



MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS

UNIVERSIDAD DE SUCRE

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**ESTUDIO DE LAS FUNCIONES DE COHERENCIA DE LA LUZ EN UN
SISTEMA JAYNES CUMMINGS NO LINEAL**

YURIMAR RUIZ ROCHA

SINCELEJO-SUCRE



MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

SINCELEJO-SUCRE

**ESTUDIO DE LAS FUNCIONES DE COHERENCIA DE LA LUZ EN UN SISTEMA
JAYNES CUMMINGS NO LINEAL**

TRABAJO DE GRADO PARA OBTENER EL TÍTULO DE MAGISTER EN CIENCIAS FÍSICAS

PRESENTADO POR LA ESTUDIANTE:

YURIMAR RUIZ ROCHA

Director

Pablo Villamil

Codirector

Boris Rodríguez

Febrero/2018

NOTA DE ACEPTACIÓN

El presente Trabajo de Grado cumple con los requisitos académicos exigidos para otorgar el Título de Magíster
en Ciencias Físicas

Dr. Pablo Villamil

Departamento de Física, Universidad de Sucre

DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO

Dr. Ricardo vega

Departamento de Física, Universidad del Atlántico

JURADO

Dr. Juan Carlos Granada

Departamento de Física, Universidad del valle

JURADO

MSc. Carlos Cabra

Coordinador Institucional Maestría en Ciencias Físicas SUE Caribe

Universidad de Sucre

Índice general

1. Introducción	1
2. Electrodinámica Cuántica de Cavidades	3
2.1. Modelo de Jaynes-Cummings (MJC)	3
2.1.1. Descripción del MJC y Hamiltoniano	3
2.1.2. Solución del modelo	4
2.2. MJC con un medio Kerr	5
2.2.1. Hamiltoniano del MJC con medio Kerr	5
2.2.2. Solución del modelo	6
3. Funciones de Correlación y Espectro de Fotoluminiscencia	7
3.1. Funciones de correlación y coherencia de primer orden	7
3.1.1. Función de Correlación de Primer Orden	7
3.2. Funciones de correlación y coherencia de segundo orden	11
3.2.1. Función de Correlación de segundo Orden de un Qubit	13
3.2.2. Función de Correlación de segundo Orden del Campo Electromagnético	15
3.2.3. Espectro de Fotoluminiscencia (PL)	17
4. Resultados y Análisis	18
5. Conclusiones	28
6. Apéndice	30

Índice de figuras

2.1. Representación esquemática del sistema QD-cavidad. Se considera el QD como un sistema de dos niveles con estados $ g\rangle$ y $ e\rangle$ y un solo modo del campo electromagnético cuantizado, donde κ es la tasa a la cual escapan fotones a través de los espejos de la cavidad y γ es la tasa de decaimiento debido a la emisión espontánea del QD.	4
2.2. Representación esquemática del sistema QD-microcavidad en un medio kerr. Se considera el QD como un sistema de dos niveles con estados $ g\rangle$ y $ e\rangle$ y un solo modo cuantizado del campo electromagnético.	5
3.1. Esquema experimental para la medición de la función de correlación de segundo orden en un medio no lineal tipo Kerr. Se considera el QD como sistema de dos niveles con un solo modo del campo electromagnético cuantizado. Un rayo de luz entrando desde la izquierda se divide en dos partes iguales por un divisor de haz. La salida del detector D_1 procede a un contador de coincidencias CC; la salida del detector D_2 es retrasada por el retardo de tiempo variable TD y luego procede al contador de coincidencias.	13
4.1. Evolución temporal del número promedio de fotones y el valor esperado de $\langle\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\rangle$ sin disipación, $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $n_{th} = 0$, para diferentes valores de χ	20
4.2. Evolución temporal del número promedio de fotones con disipación, $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ	21
4.3. Valor esperado de $\langle\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\rangle$ en función de t con disipación $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ	22
4.4. Máximos absolutos de la amplitud en función de χ , (a) $\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\rangle$ (b) $\langle\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\rangle$, con disipación $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$	23
4.5. Espectro fotónico en estado estacionario para el modelo Jaynes-Cummings con un medio kerr $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, $n_{th} = 0$, para diferentes valores de χ	24

4.6.	Espectro fotónico en estado estacionario para el modelo Jaynes-Cummings con un medio kerr $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 1$, (b) $n_{th} = 2$, (c) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ	25
4.7.	Función de coherencia de segundo orden para el modelo Jaynes-Cummings con un medio kerr $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ	26

Dedicatoria

A: Dios, por darme la oportunidad de vivir y por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino a personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el período de estudio. Mi Hijo Sebastián Andrés que ha sido mi motor para seguir adelante. Mi madre Edith Rocha, por darme la vida, quererme mucho, creer en mí y porque siempre me apoyaste. Mis hermanos, Maira Alejandra, Fredy Segundo y Yurianis, por estar conmigo y apoyarme siempre, los quiero mucho. Mis sobrinos, Yanina Gabriela y Jonatan, para que vean en mí un ejemplo a seguir. Mis Tíos, Lucelina Rocha y Nairo Paternina que siempre han estado en todo momento e incondicionalmente.

Agradecimientos

Me gustaría que estas líneas sirvieran para expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la realización del presente trabajo, quiero agradecer en primer lugar a mi tutor y director de tesis al Profesor Pablo Villamil, por la acertada orientación, el soporte y discusión crítica que me permitió un buen aprovechamiento del trabajo realizado, pero sobre todo por la motivación y el apoyo recibido a lo largo de estos meses. Especial reconocimiento merece el interés mostrado por mi trabajo y las sugerencias recibidas del profesor y amigo Julio González, con el que me encuentro en deuda por el ánimo infundido y la confianza en mí depositada. También me gustaría agradecerle por sus siempre atentas y rápidas respuestas a las diferentes inquietudes surgidas durante el desarrollo de este trabajo. Quisiera hacer extensiva mi gratitud al profesor Boris A. Rodríguez de la Universidad de Antioquia y al profesor Jhon H. Reina de la Universidad del Valle por su amistad y colaboración en mi proceso de formación. Un agradecimiento muy especial merece la comprensión, paciencia y el ánimo recibido de mi familia y amigos.

Resumen

En este trabajo se consideró un punto cuántico de dos niveles dentro de una cavidad con un medio no lineal tipo kerr y un solo modo del campo electromagnético cuantizado. Se construyó la ecuación maestra considerando procesos disipativos, el término no lineal Kerr y se solucionó numéricamente para el estado estacionario teniendo en cuenta la temperatura. A partir de estos resultados se analizó la influencia que tiene el medio no lineal en la evolución temporal del número medio de fotones, la inversión de población, el espectro de fotoluminiscencia y se determinaron las características cuánticas-clásicas del estado de la luz mediante el cálculo de las funciones de coherencia de fotones de segundo orden ¹.

¹Palabras claves: óptica no lineal, punto cuántico (QD), cavidad, fotoluminiscencia (PL), ecuación maestra, funciones de correlación, medio Kerr, estados cuánticos de luz.

Abstract

In this work, a two-level quantum dot inside of a cavity with a non-linear Kerr-type medium and a single mode of the electromagnetic field quantized was considered. The master equation was constructed taking into account dissipative processes, with the non-linear Kerr term, and it was numerically solved for the stationary state, taking into account the temperature. On the basis of these results, observable aspects of the state of the light were calculated, such as the average number of photons and the spectrum of photoluminescence, and the quantum-classical characteristics of the state of the light were determined by means of the calculation of the coherence functions of the second-order photons.

Capítulo 1

Introducción

El problema más simple de acoplamiento radiación-materia es la interacción de un sólo átomo de dos niveles con un único modo del campo electromagnético cuantizado. El modelo de Jaynes-Cummings (MJC) es uno de los pocos modelos cuánticos exactamente solubles; este modelo ha atraído la atención por más de 20 años y ha servido como un campo de pruebas para las teorías fundamentales de la interacción radiación-materia [1, 2]. Este modelo es generalizado en muchas direcciones, ya que predice muchos efectos cuánticos novedosos que pueden ser verificados por las tecnologías experimentales de la física moderna [3, 4, 5]. La introducción del medio Kerr en el Hamiltoniano del sistema crea efectos no lineales. Una de las muchas aplicaciones de estos efectos no lineales es producir estados entrelazados, que se aplican ampliamente en información y comunicación cuántica [6, 7, 8, 9, 10]. Amitabh Joshi and R. R. Puri [11] estudiaron el efecto de un medio Kerr en los fenómenos de colapso y reavivamiento para un sistema de dos niveles. De igual forma Vladimir Buzek et.al [12], estudiaron los fenómenos anteriores y adicionalmente describieron las propiedades de compresión del campo de la cavidad y la evolución temporal del número promedio de fotones. O. de los Santos Sánchez E. et.al [13], analizaron dos átomos idénticos de dos niveles que permiten interacciones similares como Ising y dipolo-dipolo entre ellos; incorporando una interacción general dependiente de la intensidad entre los sistemas atómicos y el campo de la cavidad. Se dice que el modelo es no lineal en el sentido de que puede incorporar una interacción general dependiente de la intensidad entre el sistema atómico y el campo de la cavidad y/o la presencia de un medio no lineal dentro de la cavidad. Como ejemplo, consideran un tipo particular de acoplamiento de campo-átomo basado en el llamado modelo Buck-Sukumar y una cavidad de tipo Kerr sin pérdida. Describen los posibles efectos de tales características en la evolución de algunas cantidades de interés actual, tales como la excitación atómica, la pureza, la concurrencia, la entropía del campo y la evolución de este último en el espacio de fase. Wei Wei et.al [14], investigaron el papel que juega el término no lineal en la modulación y preparación de estados cuánticos, proponiendo éste como un parámetro controlable en las investigaciones experimentales de este campo. Edgar A. Gómez et. al [15], plantearon un modelo teórico para un sistema disipativo de punto cuántico-cavidad que interactúan a través de una interacción óptica no lineal. El formalismo de la ecuación maestra en la forma Lindblad es considerado para estudiar la dinámica del sistema en los regímenes de acoplamiento débil y fuerte, respectivamente. El espectro de fotoluminiscencia del sistema en el límite estacionario es

calculado en forma exacta, y muestran el efecto de la interacción óptica no lineal explícitamente sobre este. Adicionalmente, estudian la relación entre los términos de interacción luz-materia (Jaynes-Cummings) e interacción óptica no lineal (medio Kerr) por medio del número medio de fotones. Juan S. Rojas-Arias et.al [16], obtienen una expresión numérica para calcular el espectro de emisión de un sistema cavidad-punto cuántico usando una teoría de campo medio en el formalismo de la matriz densidad. El sistema modelado es un micropilar semiconductor que contiene un único punto cuántico en el interior de la cavidad, este sistema presenta pérdida de fotones a través de los espejos de la cavidad y bombeo de excitones al punto cuántico. Obtienen una ecuación maestra de campo medio no lineal que les permite calcular el espectro de emisión. E. del Valle et.al [17], estudiaron las correlaciones entre N fotones usando la teoría de frecuencia filtrada y tiempo resuelto. Los autores presentaron una teoría para calcular de manera eficiente las correlaciones entre un número arbitrario de fotones de frecuencias dadas y retardos de tiempo. Por otra parte, investigaron la emisión de estados desde el punto de vista de las correlaciones de dos fotones resuelto en frecuencia. Esto lo derivaron de un filtrado espectral, que se puede lograr mediante el uso de una cavidad o mediante la colocación de una serie de filtros de interferencia antes de los detectores. También estudiaron los llamados “procesos de salto” donde el sistema experimenta una transición directa de dos fotones [18].

El objetivo de nuestro trabajo es estudiar el estado cuántico de la luz en un sistema Jaynes-Cummings no lineal y disipativo usando funciones de coherencia de segundo orden. Para calcular estas funciones de coherencia de segundo orden es necesario el cálculo de la función de correlación de primer y segundo orden.

El trabajo está organizado en capítulos, de la siguiente manera:

En los dos primeros capítulos se presenta una descripción de los conceptos y modelos teóricos utilizados en nuestro estudio. Se describe el modelo de Jaynes-Cummings (MJC) con y sin medio Kerr, se muestran los aspectos más relevantes del cálculo de los valores propios de energía y sus correspondientes estados propios (estados vestidos). En el tercer capítulo se presentan las definiciones generales para el cálculo de las funciones de correlación de primer y segundo orden en la imagen de Heisenberg. Luego se soluciona analíticamente el sistema sin disipación por el método de las funciones de estado. Para el cálculo de las funciones de correlación de primer y segundo orden excitónica y fotónica consideramos los estados vestidos y el operador evolución. Además se define el espectro de fotoluminiscencia para los dos casos mencionados anteriormente. En el cuarto capítulo se presentan los resultados y discusión de los cálculos realizados. Los aportes de este trabajo en la parte analítica se muestran en el capítulo 3, donde se calculan las funciones de correlación de primer y segundo orden fotónica por el método de las funciones de estado. Los aportes numéricos se muestran en el capítulo 4 donde se muestran algunos gráficos como número promedio de fotones, espectro de fotoluminiscencia fotónico y función de coherencia de segundo orden para el MJC con y sin medio Kerr.

Capítulo 2

Electrodinámica Cuántica de Cavidades

2.1. Modelo de Jaynes-Cummings (MJC)

2.1.1. Descripción del MJC y Hamiltoniano

El modelo de Jaynes-Cummings considera un sistema de dos niveles con frecuencia de transición w_0 dentro de una cavidad de frecuencia de resonancia w , como se muestra en la Figura 2.1.

Los estados del campo electromagnético son estados de Fock, $|n\rangle$. La interacción luz-materia se considera en la aproximación dipolar y se aplica la aproximación de la onda que rota (RWA). La interacción del sistema de dos niveles con un solo modo de cavidad está descrita por el operador Hamiltoniano Jaynes-Cummings, $\hat{H}_{JC}$ [11, 19]:

$$\hat{H}_{JC} = \frac{1}{2}\hbar w_0 \hat{\sigma}_z + \hbar w \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-) , \quad (2.1)$$

donde el primer término del Hamiltoniano $\hat{H}_{JC}$ está asociado al QD libre, el segundo término hace referencia al modo cuantizado de la cavidad y el tercero a la interacción del QD con el modo cuantizado de la cavidad, $\hat{\sigma}_z$, $\hat{\sigma}_+$, $\hat{\sigma}_-$ son los operadores de transición atómica de espín de Pauli, estos obedecen la relación de anticonmutación fermiónica $[\hat{\sigma}_-, \hat{\sigma}_+] = 1$, $\hat{a}$ y $\hat{a}^\dagger$ son los operadores creación y aniquilación del modo de luz, los cuales satisfacen la relación de conmutación bosónica $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$, w_0 y w son las frecuencias del QD y del modo de la cavidad respectivamente y g es la constante de acoplamiento. Se ha tomado como referencia de energía del campo electromagnético, la energía de punto cero, $\frac{1}{2}\hbar w$.

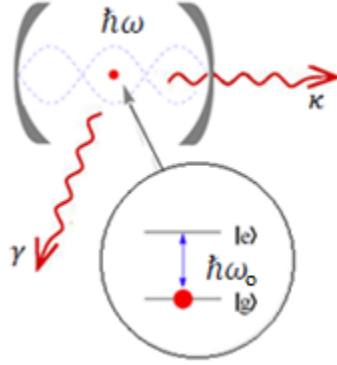


Figura 2.1: Representación esquemática del sistema QD-cavidad. Se considera el QD como un sistema de dos niveles con estados $|g\rangle$ y $|e\rangle$ y un solo modo del campo electromagnético cuantizado, donde κ es la tasa a la cual escapan fotones a través de los espejos de la cavidad y γ es la tasa de decaimiento debido a la emisión espontánea del QD.

2.1.2. Solución del modelo

Cálculo de los valores propios y vectores propios del modelo de Jaynes-Cummings

El operador Hamiltoniano Jaynes Cummings viene dado por :

$$\hat{H}_{JC} = \hat{H}_A + \hat{H}_F + \hat{H}_{AF}, \quad (2.2)$$

donde:

$$\hat{H}_A = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z; \quad \hat{H}_F = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}; \quad \hat{H}_{AF} = \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-). \quad (2.3)$$

Consideremos un QD inicialmente en el estado $|e\rangle$ y el estado del campo en $|n\rangle$, si el QD decae y emite un fotón el estado final constará de un QD en $|g\rangle$ y el campo estará en un estado $|n+1\rangle$, la transición

$$|I\rangle = |e, n\rangle; \quad |F\rangle = |g, n+1\rangle \quad (2.4)$$

representa un proceso de emisión.

Después de resolver la ecuación Schrödinger independiente del tiempo los respectivos valores para la energía son:

$$E_n^\pm = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{2}\hbar\Omega_{n\Delta}, \quad (2.5)$$

$$\Omega_{n\Delta}^2 = 4g^2(n+1) + \Delta^2, \quad (2.6)$$

donde $\Omega_{n\Delta}$ es la frecuencia de Rabi.

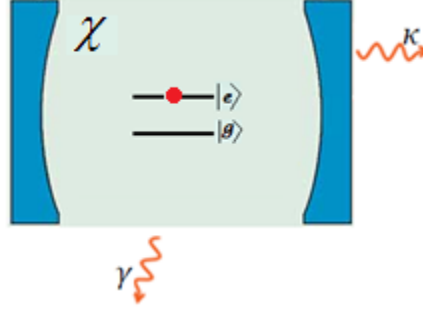


Figura 2.2: Representación esquemática del sistema QD-microcavidad en un medio kerr. Se considera el QD como un sistema de dos niveles con estados $|g\rangle$ y $|e\rangle$ y un solo modo cuantizado del campo electromagnético.

Los vectores propios asociados con los valores de energía E_n^+ y E_n^- respectivamente son:

$$|\psi_n^+\rangle = \cos\theta_n |n, e\rangle + \sin\theta_n |n+1, g\rangle . \quad (2.7)$$

$$|\psi_n^-\rangle = -\sin\theta_n |n, e\rangle + \cos\theta_n |n+1, g\rangle . \quad (2.8)$$

Los estados propios de $\hat{H}_{JC}$ son los estados vestidos dados por (2.7) y (2.8) donde se cumple que:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{JC}|0, g\rangle &= -\frac{1}{2}\hbar\omega_0|0, g\rangle \\ \hat{H}_{JC}|\psi_n^\pm\rangle &= E_n^\pm|\psi_n^\pm\rangle, \quad E_n^\pm = \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{2}\Omega_n \Delta \end{aligned}$$

2.2. MJC con un medio Kerr

2.2.1. Hamiltoniano del MJC con medio Kerr

El modelo bajo consideración consta de un solo QD de dos niveles en un campo electromagnético cuantizado de un solo modo rodeado por un medio Kerr, que es un material que tiene un comportamiento no lineal. El Hamiltoniano que describe este sistema viene dado por:

$$\hat{H}_K = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar g (\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-) + \chi\hat{a}^\dagger\hat{a}^2, \quad (2.9)$$

donde χ da cuenta de la dispersión de la no linealidad del medio Kerr (ver figura 2.2). El medio de Kerr se describe considerando a la cavidad como dos átomos de Rydberg, uno de ellos se comporta como un átomo de dos niveles que realiza una transición de dos fotones y el otro como un oscilador anármonico de frecuencia ω_0 .

2.2.2. Solución del modelo

Cálculo de los valores propios y vectores propios del modelo de Jaynes-Cummings con un Medio Kerr

El Hamiltoniano Jaynes Cummings con un medio Kerr viene descrito por la ec. (2.19) se puede reescribir de la forma:

$$\hat{H}_K = \hat{H}_A + \hat{H}_F + \hat{H}_{AF} + \hat{H}_{kerr} , \quad (2.10)$$

donde:

$$\hat{H}_A = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \hat{\sigma}_z; \quad \hat{H}_F = \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a}; \quad \hat{H}_{AF} = \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-) ; \quad \hat{H}_{kerr} = \chi \hat{a}^\dagger \hat{a}^2 . \quad (2.11)$$

Ahora debemos solucionar la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para el modelo Jaynes-Cummings con medio kerr, para ello consideremos el Hamiltoniano libre $\hat{H}_0$, el Hamiltoniano de interacción $\hat{H}_{AF}$ y el Hamiltoniano asociado con el medio kerr, de igual manera se propone una función de estado $|\psi\rangle$:

$$\hat{H}_K = \hat{H}_0 + \hat{H}_{AF} + \hat{H}_{kerr}; \quad |\psi\rangle = C_I |I\rangle + C_F |F\rangle; \quad \hat{H}_0 = \hat{H}_A + \hat{H}_F ,$$

$$\hat{H}_K |\psi\rangle = E |\psi\rangle ,$$

Después de resolver la ecuación Schrödinger independiente del tiempo los respectivos valores para la energía son (Ver Apéndice A) :

$$E_n^\pm = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + n^2 \chi^2 \pm \frac{1}{2} \hbar \Omega_{n\Delta} ,$$

$$\Omega_{n\Delta}^2 = \left(\frac{\Delta}{2} - n\chi \right)^2 + 4g(n+1) , \quad (2.12)$$

donde $\Omega_{n\Delta}$ representa la frecuencia generalizada de Rabi, las frecuencias de Rabi determinan la mayoría de las propiedades interesantes del modelo, como ocurre en el caso lineal. Por lo tanto, podemos decir que la no linealidad juega el papel de un nuevo nivel dependiente del detuning.

Capítulo 3

Funciones de Correlación y Espectro de Fotoluminiscencia

3.1. Funciones de correlación y coherencia de primer orden

3.1.1. Función de Correlación de Primer Orden

El cálculo de la función de correlación de primer orden nos permite encontrar el espectro de fotoluminiscencia excitónico y fotónico.

La expresión general para el cálculo de la función de correlación de primer orden en la imagen de Heisenberg está dada por [18]:

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = \text{tr} \left\{ \hat{\rho} \hat{E}^{(+)}(x_1) \hat{E}^{(-)}(x_2) \right\} \quad (3.1)$$

donde:

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(+)}(x_1) &= \hat{E}^{(+)}(\vec{r}_1, t) = i \sum_{\vec{k} \lambda} \sqrt{\frac{\hbar w_k}{2\epsilon_0 V}} \hat{a}_{\vec{k} \lambda} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_1} \hat{e}_{\vec{k} \lambda} \\ \hat{E}^{(-)}(x_2) &= \hat{E}^{(-)}(\vec{r}_2, t) = -i \sum_{\vec{k} \lambda} \sqrt{\frac{\hbar w_k}{2\epsilon_0 V}} \hat{a}_{\vec{k} \lambda}^{\dagger} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_2} \hat{e}_{\vec{k} \lambda} \end{aligned}$$

donde $\hat{E}^{(+)}$ es la componente del campo asociada al operador aniquilación responsable de la absorción de fotones, $\hat{E}^{(-)}$ es la componente del campo asociada al operador creación, $\vec{r}_{1,2}$ son los vectores de posición de las ondas 1 y 2 respectivamente, ϵ_0 es la permitividad del vacío, V es un volumen de la cavidad y $\hat{e}_{\vec{k} \lambda}$ es un vector de polarización unitario con vector de onda $\vec{k}$, estado de polarización λ y frecuencia w_k .

La función de coherencia cuántica de primer orden normalizada es:

$$g^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{G^{(1)}(x_1, x_2)}{\sqrt{[G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2)]}} , \quad (3.2)$$

para el cual

$$0 \leq g^{(1)}(x_1, x_2) \leq 1 ,$$

donde se pueden distinguir tres tipos de coherencia:

$$\begin{aligned} \left| g^{(1)}(x_1, x_2) \right| &= 1 \quad \text{Coherencia completa} , \\ 0 < \left| g^{(1)}(x_1, x_2) \right| &< 1 \quad \text{Coherencia parcial} , \\ \left| g^{(1)}(x_1, x_2) \right| &= 0 \quad \text{Incoherente} . \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ejemplo: Modelo de Jaynes-Cummings

Para el cálculo de las funciones de correlación de primer orden excitónica y fotónica consideremos los estados vestidos dados por las ecuaciones (2.7) y (2.8):

$$|\psi_n^+\rangle = \cos\theta_n |n, e\rangle + \sin\theta_n |n+1, g\rangle, \quad |\psi_n^-\rangle = -\sin\theta_n |n, e\rangle + \cos\theta_n |n+1, g\rangle ,$$

o también:

$$|n, e\rangle = \cos\theta_n |\psi_n^+\rangle - \sin\theta_n |\psi_n^-\rangle, \quad |n+1, g\rangle = \sin\theta_n |\psi_n^+\rangle + \cos\theta_n |\psi_n^-\rangle .$$

La evolución de los estados puede expresarse como [20-21]:

$$e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} |n, e\rangle = A_{ne}(t) |n, e\rangle + B_{ne}(t) |n+1, g\rangle ,$$

$$e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} |n+1, g\rangle = A_{n+1,g}(t) |n+1, g\rangle + B_{n+1,g}(t) |n, e\rangle ,$$

donde:

$$A_{ne}(t) = e^{\frac{-iE_n^+ t}{\hbar}} \cos^2\theta_n + e^{\frac{-iE_{n+1}^- t}{\hbar}} \sin^2\theta_n , \quad (3.4)$$

$$A_{n+1,g}(t) = e^{\frac{-iE_n^+ t}{\hbar}} \sin^2\theta_n + e^{\frac{-iE_{n+1}^- t}{\hbar}} \cos^2\theta_n , \quad (3.5)$$

$$B_{ne}(t) = B_{n+1,g}(t) = \left(e^{\frac{-iE_{n+1}^+ t}{\hbar}} - e^{\frac{-iE_n^- t}{\hbar}} \right) \sin\theta_n \cos\theta_n, \quad (3.6)$$

$$A_{0g}(t) = e^{\frac{iE_0 t}{2\hbar}}, \quad B_{0g}(t) = 0.$$

Los resultados anteriores se demuestrán en el apéndice B.

La función de correlación excitónica a primer orden para el modelo de Jaynes-Cummings asumiendo que el QD está en el estado excitado y el campo en un estado arbitrario caracterizado por la distribución p_n viene dada por:

$$\begin{aligned}
G^{(1)}(t, \tau) &= \langle \hat{\sigma}_+(t + \tau) \hat{\sigma}_-(t) \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{-i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{-i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{-i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} | n, e \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{-i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_- (A_{ne}(t) | n, e \rangle + B_{ne}(t) | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{-i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) \hat{\sigma}_- | n, e \rangle + B_{ne}(t) \hat{\sigma}_- | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{-i\hat{H}\tau}{\hbar}} A_{ne}(t) | n, g \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ A_{ne}(t) (A_{ng}(\tau) | n, g \rangle + B_{ng}(\tau) | n, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} A_{ne}(t) A_{ng}(\tau) | n, e \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t + \tau) \langle m, e | + B_{me}^*(t + \tau) \langle m+1, g |) (A_{ne}(t) A_{ng}(\tau) | n, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t + \tau) \langle m, e | n, e \rangle A_{ne}(t) A_{ng}(\tau) + B_{me}^* A_{ne}(t) A_{ng}(t + \tau) \langle g, m+1 | n, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_n^{*\frac{1}{2}} p_m^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t + \tau) \delta_{m,n} A_{ne}(t) A_{ng}(\tau) \\
&= \sum_n p_n^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{ne}^*(t + \tau) A_{ne}(t) A_{ng}(\tau) \\
&= \sum_n p_n A_{ne}^*(t + \tau) A_{ne}(t) A_{ng}(\tau). \quad (3.7)
\end{aligned}$$

Los coeficientes A están dados por las ecuaciones (3.4) y (3.5). Si inicialmente el campo está en estado Fock $|n\rangle$, entonces:

$$G(t, \tau) = A_{ne}^*(t + \tau) A_{ne}(t) A_{ng}(\tau)$$

La función de correlación fotónica a primer orden para el modelo de Jaynes-Cummings asumiendo el QD en el estado excitado y el campo en un estado arbitrario caracterizado por la distribución p_n viene dada por:

$$\begin{aligned}
G^{(1)}(t, \tau) &= \langle \hat{a}^\dagger(t + \tau) \hat{a}(t) \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | n, e \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} (A_{ne}(t) | n, e \rangle + B_{ne}(t) | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) \hat{a} | n, e \rangle + B_{ne}(t) \hat{a} | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) \sqrt{n} | n-1, e \rangle + B_{ne}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger (A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n} | n-1, e \rangle + B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n} | n, g \rangle \\
&\quad + A_{ng}(\tau) B_{ne}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle + B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} (A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n} \sqrt{n} | n, e \rangle \\
&\quad + B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n} \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle \\
&\quad + A_{ng}(\tau) B_{ne}(t) \sqrt{n+1} \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle \\
&\quad + B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t + \tau) \langle m, e | + B_{me}^*(t + \tau) \langle m+1, g |) \\
&\quad (A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n} \sqrt{n} | n, e \rangle + B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n} \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle \\
&\quad + A_{ng}(\tau) B_{ne}(t) \sqrt{n+1} \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle + B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) | n, g \rangle)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G^{(1)}(t, \tau) &= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t+\tau) A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) n \langle m, e | n, e \rangle \\
&\quad + B_{me}^*(t+\tau) B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n(n+1)} \langle m+1, g | n+1, g \rangle) \\
&\quad + B_{me}^*(t+\tau) A_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) \langle m+1, g | n+1, g \rangle \\
&\quad + B_{me}^*(t+\tau) B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) \langle m+1, g | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t+\tau) A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) n \delta_{m,n} \\
&\quad + B_{me}^*(t+\tau) B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n(n+1)} \delta_{m+1,n+1} \\
&\quad + B_{me}^*(t+\tau) A_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) \delta_{m+1,n+1} \\
&\quad + B_{me}^*(t+\tau) B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) \delta_{m+1,n+1}) \\
&= \sum_n p_n (A_{ne}^*(t+\tau) A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) n \\
&\quad + B_{ne}^*(t+\tau) B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n(n+1)} \\
&\quad + B_{ne}^*(t+\tau) A_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) \\
&\quad + B_{ne}^*(t+\tau) B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1)) . \tag{3.8}
\end{aligned}$$

Los coeficientes A y B están dados por las ecuaciones (3.4) , (3.5) y (3.6). Si inicialmente el campo está en estado Fock $|n\rangle$, entonces:

$$\begin{aligned}
G^{(1)}(t, \tau) &= A_{ne}^*(t+\tau) A_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) n + B_{ne}^*(t+\tau) B_{n-1,e}(\tau) A_{ne}(t) \sqrt{n(n+1)} \\
&\quad + B_{ne}^*(t+\tau) B_{ng}(\tau) B_{ne}(t) (n+1) .
\end{aligned}$$

3.2. Funciones de correlación y coherencia de segundo orden

El cálculo de la función de correlación de segundo orden nos permite encontrar la función de coherencia de segundo orden. La expresión general para el cálculo de la función de correlación de segundo orden está dada por [22- 23]:

$$G^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1) = tr \left\{ \hat{\rho} \hat{E}^{(-)}(x_1) \hat{E}^{(-)}(x_2) \hat{E}^{(+)}(x_2) \hat{E}^{(+)}(x_1) \right\} , \tag{3.9}$$

donde el orden normal de los operadores del campo debe preservarse.

Se define la función de coherencia cuántica de segundo orden como:

$$g^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1) = \frac{G^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1)}{G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2)} , \tag{3.10}$$

donde $g^{(2)}(x_1, x_2; x_2, x_1)$ es la probabilidad conjunta de la detección de un fotón en $\vec{r}_1$ en un tiempo t_1 y un segundo fotón en $\vec{r}_2$ en un tiempo t_2 .

En una posición fija, $g^{(2)}$ sólo depende de la diferencia de tiempo $\tau = t_2 - t_1$:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(-)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle}{\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle \langle \hat{E}^{(-)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t+\tau) \rangle}, \quad (3.11)$$

que se interpreta como la probabilidad condicional de que si se detecta un fotón en t también se detectará otro en $t + \tau$.

Es posible clasificar la luz de acuerdo con las propiedades de la función de coherencia de segundo orden. La clasificación es la siguiente:

- Luz agrupada: $g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0)$
- Luz coherente: $g^{(2)}(\tau) = 1$
- Luz antiagrupada: $g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)$

Además, las estadísticas de fotones de la luz pueden clasificarse como super-sub-poissoniana ($g^{(2)}(0) > 1$), poissoniana ($g^{(2)}(0) = 1$), o sub-poissoniana ($g^{(2)}(0) < 1$). Los casos de luz agrupada y coherente tienen análogos clásicos, pero no hay una situación clásica en la que se pueda obtener $g^{(2)}(0) < 1$ y $g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)$. Las estadísticas de fotones sub-poissonianos y el antiagrupamiento de fotones son, por tanto, fenómenos únicamente cuánticos.

La luz coherente, como en el caso clásico, tiene $g^{(2)}(\tau) = 1$ para todo τ . La luz coherente tiene la estadística poissoniana del fotón, con los intervalos al azar entre los fotones. Luz agrupada, como su nombre indica, consiste en una corriente de fotones con los fotones agrupados en conjunto. Esto significa que hay una mayor probabilidad de detectar dos fotones con un intervalo corto entre ellos que con un intervalo largo. La luz térmica satisface este caso. En el caso de luz antiagrupada, los fotones en la corriente están más equidistantes que en el caso de luz coherente. Los fotones en una corriente de luz antiagrupada no tienen un espaciamiento aleatorio. La luz antiagrupada no tiene análogo clásico. Además, una corriente de fotones antiagrupada también puede exhibir potencialmente las estadísticas del fotón sub-poissoniano. Las estadísticas de fotones sub-poissoniano y fotones antiagrupados son fenómenos no clásicos; Pueden potencialmente ocurrir juntos, pero cada uno puede ocurrir en la ausencia del otro.

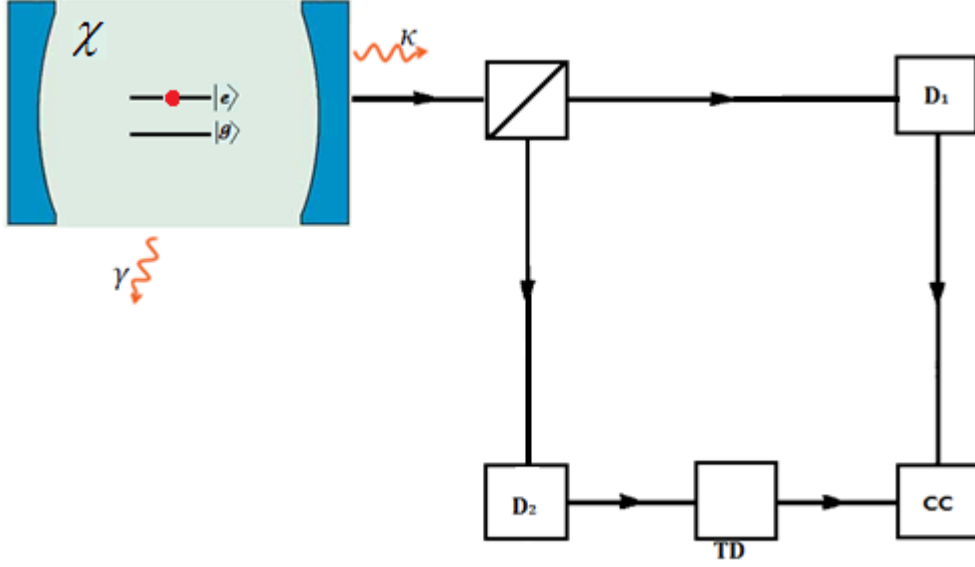


Figura 3.1: Esquema experimental para la medición de la función de correlación de segundo orden en un medio no lineal tipo Kerr. Se considera el QD como sistema de dos niveles con un solo modo del campo electromagnético cuantizado. Un rayo de luz entrando desde la izquierda se divide en dos partes iguales por un divisor de haz. La salida del detector D_1 procede a un contador de coincidencias CC; la salida del detector D_2 es retrasada por el retardo de tiempo variable TD y luego procede al contador de coincidencias.

3.2.1. Función de Correlación de segundo Orden de un Qubit

La función de correlación excitónica a segundo orden para el modelo de Jaynes-Cummings asumiendo el QD en el estado excitado y el campo en un estado arbitrario caracterizado por la distribución p_n viene dada por [20-21]:

$$\begin{aligned}
G^{(2)}(t, \tau) &= \langle \hat{\sigma}_+(t) \hat{\sigma}_+(t+\tau) \hat{\sigma}_-(t+\tau) \hat{\sigma}_-(t) \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{-\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | n, e \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_- (A_{ne}(t) | n, e \rangle + B_{ne}(t) | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) \hat{\sigma}_- | n, e \rangle + B_{ne}(t) \hat{\sigma}_- | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} A_{ne}(t) | n, g \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) \langle m, e | + B_{me}^*(t) \langle m+1, g |) \hat{\sigma}_+ e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t) A_{ne}(t) \langle m, g | e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} | n, g \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t) A_{ne}(t) (A_{mg}^*(\tau) \langle m, g | + B_{mg}^*(\tau) \langle m-1, e |) \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \\
&\quad (A_{ng}(\tau) | n, g \rangle + B_{ng}(\tau) | n-1, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t) A_{ne}(t) (B_{mg}^*(\tau) \langle m-1, g |) \hat{\sigma}_- (A_{ng}(\tau) | n, g \rangle + B_{ng}(\tau) | n-1, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t) A_{ne}(t) (B_{me}^*(\tau) \langle m-1, e |) (A_{ng}(\tau) | n, g \rangle + B_{ng}(\tau) | n-1, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t) A_{ne}(t) (A_{ng}(\tau) B_{mg}^*(\tau) \langle m-1, e | n, g \rangle + B_{ng}(\tau) B_{mg}^*(\tau) \langle m-1, e | n-1, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} A_{me}^*(t) A_{ne}(t) (B_{ng}(\tau) B_{mg}^*(\tau) \delta_{m-1, n-1}) \\
&= \sum_n p_n A_{ne}^*(t) A_{ne}(t) B_{ng}(\tau) B_{ng}^*(\tau) \\
&= \sum_n p_n |A_{ne}(t)|^2 |B_{ng}(\tau)|^2 .
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Los coeficientes A y B están dados por las ecuaciones (3.4) , (3.5) y (3.6). Si inicialmente el campo está en estado Fock $|n\rangle$, entonces:

$$G^{(2)}(t, \tau) = |A_{ne}(t)|^2 |B_{ng}(\tau)|^2$$

3.2.2. Función de Correlación de segundo Orden del Campo Electromagnético

La función de correlación fotónica a segundo orden para el modelo de Jaynes-Cummings asumiendo el QD en el estado excitado y el campo en un estado arbitrario caracterizado por la distribución p_n viene dada por:

$$\begin{aligned}
G^{(2)}(t, \tau) &= \langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}^\dagger(t + \tau) \hat{a}(t + \tau) \hat{a}(t) \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{-\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}(t+\tau)}{\hbar}} e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \langle \psi_0 | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | \psi_0 \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} | n, e \rangle \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} (A_{ne}(t) | n, e \rangle + B_{ne}(t) | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} \langle m, e | e^{\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \hat{a}^\dagger e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) \hat{a} | n, e \rangle + B_{ne}(t) \hat{a} | n+1, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) \langle m, e | + B_{me}^*(t) \langle m+1, g |) \hat{a}^\dagger e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} \\
&\quad (A_{ne}(t) \sqrt{n} | n-1, e \rangle + B_{ne}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) \langle m, e | \hat{a}^\dagger + B_{me}^*(t) \langle m+1, g | \hat{a}^\dagger) e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \\
&\quad (A_{ne}(t) \sqrt{n} | n-1, e \rangle + B_{ne}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) \sqrt{m} \langle m-1, e | + B_{me}^*(t) \sqrt{m+1} \langle m, g |) e^{\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} \hat{a}^\dagger \hat{a} \\
&\quad e^{-\frac{i\hat{H}\tau}{\hbar}} (A_{ne}(t) \sqrt{n} | n-1, e \rangle + B_{ne}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) \sqrt{m} (A_{m-1,e}^*(\tau) \langle m-1, e | + B_{m-1,e}^*(\tau) \langle m, g |) \\
&\quad + B_{me}^*(t) \sqrt{m+1} (A_{m,g}^*(\tau) \langle m, g | + B_{m,g}^*(\tau) \langle m-1, e |)) \hat{n} \\
&\quad (A_{ne}(t) \sqrt{n} (A_{n-1,e}(\tau) | n-1, e \rangle + B_{n-1,e}(\tau) | n, g \rangle) \\
&\quad + B_{ne}(t) \sqrt{n+1} (A_{ng}(\tau) | n, g \rangle + B_{n,g}(\tau) | n-1, e \rangle))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G^{(2)}(t, \tau) &= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) \sqrt{m} (A_{m-1,e}^*(\tau) \langle m-1, e | + B_{m-1,e}^*(\tau) \langle m, g |) \\
&\quad + B_{me}^*(t) \sqrt{m+1} (A_{m,g}^*(\tau) \langle m, g | + B_{m,g}^*(\tau) \langle m-1, e |)) \\
&\quad (A_{ne}(t) \sqrt{n} ((n-1) A_{n-1,e}(\tau) |n-1, e\rangle + n B_{n-1,e}(\tau) |n, g\rangle) \\
&\quad + B_{ne}(t) \sqrt{n+1} (A_{n,g}(\tau) n |n, g\rangle + B_{n,g}(\tau) (n-1) |n-1, e\rangle)) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) A_{m-1,e}^*(\tau) A_{ne}(t) A_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n} \sqrt{m} (n-1) \langle m-1, e | n-1, e \rangle \\
&\quad + A_{me}^*(t) A_{m-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) B_{ng}(\tau) \sqrt{m} \sqrt{n+1} (n-1) \langle m-1, e | n-1, e \rangle \\
&\quad + A_{me}^*(t) B_{m-1,e}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n} \sqrt{mn} \langle m, g | n, g \rangle \\
&\quad + A_{me}^*(t) B_{m-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) A_{ng}(\tau) \sqrt{m} \sqrt{n+1} n \langle m, g | n, g \rangle \\
&\quad + B_{me}^*(t) A_{m,g}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n} \sqrt{m+1} n \langle m, g | n, g \rangle \\
&\quad + B_{me}^*(t) B_{m,g}^*(\tau) B_{ne}(t) A_{ng}(\tau) \sqrt{m+1} \sqrt{n+1} n \langle m, g | n, g \rangle \\
&\quad + B_{me}^*(t) B_{m,g}^*(\tau) A_{ne}(t) A_{n-1,e}(\tau) \sqrt{m} \sqrt{n+1} (n-1) \langle m-1, e | n-1, e \rangle \\
&\quad + B_{me}^*(t) B_{m,g}^*(\tau) B_{ne}(t) B_{n,g}(\tau) \sqrt{m+1} \sqrt{n+1} (n-1) \langle m-1, e | n-1, e \rangle) \\
&= \sum_{m,n} p_m^{*\frac{1}{2}} p_n^{\frac{1}{2}} (A_{me}^*(t) A_{m-1,e}^*(\tau) A_{ne}(t) A_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n} \sqrt{m} (n-1) \delta_{m-1,n-1} \\
&\quad + A_{me}^*(t) A_{m-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) B_{ng}(\tau) \sqrt{m} \sqrt{n+1} (n-1) \langle m-1, e | n-1, e \rangle \delta_{m-1,n-1} \\
&\quad + A_{me}^*(t) B_{m-1,e}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n} \sqrt{mn} \delta_{m,n} \\
&\quad + A_{me}^*(t) B_{m-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) A_{ng}(\tau) \sqrt{m} \sqrt{n+1} n \delta_{m,n} \\
&\quad + B_{me}^*(t) A_{m,g}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n} \sqrt{m+1} n \delta_{m,n} \\
&\quad + B_{me}^*(t) B_{m,g}^*(\tau) B_{ne}(t) A_{ng}(\tau) \sqrt{m+1} \sqrt{n+1} n \delta_{m,n} \\
&\quad + B_{me}^*(t) B_{m,g}^*(\tau) A_{ne}(t) A_{n-1,e}(\tau) \sqrt{m} \sqrt{n+1} (n-1) \delta_{m-1,n-1} \\
&\quad + B_{me}^*(t) B_{m,g}^*(\tau) B_{ne}(t) B_{n,g}(\tau) \sqrt{m+1} \sqrt{n+1} (n-1) \delta_{m-1,n-1}) \\
&= \sum_n p_n (|A_{ne}(t)|^2 |A_{n-1,e}(\tau)|^2 n (n-1) + A_{ne}^*(t) A_{n-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) B_{ng}(\tau) \sqrt{n(n+1)} \\
&\quad (n-1) + |A_{ne}(t)|^2 |B_{n-1,e}(\tau)|^2 n^2 + A_{ne}^*(t) B_{n-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) A_{ng}(\tau) n \sqrt{n(n+1)} \\
&\quad + B_{ne}^*(t) A_{n,g}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) n \sqrt{n(n+1)} + |B_{ne}(t)|^2 B_{n,g}^*(\tau) A_{ng}(\tau) n (n+1) \\
&\quad + B_{ne}^*(t) B_{n,g}^*(\tau) A_{ne}(t) A_{n-1,e}(\tau) \sqrt{n(n+1)} (n-1) + |B_{ne}(t)|^2 |B_{n,g}(\tau)|^2 (n+1) (n-1))
\end{aligned}$$

Los coeficientes A y B están dados por las ecuaciones (3.4) , (3.5) y (3.6). Si inicialmente el campo está en estado Fock $|n\rangle$, entonces:

$$\begin{aligned}
G^{(2)}(t, \tau) = & |A_{ne}(t)|^2 |A_{n-1,e}(\tau)|^2 n(n-1) + A_{ne}^*(t) A_{n-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) B_{ng}(\tau) \\
& \sqrt{n(n+1)}(n-1) + |A_{ne}(t)|^2 |B_{n-1,e}(\tau)|^2 n^2 + A_{ne}^*(t) B_{n-1,e}^*(\tau) B_{ne}(t) \\
& A_{ng}(\tau) n \sqrt{n(n+1)} + B_{ne}^*(t) A_{n,g}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) n \sqrt{n(n+1)} \\
& |B_{ne}(t)|^2 B_{n,g}^*(\tau) A_{ng}(\tau) n(n+1) + B_{ne}^*(t) A_{n,g}^*(\tau) A_{ne}(t) B_{n-1,e}(\tau) \\
& n \sqrt{n(n+1)} + |B_{ne}(t)|^2 B_{n,g}^*(\tau) A_{ng}(\tau) n(n+1)
\end{aligned}$$

3.2.3. Espectro de Fotoluminiscencia (PL)

El espectro de fotoluminiscencia, $S(w)$, del sistema está definido como el número medio de fotones con frecuencia w [24-26],

$$S(w) = \langle \hat{a}^\dagger(w) \hat{a}(w) \rangle. \quad (3.13)$$

Este es proporcional a la intensidad de fotones emitidos por la cavidad a esta frecuencia (la emisión directa del QD debido a procesos de recombinación es descrita en forma similar por $\langle \hat{\sigma}^\dagger(w) \hat{\sigma}(w) \rangle$). Sin embargo, es más conveniente considerar el espectro normalizado

$$S(w) = \frac{1}{\pi n} \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Re} \int_0^\infty \langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle e^{iw\tau} d\tau \quad (3.14)$$

O también

$$S(w) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^\infty e^{iw\tau} G^{(1)}(t, \tau) d\tau \quad (3.15)$$

donde $G^{(1)}(t, \tau)$ es una función de correlación de dos tiempos, conocida como la función de coherencia de primer orden. Para obtener el espectro $S(w)$ es necesario calcular el promedio de operadores evaluados en tiempos diferentes $\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle$. Este cálculo se puede realizar a través del teorema de regresión cuántica o por el método de las funciones de estado [27].

Capítulo 4

Resultados y Análisis

Este trabajo consiste en investigar la dinámica de un sistema de dos niveles con un medio no lineal tipo kerr teniendo en cuenta la temperatura. Este sistema se solucionó analíticamente sin disipación para el modelo de Jaynes Cummings con medio kerr usando funciones de estado y numéricamente con disipación usando el formalismo de la ecuación maestra. La ecuación maestra que se utilizó para el cálculo numérico fue [27]:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\rho}} = & \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_K, \hat{\rho}] + \frac{\kappa}{2} (1 + \bar{n}) (2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}) \\ & \frac{\kappa}{2}\bar{n} (2\hat{a}^\dagger\hat{\rho}\hat{a} - \hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}\hat{a}^\dagger) + \frac{\gamma}{2} (2\hat{\sigma}_-\hat{\rho}\hat{\sigma}_+ - \hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-)\end{aligned}$$

La ecuación maestra del operador densidad del sistema tiene en cuenta diferentes procesos: emisión coherente κ , son las pérdidas de los fotones a través de la cavidad y emisión espontánea γ del qubit.

Al cambiar los parámetros libres en el modelo de nuestro sistema de estudio, κ y γ , se pueden obtener dos regímenes diferentes de la dinámica: acoplamiento débil y acoplamiento fuerte entre el modo cuantizado de la cavidad y el qubit. Las escalas de tiempo características asociadas con cada proceso son: $\tau_g = \frac{1}{g}$, es la escala de tiempo de la interacción, $\tau_\gamma = \frac{1}{\gamma}$ es la escala de tiempo de emisión espontánea y $\tau_\kappa = \frac{1}{\kappa}$ es la escala de tiempo de emisión coherente. Si $g \gg \kappa$, los fotones se almacenan de manera eficiente en la cavidad un tiempo $\tau_\kappa \gg \tau_g$, así el campo y la materia intercambian energía muchas veces antes de que el fotón escape hacia el exterior. Cuando se cumple se dice que está en el régimen de acoplamiento fuerte. Si $\tau_\kappa \ll \tau_g$, se dice que el sistema se encuentra en el régimen de acoplamiento débil y en este caso los fotones escapan de la cavidad antes de que puedan ser absorbidos por el qubit. El régimen donde se realizaron estos cálculos fue el régimen de acoplamiento fuerte y para simplificar el problema asumimos que la cavidad se encuentra en resonancia con el qubit, es decir, ($w_0 = w$).

A continuación se muestran los resultados obtenidos de los cálculos realizados: número promedio de fotones, valor esperado $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ en función de t , espectro de fotoluminiscencia fotónico y función de coherencia de segundo orden para el MJC con y sin medio kerr. Para el número promedio de fotones y el valor esperado $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ en función de t se hizo el estudio con y sin disipación. Para el espectro de fotoluminiscencia fotónico y función de coherencia de segundo orden

se hizo con disipación, ya que se trabajó con estados estacionarios. La condición inicial que se consideró al momento de realizar los cálculos fue $|e, 1\rangle$. En los sistemas donde se consideró la disipación las gráficas se realizaron para número medio de fotones en el reservorio $n_{th} = 0$ y $n_{th} \neq 0$.

La Figura 4.1 corresponde a la gráfica del número promedio de fotones y el valor esperado $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ en función del tiempo sin disipación para dos casos concretos. El primero corresponde al caso donde el medio es lineal, es decir, MJC sin efecto kerr ($\chi = 0$). El segundo caso es incluyendo la parte no lineal ($\chi \neq 0$). De la figura se observa un comportamiento oscilatorio y periódico para ambos casos. De estas cantidades físicamente lo que está sucediendo en el sistema es que hay un fotón en la cavidad y el QD está en el estado excitado, al momento de que el QD pasa al estado más bajo, la cavidad gana un fotón quedando ésta con dos fotones y el QD en el estado base y así sucesivamente vuelve el QD absorbe un fotón y pasa al estado excitado. Se puede observar que al agregar la parte del medio kerr para diferentes valores del parámetro χ , la amplitud de las oscilaciones se reduce a medida que el valor de χ se hace más grande, de modo que la frecuencia de oscilación aumenta.

En la Figuras 4.2 se puede observar la evolución temporal del número promedio de fotones, para valores $n_{th} = 0$ (a), $n_{th} = 1$ (b), $n_{th} = 2$ (c) , y $n_{th} = 3$ (d) y para diferentes valores de χ . De la gráfica vemos un comportamiento oscilatorio de dicho parámetro, el cual presenta pérdidas. En cada gráfica se puede observar que al aumentar χ , la amplitud de las oscilaciones se reduce, debido principalmente a la tasa de pérdidas a través de la cavidad. También se puede observar que las gráficas 4.2(b), 4.2(c) y 4.2(d) convergen aproximadamente al valor del número térmico de fotones, lo que significa que hay un intercambio de energía entre la cavidad y el reservorio hasta alcanzar el equilibrio térmico.

En las Figuras 4.3 se puede observar el valor esperado de $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ en función de tiempo t del MJC, para $n_{th} = 0$ (a) , $n_{th} = 1$ (b), $n_{th} = 2$ (c), y $n_{th} = 3$ (d) y para diferentes valores de χ . Se evidencia un comportamiento oscilatorio y con pérdidas, reduciéndose la amplitud de las oscilaciones a medida que el valor de χ se hace más grande. El decrecimiento de $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ es debido principalmente a la emisión del QD. También se pueden observar oscilaciones de Rabi que tienden amortiguarse o colapsar. Las figuras 4.3(b), 4.3(c) y 4.3(d) se interceptan en un punto, debido a que la energía del QD trata de ponerse en equilibrio térmico con el ambiente. En la figura 4.4 se muestran los máximos absolutos de la amplitud en función de χ , para (a) $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$, (b) $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ y con disipación para (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$. El comportamiento de estas gráficas es aproximadamente lineal.

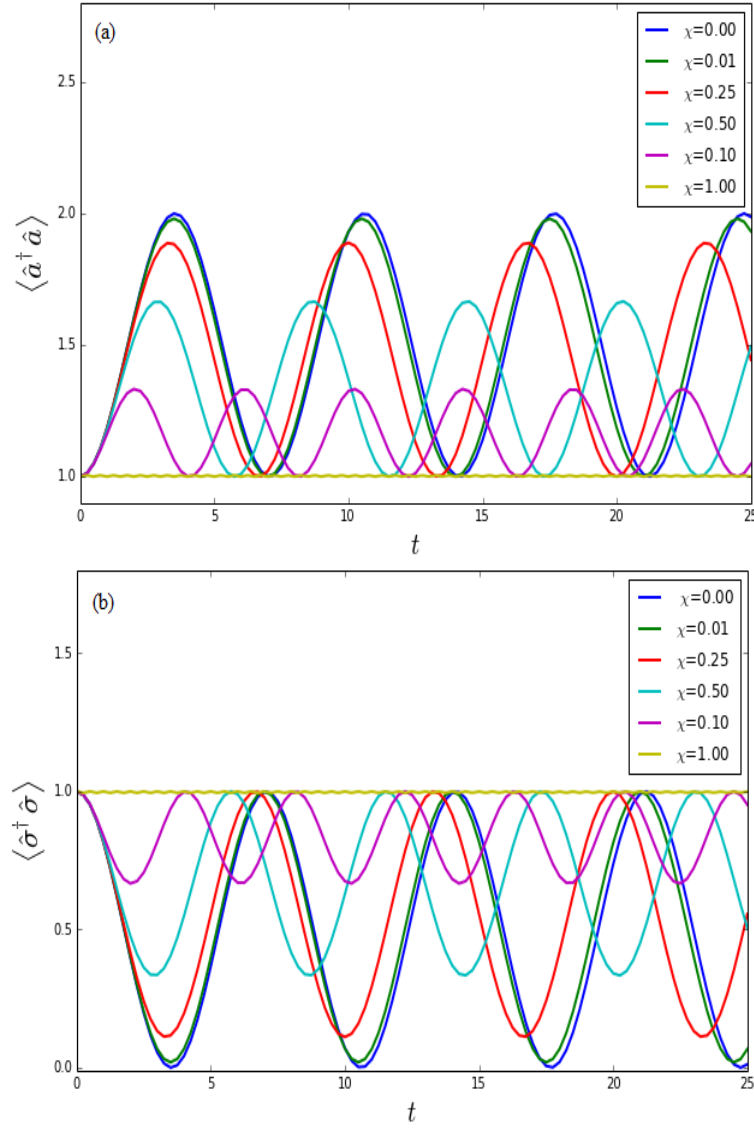


Figura 4.1: Evolución temporal del número promedio de fotones y el valor esperado de $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ sin disipación, $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $n_{th} = 0$, para diferentes valores de χ .

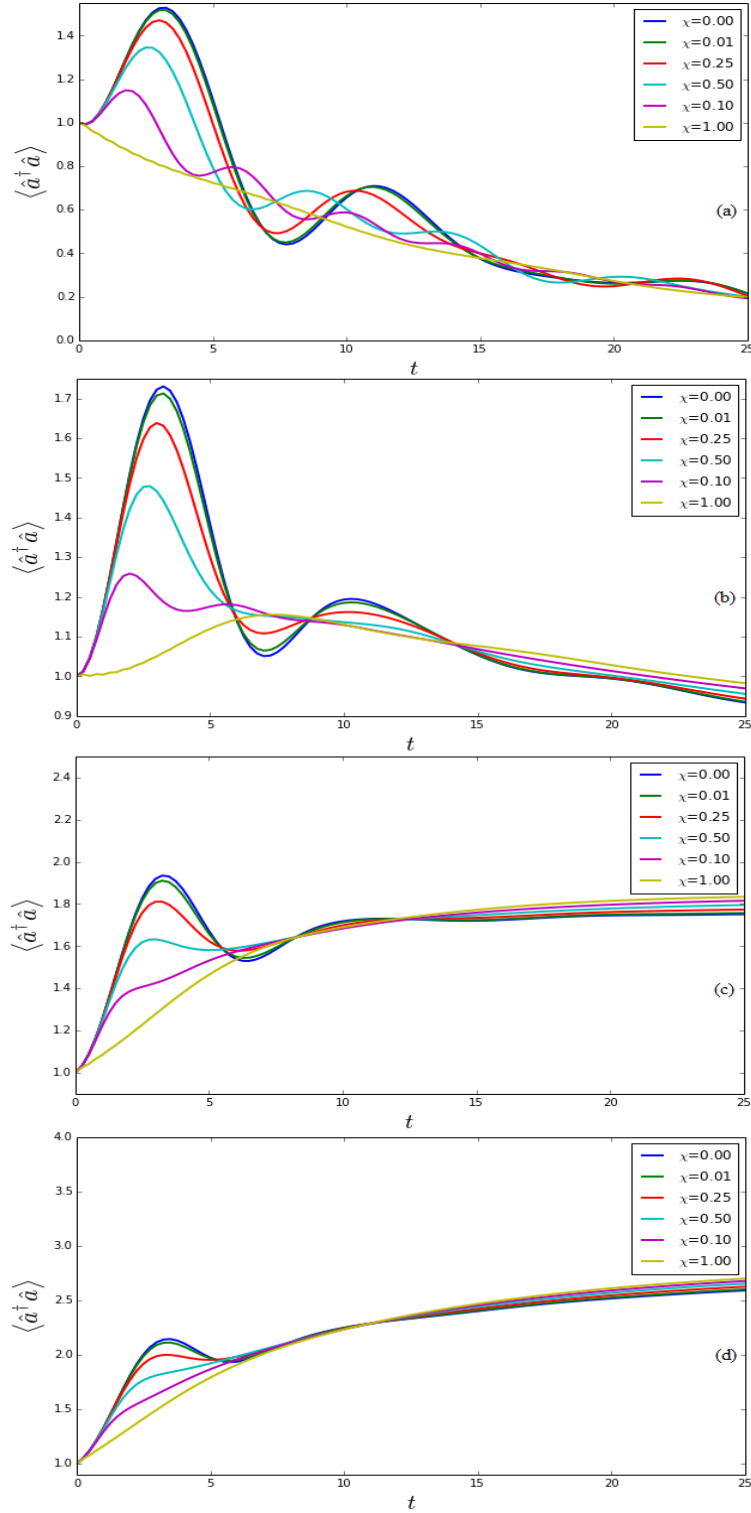


Figura 4.2: Evolución temporal del número promedio de fotones con disipación, $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ .

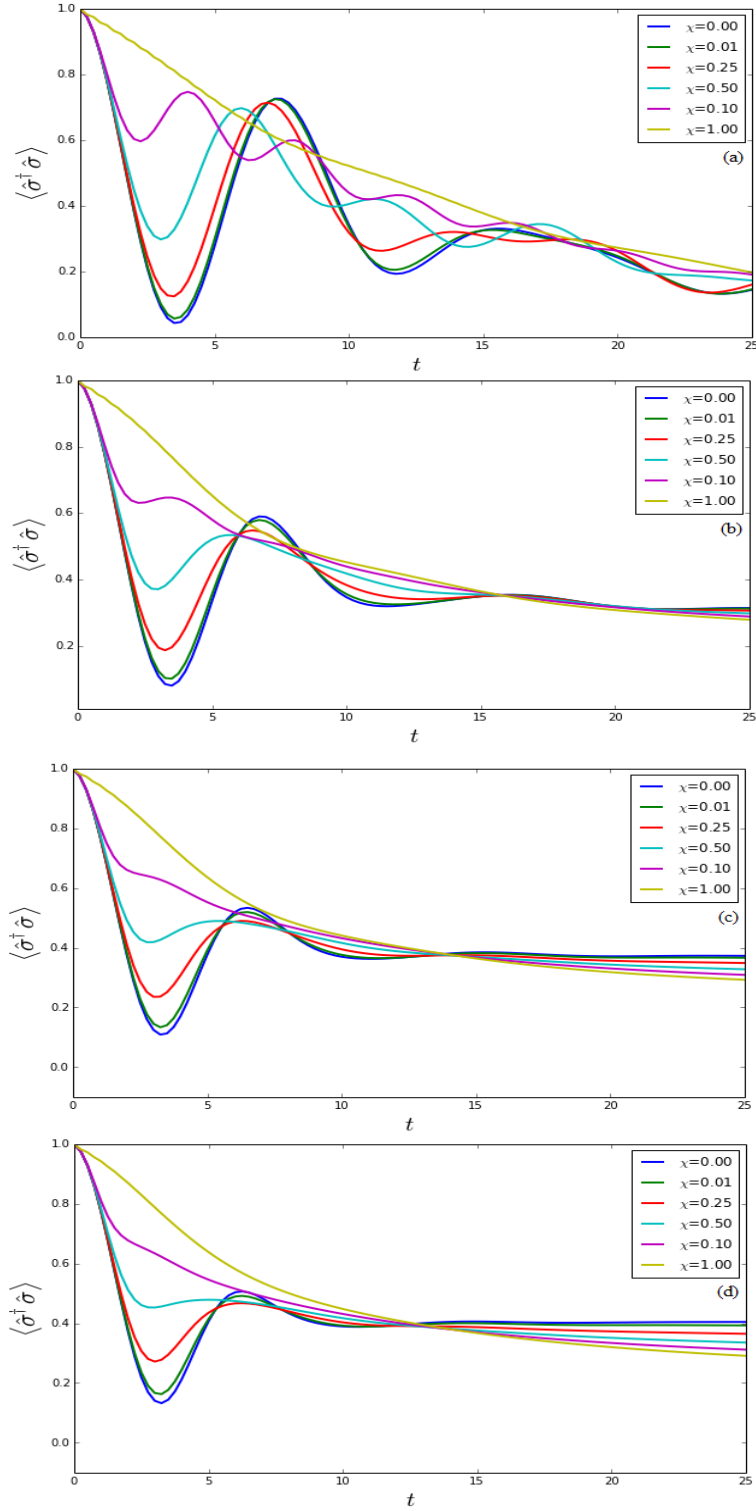


Figura 4.3: Valor esperado de $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$ en función de t con disipación $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ .

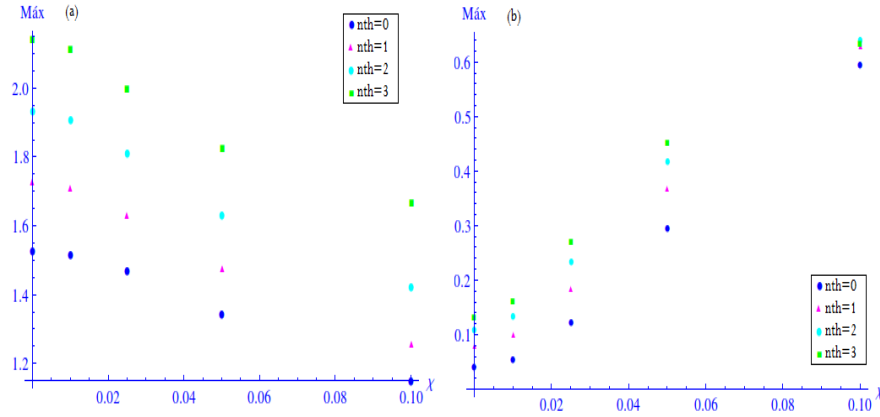


Figura 4.4: Máximos absolutos de la amplitud en función de χ , (a) $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ (b) $\langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$, con disipación $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$.

En la Figura 4.5 se muestra el espectro de energía en función de la frecuencia para $n_{th} = 0$. El espectro obtenido presenta dos máximos en frecuencia y es simétrico con respecto al valor de la frecuencia de la cavidad. Vemos que no hay un cambio significativo a medida que el valor de χ aumenta. En la figura 4.6 se muestra el espectro de energía en función de la frecuencia para $n_{th} = 1(a)$, $n_{th} = 2(b)$ y $n_{th} = 3(c)$. A la derecha se muestra una gráfica ampliada de la misma para poder ver mejor la figura. La introducción de la no linealidad y el n_{th} causa cambios drásticos en el espectro. En las figuras 4.6(a), 4.6(b) y 4.6(c), para $\chi = 0$, el espectro sigue siendo simétrico para el valor de la frecuencia de la cavidad, pero para $\chi \neq 0$ los espectros son asimétricos. También se observa que el efecto de la temperatura para $\chi = 0$ lleva cambios en la forma de la línea. Los picos se mueven uno hacia el otro tratando de fusionarse en un solo pico. Se puede observar en la Figura 4.6 (a) que a medida que χ se hace más grande la amplitud de las oscilaciones disminuye y se tratan de formar más picos, sin embargo, en las Figuras 4.6(b) y 4.6(c) esos picos van desapareciendo a medida que el valor de n_{th} aumenta.

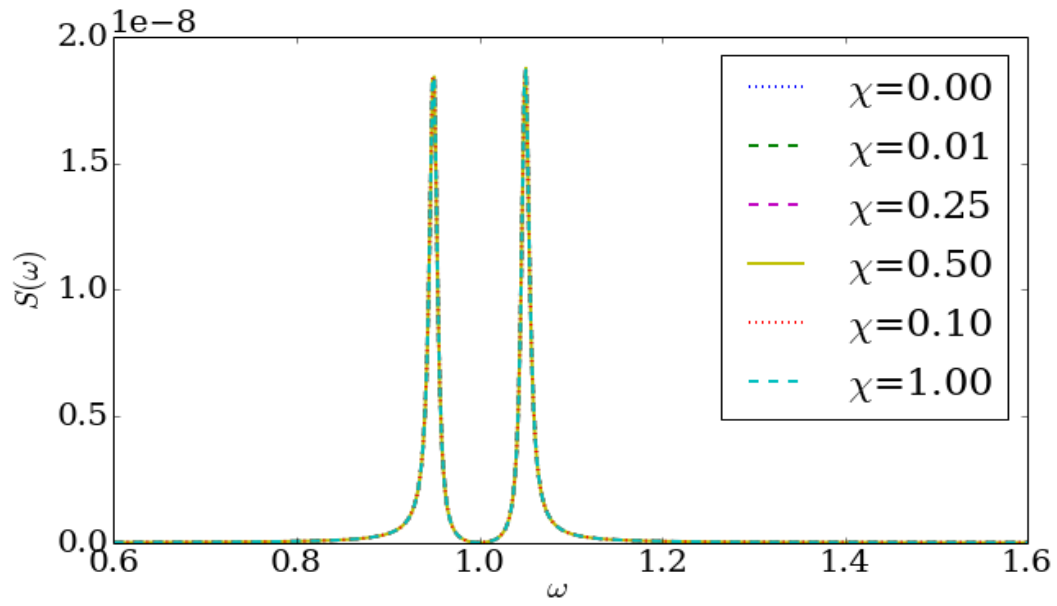


Figura 4.5: Espectro fotónico en estado estacionario para el modelo Jaynes-Cummings con un medio kerr $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, $n_{th} = 0$, para diferentes valores de χ .

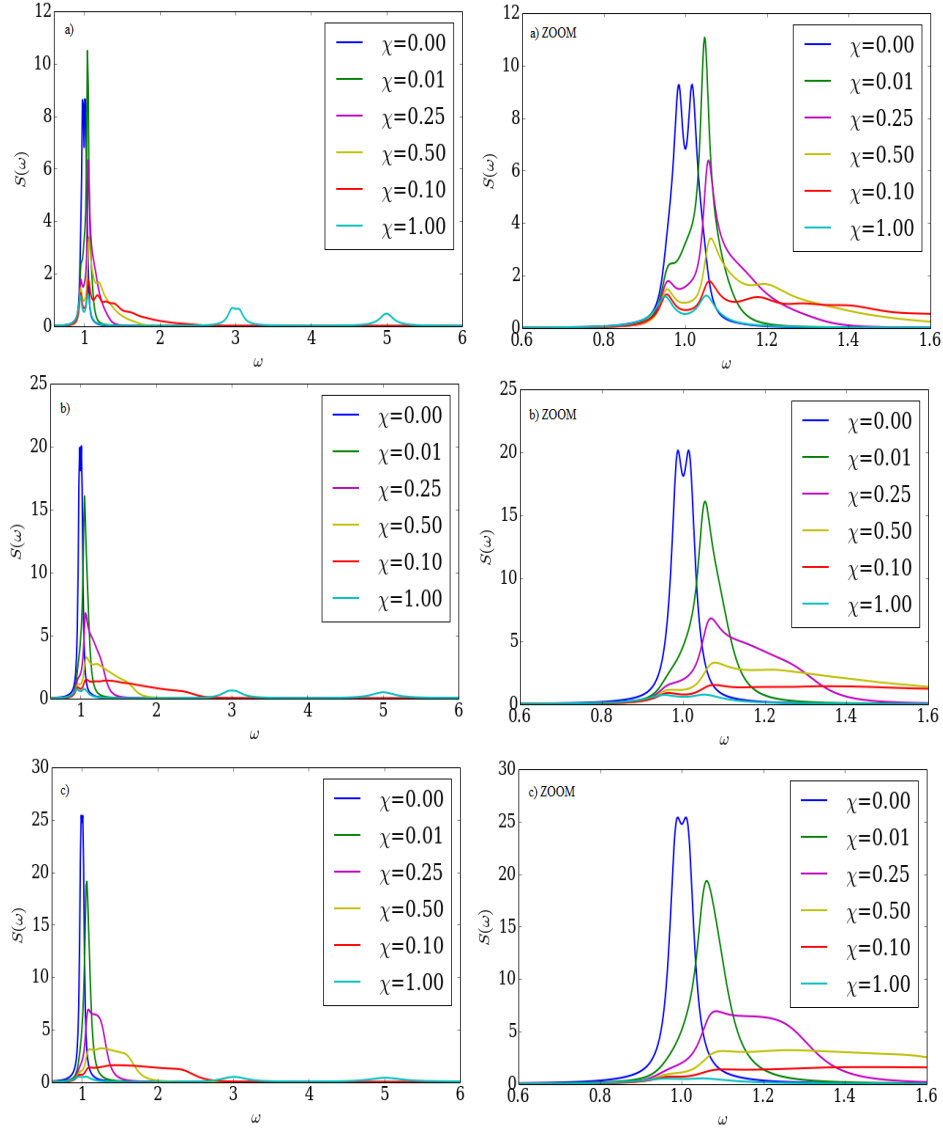


Figura 4.6: Espectro fotónico en estado estacionario para el modelo Jaynes-Cummings con un medio kerr $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 1$, (b) $n_{th} = 2$, (c) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ .

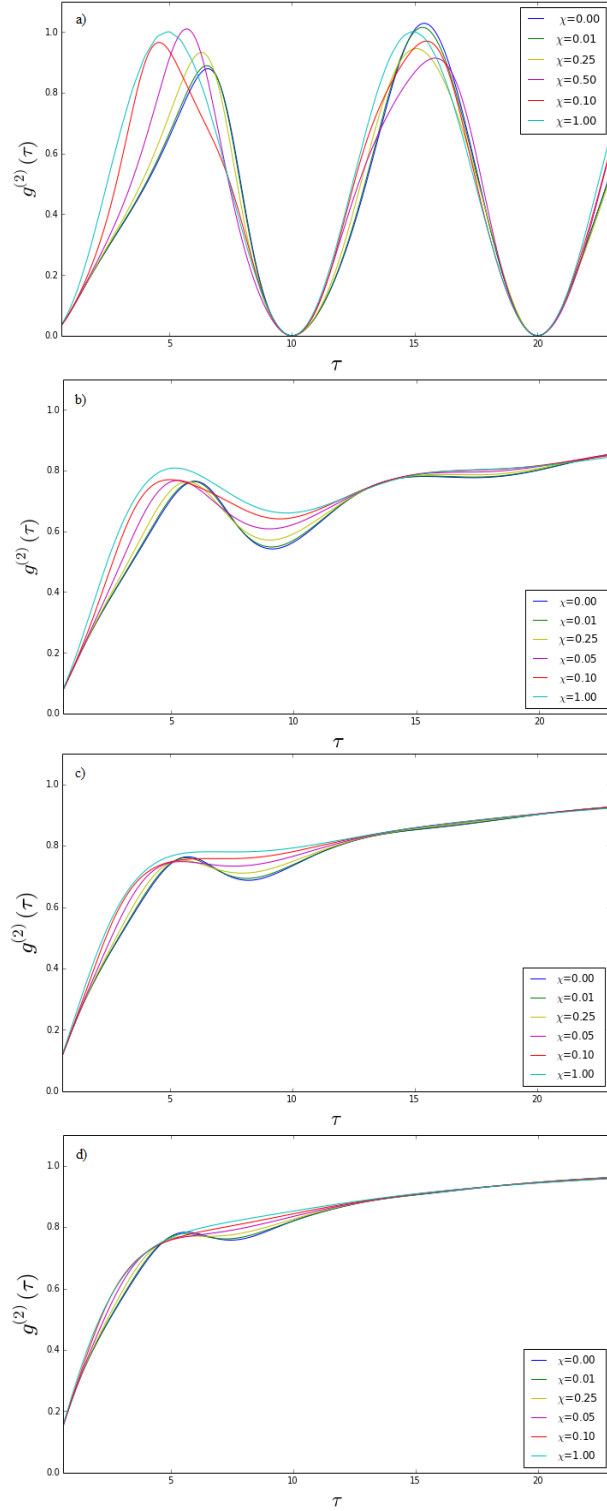


Figura 4.7: Función de coherencia de segundo orden para el modelo Jaynes-Cummings con un medio kerr $w_c = w_a = 1,0 \times 2\pi$, $g = 0,05 \times 2\pi$, $\kappa = 0,08$, $\gamma = 0,05$, (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, para diferentes valores de χ .

En la Figura 4.7 se muestra la función de coherencia de segundo orden como función τ para (a) $n_{th} = 0$, (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$ y (d) $n_{th} = 3$ y para diferentes valores de χ . La función $g^{(2)}(\tau)$ mide la probabilidad de coincidencia de dos fotones que se detectan con una diferencia de tiempo. Típicamente esta función de coherencia de segundo orden se utiliza para encontrar el carácter estadístico de las fluctuaciones de la intensidad. Observamos que el mínimo de $g^{(2)}(\tau)$ para (a) $n_{th} = 0$, ocurre en $\tau = 0$ y es periódica cada $\tau = 10$ ps, sin embargo, el mínimo de $g^{(2)}(\tau)$ para (b) $n_{th} = 1$, (c) $n_{th} = 2$, (d) $n_{th} = 3$, solo se da en $\tau = 0$. Además $g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)$ para $\tau > 0$ para los cuatro casos dados anteriormente, indicando que la luz es antiagrupada. Por otra parte, la estadística de fotones de la luz la clasifican como poissoniana para todos los casos. Observamos que los dos fenómenos vistos son netamente cuánticos, es decir, no hay análogo clásico para este sistema en estudio. En cada gráfica se puede observar que al agregar la parte del medio kerr para diferentes χ , la amplitud de las oscilaciones cambia a medida que el valor de χ aumenta. También se puede observar que a medida que n_{th} aumenta $g^{(2)}(\tau) \rightarrow 1$ cuando $\tau \rightarrow \infty$.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta tesis se han presentado los resultados de una investigación sobre la dinámica de un sistema QED de cavidad donde un solo Qubit interactúa con un solo modo del campo electromagnético cuantizado. Para la condición inicial dada y el régimen considerado se encontró el número medio de fotones y la inversión de población del sistema Qubit-Cavidad. En el caso donde no hay disipación se pudo observar que el medio kerr conduce a la disminución de la amplitud de las oscilaciones. Para el caso disipativo, el fuerte acoplamiento genera oscilaciones en el número medio de fotones, debido a que los fotones pasan mayor tiempo en la cavidad antes de escaparse de ella.

Analizamos analíticamente el comportamiento de la función de correlación excitónica y fotónica de primer y segundo orden sin disipación usando funciones de estados. Para la función de correlación excitónica de segundo orden calculada de forma analítica para los dos modelos, se observó que a medida que n tiende a cero la función de correlación también tiende a ese valor. Como se está trabajando con un medio kerr, hay un proceso de dos fotones y la mínima condición que se debe usar es que haya por lo menos un fotón en la cavidad y el Qubit se encuentre en el estado excitado.

Para el espectro fotónico notamos en la gráfica que esta función a medida que el número térmico tiende a cero el espectro tiende a ese valor, lo que indica que para estudiar el espectro fotónico se debe tener en cuenta valores distintos de cero en el número térmico de fotones asociado con el reservorio, ya que juega un papel fundamental. También se observa que las gráficas de espectros para el modelo de Jaynes Cummings para todos los números térmicos son simétricas con respecto al valor de la frecuencia de la cavidad, lo que concuerda con algunos trabajos teóricos similares reportados [7,16]. Por último observamos que las funciones de coherencia de segundo orden estudiadas tienen características netamente cuánticas. Por último, esperamos que nuestro estudio pueda proveer suficiente información para futuros estudios teóricos y/o experimentales.

Perspectivas Futuras

Para un futuro trabajo se podría considerar el estudio de dos qubits en una cavidad con un sólo modo del campo, teniendo cuenta los efectos de la temperatura y el medio no lineal tipo kerr, donde se calcularían observables como número medio de fotones, inversión de población, entrelazamiento, espectro de fotoluminiscencia y funciones de coherencia de primer y segundo orden. Además de ello, se utilizarían otros mecanismos no lineales para resolver el problema.

Capítulo 6

Apéndice

A. Cálculo de los valores propios y vectores propios del modelo de Jaynes-Cummings con un Medio Kerr:

$$\hat{H}_K |\psi\rangle = E |\psi\rangle ,$$

$$\left(\hat{H}_A + \hat{H}_F + \hat{H}_{AF} + \hat{H}_{kerr} \right) \{ C_I |I\rangle + C_F |F\rangle \} = E \{ C_I |I\rangle + C_F |F\rangle \} , \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} H_A C_I |I\rangle + \hat{H}_F C_I |I\rangle + \hat{H}_{AF} C_I |I\rangle + \hat{H}_{kerr} C_I |I\rangle + H_A C_F |F\rangle + \hat{H}_F C_F |F\rangle \\ + \hat{H}_{AF} C_F |F\rangle + \hat{H}_{kerr} C_F |F\rangle = E C_I |I\rangle + E C_F |F\rangle \end{aligned}$$

Premultiplicando la ecuación anterior por $\langle I|$

$$\begin{aligned} C_I \langle I | H_A | I \rangle + C_I \langle I | \hat{H}_F | I \rangle + C_I \langle I | \hat{H}_{AF} | I \rangle + C_I \langle I | \hat{H}_{kerr} | I \rangle + C_F \langle I | H_A | F \rangle \\ + C_F \langle I | \hat{H}_F | F \rangle + C_F \langle I | \hat{H}_{AF} | F \rangle + C_F \langle I | \hat{H}_{kerr} | F \rangle = E C_I \end{aligned}$$

y considerando:

$$\begin{aligned} \langle I | \hat{H}_K | I \rangle &= \frac{1}{2} \hbar \omega_0 + n \hbar \omega + \chi n(n-1) = E_I + \chi n(n-1) , \\ \langle I | \hat{H}_K | F \rangle &= \hbar g \sqrt{n+1} , \end{aligned}$$

Se obtiene:

$$C_I (E_I + \chi n(n-1)) + C_F \hbar g \sqrt{n+1} = E C_I \quad (6.2)$$

Premultiplicando la ecuación (6.1) por $\langle F|$

$$C_I \langle F | H_A | I \rangle + C_I \langle F | \hat{H}_F | I \rangle + C_I \langle F | \hat{H}_{AF} | I \rangle + C_I \langle F | H_{kerr} | I \rangle + C_F \langle F | H_A | F \rangle + \\ C_F \langle F | \hat{H}_F | F \rangle + C_F \langle F | \hat{H}_{AF} | F \rangle + C_F \langle I | \hat{H}_{kerr} | F \rangle = EC_F$$

$$\begin{aligned} \langle F | \hat{H}_K | F \rangle &= -\frac{1}{2} \hbar w_0 + (n+1) \hbar w + \chi n(n+1) = E_F + \chi n(n+1), \\ \langle I | \hat{H}_K | F \rangle &= \hbar g \sqrt{n+1}, \end{aligned}$$

$$C_F (E_F + \chi n(n+1)) + C_I \hbar g \sqrt{n+1} = EC_F. \quad (6.3)$$

Despejando de (6.2) C_I y reemplazando en la ecuación (6.3) se tiene que:

$$\frac{C_F \hbar g \sqrt{n+1} \hbar g \sqrt{n+1}}{(E - E_I - \chi n(n-1))} + (E_F + \chi n(n+1)) C_F = EC_F,$$

$$C_F \hbar^2 g^2 (n+1) + (E - E_I - \chi n(n-1)) (E_F + \chi n(n+1)) C_F = EC_F (E - E_I - \chi n(n-1)),$$

$$E^2 - E (E_I + E_F + 2\chi n^2) + (E_I E_F - \hbar^2 g^2 (n+1)) + \chi n(n+1) E_I + \chi n(n-1) E_F + \chi^2 n^2 (n^2 - 1) = 0.$$

Después de resolver la ecuación cuadrática los valores para la energía son:

$$E_n^\pm = \hbar w \left(n + \frac{1}{2} \right) + n^2 \chi^2 \pm \frac{1}{2} \hbar \Omega_{n\Delta}, \quad (6.4)$$

B. La evolución de los estados puede expresarse como:

$$\begin{aligned} e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} |n, e\rangle &= e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}} (\cos\theta_n |\psi_n^+\rangle - \sin\theta_n |\psi_n^-\rangle) \\ &= e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} \cos\theta_n |\psi_n^+\rangle - e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}} \sin\theta_n |\psi_n^-\rangle \\ &= e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} \cos\theta_n (\cos\theta_n |n, e\rangle + \sin\theta_n |n+1, g\rangle) - \\ &\quad e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}} \sin\theta_n (-\sin\theta_n |n, e\rangle + \cos\theta_n |n+1, g\rangle) \\ &= e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} \cos^2\theta_n |n, e\rangle + e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} \sin\theta_n \cos\theta_n |n+1, g\rangle + \\ &\quad e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}} \sin^2\theta_n |n, e\rangle - e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}} \sin\theta_n \cos\theta_n |n+1, g\rangle \\ &= \left(e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} \cos^2\theta_n + e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}} \sin^2\theta_n \right) |n, e\rangle + \\ &\quad \left(e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} - e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}} \right) \sin\theta_n \cos\theta_n |n+1, g\rangle \\ &= A_{ne}(t) |n, e\rangle + B_{ne}(t) |n+1, g\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}}|n+1, g\rangle &= e^{\frac{-i\hat{H}t}{\hbar}}(\text{sen}\theta_n|\psi_n^+\rangle + \text{cos}\theta_n|\psi_n^-\rangle) \\
&= e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n|\psi_n^+\rangle + e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{cos}\theta_n|\psi_n^-\rangle \\
&= e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n(\text{cos}\theta_n|n, e\rangle + \text{sen}\theta_n|n+1, g\rangle) + \\
&\quad e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{cos}\theta_n(-\text{sen}\theta_n|n, e\rangle + \text{cos}\theta_n|n+1, g\rangle) \\
&= e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}}e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n\text{cos}\theta_n|n, e\rangle + e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n^2|n+1, g\rangle - \\
&\quad e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n\text{cos}\theta_n|n, e\rangle + e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{cos}\theta_n^2|n+1, g\rangle \\
&= \left(e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} - e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\right)\text{sen}\theta_n\text{cos}\theta_n|n, e\rangle + \\
&\quad \left(e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n^2 + e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{cos}\theta_n^2\right)|n+1, g\rangle \\
&= \left(e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}}\text{sen}\theta_n^2 + e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\text{cos}\theta_n^2\right)|n+1, g\rangle + \\
&\quad \left(e^{\frac{-iE^+t}{\hbar}} - e^{\frac{-iE^-t}{\hbar}}\right)\text{sen}\theta_n\text{cos}\theta_n|n, e\rangle + \\
&= A_{n+1,g}(t)|n+1, g\rangle + B_{n+1,g}(t)|n, e\rangle
\end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theories with Application to the Beam Maser. *Proc. Inst. Elect. Eng.* 51, 89 (1963).
- [2] P. Gora and C. Jedrzejek, Nonlinear Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. A* 45, 6816(1992).
- [3] M.J. Werner and H. Risken, Quasiprobability distributions for the cavity-damped Jaynes-Cummings model with an additional Kerr medium. *Phys. Rev. A* 44, 4623 (1991).
- [4] G.Rempe, H.Walther, N.Klein, Observation of Quantum Collapse and Revival in a one-atom maser. *Phys. Rev. Lett.* 58, 353 (1987).
- [5] F. Diedrich, Krause, G. Rempe, M. O. Scully, H. Walter, Laser experiments with single atoms as a test of basic physics. *Physica B* 151, 247; and *IEEE J. Quantum Electron.* 24, 1314 (1988).
- [6] S. P. Bu, et al; Berry phase in a two-atom Jaynes-Cummings model with Kerr medium. *Phys. Scr.* 78, 065008 (2008).
- [7] A Joshi and S.V Lawande, Fluorescence spectrum of a two-level atom interacting with a quantized field in a Kerr-like medium. *Phys. Rev. A* 46, 5906 (1991).
- [8] H. T. Dung, R. Tanas, and A. S. Shumovsky, Analytic approximation to the inversion of a two-level atom in a Kerr medium. *Phys. Lett. A* 160, 437 (1991).
- [9] J.L. Gruver, J. Aliaga, Hilda A. Cerdeira and A.N. Proto, Nontrivial dynamics induced by a nonlinear Jaynes-Cummings Hamiltonian. *Phys. Lett. A* 190, 363 (1994).
- [10] D Vitali, M Fortunato, and P Tombesi. Complete Quantum Teleportation with a Kerr Nonlinearity *Phys. Rev. Lett.* 85, 445 (2000).
- [11] A Joshi and R. R. Puri, Dynamical evolution of the two-photon Jaynes-Cummings model in a Kerr-like médium. *Phys. Rev. A* 45 ,5056 (1992).
- [12] Vladimir Buzek and Igor Jex, Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium, *Optics Communications*, Volume 78 (1990).
- [13] O. de los Santos Sánchez, C González-Gutiérrez and J Récamier, Nonlinear Jaynes-Cummings model for two interacting two-level atoms, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 49,165503 (2016)

- [14] W Wei, et al; Preparation of Nonclassical States of a Cavity Field Based on a Nonlinear Jaynes-Cummings Model. *Phys. Rev. Volumen 7*, 175 (1998).
- [15] Edgar A. Gómez, Santiago E. Arteaga, Herbert Vinck-Posada, Dinámica y Entrelazamiento de un Sistema Cavidad-Punto Cuántico Acoplado por Medio de una Interacción Óptica no Lineal, *Momento*, Núm. 54 (2017)
- [16] Juan S. Rojas-Arias, Boris Rodriguez and Herbert Vinck-Posada, Theoretical Study of Emission Spectrum For a Quantum Dot-Microcavity System in a Mean Field Approximation, *Momento*, Num. 50 (2015)
- [17] E. del Valle, A. Gonzalez-Tudela, F. P. Laussy, C. Tejedor, and M. J. Hartmann. Theory of Frequency-Filtered and Time-Resolved N-Photon Correlations, *Phys. Rev.Lett.* 109, 183601 (2012).
- [18] E. del Valle, Distilling one, two and entangled pairs of photons from a quantum dot with cavity QED effects and spectral filtering, *arXiv:1210.5272v2 [cond-mat.mes-hall]* (2012).
- [19] Mitchel Weissbluth, Photon-Atom Interactions, Stanford University, Stanford California, (1989).
- [20] G.S. Agarwal, Vacuum-field Rabi oscillations of atoms in a cavity, *J. opt. Soc. Am. B*, Volumen 2, No 3 (1985).
- [21] G.S. Agarwal, Probing the dressed states of an atom interacting with a quantized field, *Optics Communications*, 202-208 (1991).
- [22] Matthias Kronenwett, Photon Correlations in Two-Mode Cavity Quantum Electrodynamics, Trabajo de grado para optar el título en Msc en Ciencias físicas Nueva Zelanda, The University of Auckland, 110p, (2007).
- [23] Simon James Whalen, Photon correlation functions and photon blockade in two-mode cavity QED, Trabajo de grado para optar el título en licenciatura en física, Nueva Zelanda, The University of Auckland, 48p, (2008).
- [24] Fabrice P. Laussy, Elena del Valle, and Carlos Tejedor. Luminescence spectra of quantum dots in microcavities. *Phys. Rev. B* 79, 235325 (2009).
- [25] Elena del Valle, Fabrice P. Laussy, and Carlos Tejedor, Luminescence spectra of quantum dots in microcavities. II. Fermions *Phys. Rev. B* 79, 235326 (2009).
- [26] Fabrice P. Laussy, Elena del Valle, A. Laucht, J. J. Finley, M. Villas Boas. Luminescence spectra of quantum dots in microcavities. III. Multiple quantum dots, *Phys. Rev. B* 84, 195313 (2011).
- [27] G. S. Agarwal, R. K. Bulow, G. P. Hildred. Exact Finite Temperature quantum statistics of single atom electrodynamics in a cavity of arbitrary Q, *Optics Communications*, Volumen 59 (1986).