pertinente hacer uso de las cinco fases de aprendizaje y manejo didáctico que propone el modelo de Van Hiele para plantear experiencias que le posibiliten a los alumnos acceder a un nivel de razonamiento superior al que se encuentran.

10. BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

ANEXO 1

ANEXO 2

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado

Jurado

Jurado

Director