

**LA GEOMETRÍA ACTIVA COMO ALTERNATIVA PARA EL  
APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL CONCEPTO DE VOLUMEN EN  
LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO DEL COLEGIO DULCE  
NOMBRE DE JESÚS DE SINCELEJO**

**LILIA DEL CARMEN RÍOS CONTRERAS**

**ANTONIO TRESPALACIOS MONTES**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
SINCELEJO  
2003**

**LA GEOMETRÍA ACTIVA COMO ALTERNATIVA PARA EL  
APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL CONCEPTO DE VOLUMEN EN  
LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO DEL COLEGIO DULCE  
NOMBRE DE JESÚS DE SINCELEJO**

**LILIA DEL CARMEN RÍOS CONTRERAS**

**ANTONIO TRESPALACIOS MONTES**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de  
Licenciado en Matemáticas**

**Asesor:**

**FELIX ROZO ARÉVALO**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
SINCELEJO  
2003**

**Nota de aceptación**

---

---

---

**Presidente del jurado**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

---

Sincelejo, Noviembre 28 de 2003

## DEDICATORIA

*A Dios y a nuestro Señor Jesucristo “por ser un amigo fiel”, que me ha dado la capacidad de superación, inteligencia y sabiduría para brindar mis conocimientos a quienes lo necesitan.*

*A mi hija Julieth Vanesa, por haberme regalado su tiempo que por derecho propio le pertenece... ¡Te amo hija..!*

*A mis queridos padres Carlos Ríos y Amira Contreras, quienes con su esfuerzo y amor me han dado todo lo necesario para alcanzar este sueño.*

*A mis hermanos, hermanas y demás familiares que contribuyeron a hacer posible esta meta.*

*A mi suegra Herminia Bertel, por su apoyo en todo momento, y mi esposo Norvis Herazo que aunque hoy no esté a mi lado siempre ocupará un lugar especial en mi corazón.*

*A mis amigas Yarelis Osma, Osiris Acosta y Nelly Therán y a mi mejor amigo David Gazabón que siempre estuvieron allí apoyándome.*

**LILIA RÍOS C.**

*A Dios por darme la oportunidad de hallar la sabiduría que hizo posible obtener la inteligencia para lograr concretar uno de mis sueños.*

*A mi madre Adalgiza, por su amor y apoyo en todos los momentos de mi vida.*

*A mi sobrina Caro, que con sus travesuras me enseñó muchas cosas lindas.*

*A mis hermanos por su apoyo.*

**ANTONIO TRESPALACIO**

## AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a :

DIOS todopoderoso, por ser luz que ilumina nuestro camino, Feliz Rozo Arévalo, por su asesoría.

A José Cortina, Alfonso Romero, Marcos Betín, por habernos orientado en la realización de este trabajo.

A la directora del Colegio Dulce Nombre de Jesús, de la ciudad de Sincelejo, por habernos facilitado la Institución para llevar a cabo la ejecución de este proyecto.

A los alumnos del grado 8<sup>4</sup> del Colegio Dulce Nombre de Jesús por su valiosa colaboración.

A todas aquellas personas que de una u otra forma contribuyeron para la realización de este trabajo.

## CONTENIDO

0. INTRODUCCIÓN	14
1. PRESENTACIÓN DEL PROYECTO	17
1.1 PROBLEMA	17
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	17
1.3 FORMULACIÓN DE PROBLEMA	20
1.4 JUSTIFICACIÓN	21
1.5 OBJETIVOS	23
1.5.1 General	23
1.5.2 Específicos	24
2. MARCO TEÓRICO	25
2.1 ANTECEDENTES	25
2.2 BASES TEÓRICAS	30
2.3 CONCEPTOS BÁSICOS	38
2.4 MARCO CONCEPTUAL	54
3. MARCO METODOLÓGICO	57
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN	57
3.2 METODOLOGÍA	58
3.2.1 Población y Muestra	60
3.2.2 Técnicas	61
3.2.3 Instrumentos	61

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	64
5. CONCLUSIONES	84
6. RECOMENDACIONES	86
7. BIBLIOGRAFÍA	88
ANEXOS	90

**LISTA DE TABLA**

	<b>Pág.</b>
TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO No. 1	66
TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO No. 2	68
TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO No. 3	72
TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO No. 5	78

**LISTA DE ANEXOS**

	<b>Pág.</b>
PRE-TEST PARA EXPLORACIONES DEL CONCEPTO DE VOLUMEN	66
TALLER DE DESARROLLO No. 1	93
TALLER DE DESARROLLO No. 2	95
TALLER DE DESARROLLO No. 3	98
TALLER DE DESARROLLO No. 4	100
TALLER DE DESARROLLO No. 5	104







## INTRODUCCIÓN

Desde que nacemos interactuamos en un mundo rodeado de objetos de diversas formas y diseño. Gracias a las experiencias que vamos acumulando podemos ir construyendo aprendizajes, concepciones, las cuales van evolucionando a medida que la educación y la cultura nos ayudan a construir nuestra mente.

La geometría activa ofrece alternativas para adelantar el estudio de los sistemas geométricos, a través del uso de materiales como el cartón, plastilina y herramientas geométricas. Gracias a ella, es posible explorar el espacio, manipulando objetos y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales; posibilitando con ello la elaboración de conceptos geométricos, en particular el concepto de volumen, pues la interacción dinámica que se genera entre el entorno y el estudiante, en el proceso de medir, hace que los estudiantes encuentren sentido a los conceptos matemáticos en el abordaje a que les halla aplicabilidad.

Es común a nivel de la enseñanza de la geometría, la desatención en la que se encuentra su estudio, pues como señalan los lineamientos curriculares “la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas

escolares, se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la matemática moderna” (L.CP.56), por lo que a nuestro parecer es una necesidad recuperar el estudio espacial intuitivo de la geometría en los currículos de las matemáticas escolares.

También afirman que, “no es extraño, introducir a los niños y a las niñas en el mundo de la medida con instrumentos refinados y complejos descuidando la construcción de la magnitud objeto de la medición y la comprensión y el desarrollo de procesos de medición cuya culminación sería precisamente aquello que hemos denunciado como prematuro. (L.C.P. 61 y 62).

Así, teniendo en cuenta los anteriores aspectos, se elabora esta propuesta pedagógica basada en la geometría activa como alternativa didáctica que permita a los estudiantes alcanzar a desarrollar los tres primeros niveles de Van Hiele propuestos en los lineamientos curriculares, para el desarrollo del concepto de volumen, que tiene muy en cuenta dar oportunidad al estudiante de manipular y trabajar con una variedad de materiales, a través de actividades o experiencias que estimulen el desarrollo del conocimiento.

- Inicialmente se plantean las dificultades que presentan los estudiantes al trabajar con conceptos geométricos, en particular con el concepto de volumen.

- En segunda instancia se presenta un marco teórico, en donde, definimos los conceptos básicos requeridos para el aprendizaje del concepto de volumen y teorías relaciones con el tema de investigación.
- En tercer lugar, se presenta la propuesta de aula, que consta de 5 actividades que busca la comprensión significativa del concepto de volumen.
- En cuarto lugar se describen los resultados obtenidos de las actividades desarrolladas, estas son valoradas mediante un postest y se comparan con los resultados del pos-test.

Finalmente se presentan las conclusiones, recomendaciones, la bibliografía utilizada y en anexos cada uno de los talleres con sus respectivas evidencias.

## **1. PRESENTACIÓN DEL PROYECTO**

## 1.1 PROBLEMA

El problema de estudio del trabajo son las dificultades para la comprensión del concepto de volumen, observado en los alumnos del 8º del Colegio Dulce Nombre de Jesús de la ciudad de Sincelejo.

## 1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

No es extraño que en las escuelas y colegios tanto de Colombia como de algunas otras partes del mundo el estudio de la medida se realice de una forma abstracta, limitando al estudiante al uso y aplicación de fórmulas preestablecidas, lo que específicamente se evidencia en el caso del volumen.

Para la enseñanza del concepto del volumen, atendiendo lo dicho por Alsina, “debe realizarse un estudio integral de la cualidad y de su medida, que permita aislarla, comparar objetos respecto de ella, plantear la necesidad de una unidad de medida, conocer y usar las diferentes unidades, estimar la medida del volumen de un objeto, y finalmente, aplicar todos estos conocimientos a situaciones problémicas de la vida cotidiana”<sup>1</sup>. Ha sido frecuente encontrar textos en los que tras una muy

---

<sup>1</sup> DE OLMOS y Otros. Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Editorial Síntesis. P. 113

breve introducción sobre la cualidad de la medida, del volumen, han estudiado las unidades de medida, olvidando aspectos como (longitud, área, perímetro, volumen), lo que en nuestra opinión es un tratamiento empobrecido e incompleto que sólo puede conducir a un aprendizaje memorístico y nada útil. Tras una revisión bibliográfica de textos de matemáticas escolares (Mat. Progresiva 7º, Mat. Alfa 7º, Mat. Constructiva 7º), encontramos que “El trabajo realizado en el aula, sigue centrado en aspectos relacionados en el uso teórico del sistema métrico decimal y dedicando poco tiempo a resaltar la utilidad práctica, la comprensión de la cualidad que se va a medir y a la estimación”<sup>2</sup>.

Por otra parte “se suele desconocer la complejidad de los procesos de medida (Asumiendo que, en tanto la medida es intuitiva, es comprendida por el niño, sin requerir de operaciones específicas) y, por otra, existe una tendencia a considerar que el trabajo con las medidas, específicamente en el caso del volumen se reduce a encontrar fórmulas y procesos de computo”<sup>3</sup>. Por lo tanto en el concepto de volumen influyen un gran número de hechos físicos, que pueden provocar lagunas en su comprensión. Los niños tienen que aprender a eliminar los factores no influyentes y eso requiere tiempo. A su vez, la escuela debe proporcionar experiencias variadas y con diferentes materiales que pongan de manifiesto la importancia de unos factores y la inoperancia de otros, es

---

<sup>2</sup> Ibid. P. 2

<sup>3</sup> GARZÓN ROJAS, Pedro Javier. Pensamiento Métrico, Construcción del concepto de medida.

decir, que permitan al niño eliminar los factores que perturban para llegar al volumen.

“Algunas de las dificultades que los niños encuentran en la medida del volumen, pueden estar originadas por el hecho de que son forzados a leer y visualizar información sobre objetos sólidos a partir de gráficos sin haber manipulado previamente dichos objetos; no dominan la visualización espacial, es decir, carecen de la habilidad de manipular mentalmente, rotar, doblar o invertir un objeto representado en forma gráfica la visualización espacial permite manipular mentalmente figuras rígidas”<sup>4</sup>.

En observaciones hechas en el colegio Dulce Nombre de Jesús específicamente en el grado 8º-7 se percibió que el docente orienta los temas de geometría de una forma tradicional que enfatiza en la utilización de actividades en la que se requiere solo de lápiz y papel o visualización de gráficas en el tablero.

Luego en entrevistas sostenidas con docentes estos manifiestan que los temas de geometría por lo general no se alcanzan a desarrollar, por el corto tiempo y si lo hacen, es sólo con el uso y aplicación de fórmulas y de manera somera.

Por otro lado los estudiantes coinciden con los docentes afirmando que a ellos sólo le brindan fórmulas que deben aplicar para la solución de

---

<sup>4</sup> Ibid. P. 120

problemas que requieren de ésta. Situación que se confirma con los resultados arrojados por el pretest en el cual el 80% de los alumnos no tiene claridad en el concepto de volumen, llegando a confundir éste con peso, área y perímetro.

Otro aspecto que se evidenció en el pretest es el nivel de observación alcanzado por los estudiantes, los lineamientos curriculares enfatizan que para el desarrollo del pensamiento geométrico, el estudiante debe desarrollar los cinco niveles propuestos por van Hiele (Observación, análisis, clasificación, razonamiento y rigor); aunque estos dos últimos corresponden a niveles escolares más avanzados.

Atendiendo a las exigencias del M.E.N. fundamentamos este trabajo en la Geometría activa como una alternativa didáctica basada en actividades crativas y lúdicas, que permita al estudiante superar dificultades en el aprendizaje significativo del concepto de volumen y alcanzar a desarrollar los tres primeros niveles de Van Hiele.

Teniendo en cuenta todo lo anterior surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Favorece el uso de actividades creativas, sobre medición de volumen, fundamentadas en la Geometría Activa, el aprendizaje significativo del concepto de volumen en los estudiantes de 8º-7 del Colegio Dulce Nombre de Jesús de la ciudad de Sincelejo?

#### **1.4 JUSTIFICACIÓN**

A nivel de la escuela, el reconocimiento que actualmente se hace a la necesidad de que los estudiantes construyan los conceptos matemáticos, a través de experiencias, ha evidenciado que muy pocas veces se le da a el estudiante la oportunidad de construir conceptos, como ha ocurrido en el caso del volumen.

Las tendencias actuales de enseñanza en matemáticas recomiendan que los educandos trabajen en grupo, aunque pueden hacerlo individualmente. No se trata nunca de aprender una lección sino de hacer descubrimientos que ponen de manifiesto las relaciones y el carácter concreto de esa relaciones que existen en el mundo que los rodea.

Actualmente a nivel de la geometría, surge la geometría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramienta de exploración y representación del espacio. A través del desarrollo de actividades sensibles creativas y lúdicas. Se pretende que el alumno tenga la oportunidad de alcanzar a desarrollarlos tres primeros niveles de Van Hiele por medio de la observación, manipulación, construcción, el dibujo y transformación y establecer relaciones entre los volúmenes de sólidos de diversas formas y tamaño, actividades que brinden la oportunidad de mostrar cual es el fundamento del proceso de medición. De Olmoa, señala que “no se concibe una educación que prepare a los niños para enfrentarse a las necesidades cotidianas sin

que incluyan un trabajo serio sobre la medida. Porque la medida es un tópico en el que confluyen aspectos geométricos, aritméticos de resolución de problemas y por la cantidad de destrezas y habilidades que desarrollan”.

En el caso del volumen, se sugiere realizar un estudio integral de la cualidad y de su medida que permita aislarla, comparar objetos respecto de ella, plantear la necesidad de una unidad de medida, conocer las diferentes unidades, estimar la medida de un objeto y finalmente aplicar todo esto a actividades de la vida cotidiana (De Olmos y otros P 113 y 114).

Teniendo en cuenta lo anterior la construcción del concepto de volumen no debe sujetarse al uso y aplicación de fórmulas, puesto que se pretende que el alumno transforme en experiencias el aprendizaje del concepto de volumen, a través de la manipulación de los materiales usados, permitiendo que él descubra y construya sus propios aprendizajes.

Para Piaget, uno de los aspectos más esenciales y sobre todo importante es la participación activa del niño en las actividades de manipulación de objetos que conllevan a la conceptualización de ideas.

La ejecución de esta propuesta busca una renovación curricular, donde se brinde una nueva metodología para el docente de matemáticas,

convirtiéndose en guía y facilitador del aprendizaje, fundamentado en la creatividad y motivación de los alumnos, lográndose esta a través del desarrollo de actividades creativas lúdicas que no den lugar a los modelos de enseñanza tradicional.

A través de esta propuesta se pretende hacer aportes importantes a otras instituciones educativas, con la finalidad de transformar situaciones, satisfacer necesidades o solucionar problemas, referentes a la orientación de la geometría en el aula; especialmente en el aprendizaje significativo del concepto de volumen.

La viabilidad de este proyecto depende en gran medida del interés de los integrantes de la propuesta, de la disponibilidad de tiempo, recursos y talento humano que brinde la Universidad de Sucre y la institución donde se ejecuta la propuesta.

## **1.5 OBJETIVOS**

### **1.5.1 OBJETIVO GENERAL**

Diseñar y aplicar una estrategia pedagógica enfatizada en la Geometría Activa como alternativa didáctica que facilite el aprendizaje significativo del concepto de volumen, a través del desarrollo de actividades creativas sobre medición de volumen.

### **1.5.2 OBJETIVO ESPECÍFICO**

- ✎ Aplicar talleres creativos y orientaciones didácticas que posibilite a los estudiantes de octavo grado pasar del nivel de reconocimiento al nivel de ordenamiento de Van Hiele a través de actividades creativas fundamentadas en la Geometría Activa con el fin de promover el aprendizaje significativo del concepto de volumen.

## **2. MARCO TEÓRICO**

El Marco Teórico del presente proyecto pedagógico contiene aspectos referentes a: Antecedentes, Bases Teóricas y Marco Conceptual.

## **2.1 ANTECEDENTES**

Se constituye en referentes para la realización del presente trabajo, aquellos adelantados en torno a la enseñanza de la medida y en especial los que tratan la problemática existente para la enseñanza del volumen.

Entre los trabajos para mediar el aprendizaje relacionado con la medida, en especial con el volumen con ayuda de actividades creativas (Activo – Participativa) tenemos a:

Pedro Javier Rojas Garzón, en su boletín del Pensamiento Métrico: el cual expresa “que toda actividad que realizan los docentes en las escuelas y colegios, relacionada con la medida, puede resultar de interés para los estudiantes, ya que permite ver la utilidad de las matemáticas en contextos relacionados con la cotidianidad; desconociendo su complejidad y por otro lado, considerando que el trabajo con la medida se reduce a encontrar y aplicar fórmulas”.

Por tanto es importante que al niño se le de la oportunidad de descubrir por sus propios medios a través de la práctica la importancia y utilidad de la medición relacionada con la cotidianidad.

El National Council of Teachers of Mathematics (N.C.M.T.) en una de sus publicaciones anuales, concretamente en el year book de 1976, dedica un capítulo a resaltar los avances tecnológicos conseguidos gracias a la precisión en las mediciones.

De la misma manera el informe Cockcroft (1982) justifica su importancia tanto desde las necesidades de la vida adulta, debido a la gran cantidad de mediciones que realizamos cotidianamente, como desde las necesidades del mundo del trabajo; las tareas de estimación medición, así como desde las necesidades matemáticas de cara a la enseñanza superior.

Claudia Alsina y otros en su texto *Materiales para construir la Geometría* consideran que; en el proceso de medir magnitudes intervienen dos aspectos fundamentales: el aritmético de contar y el geométrico de comparar.

Si bien la teoría de la medida es hoy una disciplina matemática con entidad propia, hay dos aspectos en donde la geometría incide fuertemente y más a nivel de enseñanza; las medidas (longitud, área y volumen) de figuras geométricas forman parte sustancial del propio estudio de las figuras y en segundo lugar, la geometría ha dado métodos

brillantes para que se puedan realizar medidas indirectas de magnitudes no accesibles a la comparación.

Por esto se consideran actividades como fundamentales para el proyecto la comparación que le permita al estudiante adquirir un aprendizaje significativo del proceso de medición.

Piaget y otros investigadores consideran importante para la comprensión del desarrollo en el niño de conceptos relacionados con la medida dos operaciones fundamentales que son. Conservación y transitividad.

La conservación se refiere a la invarianza de ciertas cualidades de los objetos.

Cuando se ejercen transformaciones sobre la transitividad se refiere al uso de intermediarios en la medida de dos objetos. (Boletín del Pensamiento Métrico de Pedro Javier Rojas Garzón).

En sus estudios de tipo psicológico y cognitivo Piaget y otros realizaron diversas experiencias de cantidades continuas en una de ellas hace un estudio sobre conservación de líquidos que son trasvasados a recipientes con distintas formas (La genese de nombre Chez L, en Pant) concluyendo que a partir de los 6  $\frac{1}{2}$  a los 8 años al niño reconoce que la

cantidad de líquido permanece constante aunque se vierta en un recipiente de distinta forma.

Otra experiencia similar fue hecha por Carpenter, en 1971, realiza un estudio donde propuso a los niños 13 tareas. Una de ellas se le muestra al niño dos vasos idénticos conteniendo igual cantidad de agua y se les pide que comparen los dos vasos.

Luego, el agua de cada vaso se vacía en dos recipientes opacos, uno más largo y estrecho que el otro, usando dos unidades de medida diferentes, resulta 3 unidades en un vaso y 5 en el otro. A los niños se les pregunta si hay la misma cantidad en los dos recipientes opacos. Esta prueba fue realizada con 61 niños de los cuales 26 concluyeron que había la misma cantidad de líquido en los vasos opacos.

En síntesis, para Carpenter y Piaget la conservación del volumen interno se elabora gradualmente entre los seis y los nueve años.

Otro estudio realizado por Piaget, consistió a la distinción entre el volumen y el peso, pidiendo las equivalencias entre objetos de la misma forma y peso, equivalencias entre objetos de la misma forma y el mismo volumen pero distintos pesos, equivalencias de volumen entre objetos de peso y comparaciones aditivas. Paralelo a la idea de Piaget, Freudenthal concibe que la conservación del volumen se prueba normalmente por

transformaciones de moldear, con materiales como arcilla o plastilina, si una bola se deforma en una salchicha hay un gran porcentaje de sujetos que conservan la cantidad, el peso pero reniegan del volumen, entre esos aún con 16 años de edad.

De esta manera Freudenthal considera la conservación del volumen y la capacidad como la conservación de la cualidad sin importar las transformaciones.

Para Vergnaud el volumen es una magnitud que es susceptible de dos tratamientos, uno como magnitud unidimensional, que puede ser comparada, medida, evaluada, aproximada, sumada, restada etc. en función de ella misma y otra como magnitud tridimensional que permite medirla en función de otra magnitud (longitud) el segundo tratamiento del volumen corresponde a modelos multiplicativos que se puede ver obstaculizados por modelos aditivos que anteriormente ha desarrollado el niño y a conducirles a errores (como los del tipo perimétrico).

Estas propiedades del volumen ligados con su aspecto tridimensional merecen un estudio más profundo. Junto con el aspecto unidimensional y tridimensional del volumen deben trabajarse la coordinación de ambos, para lo cual es muy útil el trabajo de rellenado.

Contrario a los demás investigadores mencionados para Vergnaud, el concepto de volumen no se capta hasta los 14 a 15 años.

Mediante revisión bibliográfica se encontró que a nivel de pre-grado, en la Universidad de Sucre, no se ha realizado trabajo alguno relacionado con este tema. De igual forma en el Colegio Dulce Nombre de Jesús tampoco se han realizado trabajos al respecto.

## **2.2 BASES TEÓRICAS**

Entre las bases teóricas que sustentan el presente proyecto de investigación destacamos las que atienden a teorías de construcción del conocimiento, finalmente se hace una serie de definiciones de conceptos básicos que son útil para el trabajo.

En cuanto a las teorías sobre construcción del conocimiento que revisamos para el desarrollo del presente trabajo están la teoría constructivista de Piaget, la teoría del aprendizaje significativo de Ausbel, la teoría del aprendizaje colaborativo, que consideramos son las que guardan mayor relación con el problema de investigación planteado.

### **2.2.1 Teorías sobre Construcción del Conocimiento**

#### **Aprendizaje y Constructivismo**

Las modernas teorías del aprendizaje basadas en el procesamiento de la información distinguen entre estrategias de aprendizaje “reproductivas” orientadas a devolver intacta la información presentada al estudiante y que suponen un procesamiento superficial de la información y estrategias de aprendizaje “constructivistas”, enfocadas a relacionar conscientemente el material nuevo con el que ya se conoce. Estas estrategias, de cuyo estudio se ocupa cada vez con mayor interés la psicología educativa, trasciende la pura memorización para buscar la organización lógica de los contenidos e implican, por lo tanto, niveles más profundos en el procesamiento de la información.

De acuerdo con lo expresado por Mario Carretero, constructivismo es una práctica de aprendizaje en donde la persona – tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos – no obtiene un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la investigación entre estos dos factores. En consecuencia, según esta posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. Esta construcción la realiza el individuo con esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó con relación con el medio que lo rodea. El esquema es básicamente la representación de una situación concreta o de un concepto que permite manejar internamente y enfrentarse a situaciones iguales o parecidas a la realidad.

Aunque el origen del constructivismo es de reciente data, sus orígenes se encuentran en la psicología educativa que quiso salirse de los linderos conductistas y psicoanalíticos para abordar el estudio de los procesos de aprendizaje. Tiene influencia de la teoría del sistema, también de la concepción de la ciencia con base en la elaboración de modelos y nutre su análisis cognitivo del conocimiento de ciertas corrientes del pensamiento psicológico como las opciones ofrecidas por Kelly y Ausbel. Pero la esencia formal del constructivismo se genera a partir de la epistemología genética formulada por Jean Piaget, la cual postula que no es posible referirse a la realidad en sí misma, sino a la construcción que a partir de la interacción con el mundo, cada persona pueda rehacer. Dentro del modelo constructivista, está definido que el conocimiento no se adquiere pasivamente, ni por asimilación de aprendizajes anteriores, ni tampoco es copia de la realidad, sino que es una construcción que cada alumno realiza con sus propias estructuras cognoscitivas.

Al respecto debe recordarse que de lo que investigó y comprobó Piaget, se desprendieron formulaciones teóricas como la que afirma que el desarrollo cognitivo debe comprenderse como la adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas que subyacen a las distintas áreas y situaciones, que la persona es capaz de ir resolviendo a medida que crece.

El constructivismo, entendido como la aplicación de la teoría cognoscitiva de Jean Piaget, sostiene que el aprendizaje es el ejercicio productor que realiza la mente en sus estructuras internas, mediante procesos de equilibración y disequilibración conceptual.

Los pioneros del constructivismo parten de un interrogante elemental para comprender la esencia del aprendizaje: ¿EL SABER SE TRANSMITE O SE CONSTRUYE? J D Novack, un destacado investigador de los procesos cognitivos del hombre, afirma lo último. La transmisión sólo es posible respecto a la información, más no al saber.

Pero todo saber implica un nicho conceptual, al decir de Posner, requiere de unos procesos de pensamiento que es necesario desarrollar para que la adopción de dicho saber sea un proceso consciente de cambio de los esquemas conceptuales y metodológicos, de los intereses y actitudes y del trabajo pedagógico y didáctico de apoyo.

Al construir ideas, estas no se legitimizan como conceptos aislados, sino que se interrelacionan dinámicamente constituyéndose en saberes que cualifican su forma de vida, es decir lo inducen a superarse cognoscitivamente, lo hacen consciente de las realidades del mundo y le permiten actuar mejor en su diario desenvolvimiento.

## El Aprendizaje Significativo

Uno de los autores que ha influido mayormente en la elaboración y divulgación de las ideas modificadoras de las formas de aprender y de suministrar el conocimiento es D. P Ausbel. Su aportación fundamental ha constituido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de interacciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. Ausbel critica la enseñanza tradicional en que el aprendizaje resulta muy poco eficaz si consiste simplemente en la repetición mecánica de elementos que el alumno no puede estructurar formando un todo relacionado. Esto sólo será posible si el estudiante utiliza los conocimientos que ya posee, aunque estos no sean totalmente correctos.

Evidentemente, una visión de este tipo no sólo supone una concepción diferente sobre la información del conocimiento, sino también una formulación distinta de los objetivos de la enseñanza. Para Ausbel, aprender es sinónimo de comprender. Por ello lo que se **comprenda** será de lo que se **aprenderá** y recordará mejor porque quedará integrado en las estructuras de conocimientos de cada quien.

La teoría del aprendizaje significativo es una introducción a la psicología del aprendizaje en el salón de clases, que se ocupa principalmente del problema de la enseñanza y de la adquisición y retención de las

estructuras de significados, más particularmente, del surgimiento de nuevos significados en el alumno. El principio básico de esta teoría reside en la afirmación de que las ideas expresadas simbólicamente, van relacionadas de modo no arbitrario; es decir, de manera sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por eso la recomendación Ausubeliana se basa en averiguar primero lo que el alumno ya sabe para proceder en consecuencia (Ausbel, Norak y Hannesian, 1976).

### **La meta del aprendizaje significativo**

En este tipo de aprendizaje, el alumno tiene un método para vincular los aspectos sustanciales de los nuevos conceptos, de la información o de las situaciones con los componentes importantes de la estructura cognoscitiva existente de formas diversas que hacen posible la incorporación de relaciones derivadas, elaboradas correlativas, confirmativas, calificadoras o representativas. Según la naturaleza de la tarea de aprendizaje, la meta puede ser o bien descubrir o simplemente aprender a incorporar tales relaciones.

### **El material potencialmente significativo**

Una meta o método significativo de aprendizaje da como resultado un proceso y una consecuencia de aprendizaje con sentido, siempre que el material de aprendizaje sea en sí mismo potencialmente significativo. Si el material de aprendizaje fuera simplemente considerado significativo, el proceso de aprendizaje sería por completo superfluo; el objeto del

aprendizaje se habría alcanzado ya por definición; antes de que se intentara ningún aprendizaje e independientemente del tipo de método de aprendizaje que se hubiera empleado.

Para que se de un aprendizaje significativo es necesario que se presenten, de manera simultánea, por lo menos las tres siguientes condiciones:

**PRIMERA:** el contenido del aprendizaje debe ser potencialmente significativo. Es decir, debe permitir ser aprendido de manera significativa.

**SEGUNDA:** el estudiante debe poseer en su estructura cognitiva los conceptos utilizados previamente formados, de manera que el nuevo conocimiento pueda vincularse con el anterior. En caso contrario no podrá realizarse la simulación.

**TERCERA:** el alumno debe manifestar una actitud positiva hacia el aprendizaje significativo; debe mostrar una disposición para relacionar el material de aprendizaje con la estructura cognitiva particular que posee.

Las tres condiciones deben estar presentes de manera simultánea y su ausencia, así fuera de una sola de ellas, impediría que se diera un aprendizaje significativo. Lo anterior significa que un material

potencialmente significativo, puede no ser aprendido significativamente, bien por carencia en la estructura cognitiva de los conceptos previos o bien por una actitud no disponible hacia el aprendizaje significativo por parte del estudiante.

### **Aprendizaje Colaborativo**

Se ha demostrado en ocasiones que el trabajo en grupo es favorable al aprendizaje, por ejemplo el trabajo en pareja facilita cambios cognitivos, conlleva a discusiones que surgen de los distintos puntos de vista de los compañeros, y además los distintos razonamientos que se exponen conllevan a un aprendizaje y una interacción constructivista [Joiner, Miyake, 1991].

Tendremos en cuenta la siguiente definición de aprendizaje colaborativo: Aprendizaje Colaborativo, Manuel Prieto y Aurora Vizcaíno, Apuntes para el Seminario Internet y Aprendizaje, Universidad de Cartagena, mayo 2001, Cartagena.

Se define el aprendizaje colaborativo como la adquisición y construcción de conocimientos con ayuda de la interacción con los compañeros, bien sea esta interacción en forma de crítica, comparaciones, discusiones sobre los distintos puntos de vista. A la luz de los lineamientos curriculares, la geometría activa es un alternativa que busca que el alumno adquiera dominio del espacio, partiendo de la actividad del

alumno y su confrontación con el mundo. Lo que se busca es que el estudiante haga cosas, construya, dibuje, produzca y tomar de estos esquemas operativos el material para la conceptualización interna.

Apoyamos el enfoque constructivista dado hacia las matemáticas en donde el estudiante entra a desarrollar los sistemas de pensamiento (geométrico, numérico y métrico) que permiten discutir ideas, elaborar conceptos propios.

Creemos que la función del docente, es suministrar material que el estudiante esté en capacidad de manipular, transformar, construir para que éste descubra sus propios conceptos.

## **2.3 CONCEPTOS BÁSICOS**

### **2.3.1 Caracterización del conocimiento geométrico**

El aprendizaje en geometría, aunque su problemática es común a las otras partes de la matemática, posee, por su puesto, características especiales en cuanto a habilidades a desarrollar, como metodología y adecuación de niveles (Claudi Alsina y otros, 1995, p. 83).

Cualquier aprendizaje debe pasar necesariamente por una etapa previa de observación en el caso de la geometría, las experiencias sensibles, visuales y táctiles han de constituir la base sobre la cual fundamentar las actividades y abstracciones posteriores.

En geometría, debe observarse en primer lugar aquello que de geometría tenga el entorno natural, social, técnico y artístico; tanto las formas estáticas como las evoluciones dinámicas. En segundo lugar cabe observar las representaciones gráficas y mentales, y su correspondencia o fidelidad con la realidad que reflejan o proponen. En tercer lugar cabe dirigir la observación hacia el material didáctico, a utilizar para su enseñanza.

Actuar es simplemente añadir a la observación acciones personales de comparación, comprobación, manipulación, ..., etc. una observación carente de una acción personal puede ser una curiosidad pero no un aprendizaje. Aquí cabe reivindicar el trabajo personalizado. El individuo realiza sus observaciones, sus acciones y solo basándose en esta actividad personal realiza su aprendizaje. Ello implica la necesidad de manejar en la enseñanza una enorme cantidad de material.

Así como es importante el trabajo personal, es importante también el trabajo en grupo. Este tiene sus ventajas: Más rapidez en realizar un montaje, una mutua provocación de actividades entre los integrantes del grupo, una naturalidad en el planteo de cuestiones y debate de posibles soluciones, etc. por tanto el trabajo en equipo es altamente recomendable (Claudi Alsina y otros 1995, p. 90 – 92).

### 2.3.2 Desarrollo del Pensamiento Geométrico

La moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que este sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, donde los niveles finales corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en la escuela.

Van Hiele propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la Geometría. Estos niveles son:

**Nivel 1:** Es el Nivel de Visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes.

En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiante razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de la misma forma.

**Nivel 2:** Es un Nivel de Análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujos, construcción de modelos.

En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras.

**Nivel 3:** Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero solo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones.

En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

**Nivel 4:** Es ya de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

**Nivel 5:** Es el de rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

### **2.3.3 El Conocimiento del espacio geométrico**

El espacio puede ser caracterizado desde diferentes puntos de vista: Físico, psicológico, social, geométrico, etc. Interesa analizar en estos momentos el espacio geométrico.

En el conocimiento del espacio geométrico se distinguen dos modos de comprensión y expresión, el que se realiza de modo directo (intuición geométrica), de naturaleza visual y el que se realiza de forma reflexiva (lógica), de naturaleza verbal. Estos modos de conocimiento aunque muy distintos son complementarios. El primero es creativo y subjetivo, mientras que el segundo es analítico y objetivo. El primero se caracteriza por la intuición y el segundo por la lógica. Ambos modos del conocimiento geométrico pueden considerarse como fases del desarrollo del pensamiento.

La visualización corresponde al saber ver al espacio en el cual la intuición es el motor que hace arrancar y avanzar la comprensión de las distintas relaciones espaciales. Ahora bien, para que se tenga un conocimiento correcto hay que analizarlo con las leyes de la deducción lógica para que así se pueda expresar y comunicar por medio del lenguaje.

El hecho de adquirir conocimiento del espacio real a través de la intuición geométrica es lo que se llama la percepción espacial.

La percepción es el resultado de una serie de fases de procesamiento que ocurre entre la recepción de un estímulo visual y el logro de un percepto. La base de la percepción está en las operaciones cognitivas que se efectúan sobre la información contenida en el estímulo.

La percepción espacial desempeña un papel fundamental en el estudio de la geometría, reconociendo formas, propiedades geométricas, transformaciones y relaciones espaciales.

En la percepción del espacio geométrico interesa concentrarse en la estructura puramente geométrica.

En el estudio del desarrollo de la percepción espacial, R. Pallascio y otros proponen 5 etapas:

- La Visualización. Después de haber observado un objeto, su visualización consiste en poder memorizar (suficientemente) imágenes parciales a fin de reconocer objetos iguales o semejantes por cambio de posición o de escala, entre una diversidad de objetos teniendo el mismo croquis.

- La Estructuración. Después de haber visualizado un objeto, su “estructuración” consiste en poder reconocer y reconstruir el objeto a partir de sus elementos básicos constituyentes.
- La Traducción. Consiste en poder reconocer un objeto a partir de una descripción literaria y viceversa.
- La Determinación. Consiste en poder reconocer su existencia a partir de una descripción de sus relaciones métricas.
- La Clasificación. Consiste en poder reconocer clases de objetos equivalentes según diferentes criterios de clasificación.

Estas etapas permiten a su vez desarrollar las habilidades de observar (visualización), abstraer (estructuración), comunicar (traducción) y organizar (determinación y clasificación). (Claudi Alsina y otros, 1995, p. 15 – 17).

En comparación entre las etapas presentadas en este trabajo, podemos ver que: En la primera etapa, el estudiante realiza un reconocimiento de la figura, la segunda, realiza ciertas operaciones con ellas y ciertas reconstrucciones, en la tercera, construye la figura en su mente, en la cuarta y quinta, está en capacidad de pasar a la medida y realizar variadas clasificaciones por todas las características que infiere de ella.

Además del desarrollo de la percepción espacial, Duval señala otros procesos cognitivos necesarios para el aprendizaje de la geometría, a saber: visualización, construcción y razonamiento, según él cada una cumple funciones muy claras dentro del pensamiento del sujeto. En los procesos de visualización se identifican las figuras en dos y tres dimensiones, en los procesos de construcción se elaboran configuraciones de manera que se podría decir que ya se puede operar con la figura y realizar con ella operaciones de traslación, reflexión, adición y sustracción, en el proceso de razonamiento se permite la extrapolación de lo analizado a diversas situaciones ya que puede argumentar, razonar e inferir sobre las operaciones que se realizan con la figura; Duval también afirma que “más allá de un contenido particular de tal o cual conocimiento, la Geometría más que otras áreas en matemáticas, puede ser usada para descubrir y desarrollar diferentes formas de pensamiento” (Duval, 1999, citado por Flórez, Judith y Salas, Carmen, 2001, p. 26 – 27).

El desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes les da las herramientas que le permiten sacar deducciones de su entorno, manipular el mundo físico, lograr llevar las situaciones que se le presentan a su mente mediante una adecuada visualización, que le permite además realizar modificaciones, jugar con su entorno, reformarlo, por lo cual León y Calderón afirman: “El desarrollo de la

competencias geométricas es una exigencia didáctica y en consecuencia debe ser un propósito fundamental para la enseñanza de la geometría. Esta exigencia didáctica obliga a considerar requerimientos fundamentales para el profesor, como la comprensión de los procesos cognitivos que se deben desarrollar y por consiguiente el diseño de situaciones de aprendizaje que diferencien y coordinen, las diferentes clases de proceso de visualización con los razonamientos requeridos” (León y calderón, 2001,p. 73).

### **2.3.3 Representación mental del espacio**

En la teoría psicogenética de Piaget se supone que todos los niveles de organización espacial propuestos ponen en juego actividades de construcción por parte del sujeto.

Las representaciones mentales de los objetos físicos son el resultado de construcciones que se apoyan sobre las acciones con los objetos y con las coordinaciones de estas acciones.

La construcción del espacio cabe entenderla como un proceso cognitivo de interacciones. Desde un espacio intuitivo o sensorio motor, que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno, y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc; a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar

internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia, precediendo y manipulando mentalmente, etc. este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales, como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico.

#### **2.3.4 Representación gráfica del espacio**

La representación gráfica es una manera de comunicación, un lenguaje para expresar y construir los conocimientos geométricos. La expresión gráfica se realiza por medio de esquemas, figuras y dibujos mucho más sencillos y directos que los símbolos de la escritura. Es el lenguaje ideal para la intuición geométrica, la percepción visual y en definitiva la percepción espacial.

La comunicación gráfica es, por tanto, una habilidad que tiene que ser aprendida y practicada; por lo cual en el desarrollo de las actividades con los estudiantes se busca que a medida que estos avanzan en la solución de las situaciones escritas puedan resolver el problema de la comparación de área en el campo de la representación mental y/o gráfica.

#### **2.3.5 Desarrollo cognitivo en geometría**

Interesa en primer lugar considerar aspectos del trabajo de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento geométrico en los niños. El pensamiento para Piaget es una combinación de corrientes filosóficas como el empirismo que afirma que el conocimiento extrae de la realidad pero no solo es este una copia de él, porque luego que el sujeto interactúa con la realidad, este hace una deducción lógica deductiva que hace que pueda identificar en su entorno características esenciales de la realidad observada y reconozca esta en cualquier otro contexto que se presente, por lo que es también una combinación de la corriente racionalista. El aprendizaje según Piaget es un modelo constructivista porque el sujeto construye su propia realidad al interactuar con ella, por eso para Piaget el comportamiento de cada sujeto es el resultado de una necesidad que se es satisfecha cuando puede incorporar ciertas estructuras con las que ya posee, es decir que el pensamiento como las acciones se tiene que reajustar a cada momento teniendo en cuenta las variaciones exteriores a las que se ve influenciado el sujeto.

Para Piaget el desarrollo del pensamiento se da en cuatro grandes etapas:

- Espacio sensorio – motor, caracterizado por percepciones sensoriales de las relaciones espaciales. En esta etapa se tiene una visión egocéntrica del espacio.

- Espacio intuitivo, caracterizada por representaciones intuitivas en un nivel preoperatorio.
- Espacio concreto, caracterizado por representaciones operatorias. En este nivel se efectúan operaciones reversibles con diferentes materiales concretos.
- Espacio abstracto, caracterizado por las operaciones formales y abstractas.

La teoría expuesta por Piaget también llamada teoría psico-genética, en todo momento habla que el sujeto es quien construye su espacio, este no lo trae consigo, no es innato, el sujeto lo tiene que construir y para hacerlo necesita un aprendizaje u operación, es allí donde el profesor juega un papel importante porque cuando se quiere estudiar el aprendizaje de la geometría, se necesitan conocer los factores que intervienen en la elaboración de las relaciones espaciales, determinar además los conocimientos y los requisitos indispensables para diseñar unidades didácticas que propendan por un aprendizaje de la geometría; es en el aula donde las etapas expuestas por Piaget cobran gran importancia en este trabajo.

### **2.3.6 Pensamiento métrico**

#### **Construcción del concepto de medida**

Desde el trabajo que realizan los maestros en las escuelas y colegios se reconoce que las actividades relacionadas con la medida pueden resultar de interés para los estudiantes, en tanto posibilitan evidenciar la utilidad de las matemáticas en contextos relacionados con la cotidianidad; sin embargo, por una parte, se suele desconocer la complejidad de los procesos de medición (asumiendo que, en tanto la medida es intuitiva, es comprendida por el estudiante sin requerir de operaciones específicas) y, por otra, existe una tendencia a considerar que el trabajo con la medida se reduce a encontrar formulas y procedimientos de computo, particularmente en el caso del área de figuras planas, dejando de lado la tematización sobre la magnitud (área, peso, volumen, energía, longitud, ...etc.) objeto de la medición.

Para Piaget, el proceso de medida se basa en dos operaciones fundamentales: Conservación y Transitividad y considera que las nociones de longitud y área son las primeras en desarrollarse (6 ó 7 años). La noción de conservación se refiere a la varianza de ciertas cualidades de los objetos en relación con su medida. La noción de transitividad se refiere a tener un intermediario al comparar objetos cualquiera.

Para Chamorro y Belmonte (1991), es necesario que desde temprana edad los niños tengan contacto con "situaciones que les lleven al descubrimiento de las magnitudes físicas consideradas y percibidas

como atributos o propiedades de colecciones de objetos que han sido comparados directamente a través de los sentidos o indirectamente con la ayuda de medios auxiliares. Plantean que, para el conocimiento y manejo de una magnitud el niño debe superar los siguientes estadios:

- Consideración y percepción de una magnitud (como propiedad de una colección de objetos). Por ejemplo, reconocimiento del tamaño o el peso de un objeto como una propiedad de este.
- Conservación de una magnitud (reconocimiento que frente a determinados cambios de los objetos la magnitud puede conservarse). Por ejemplo, la superficie de una figura con respecto a traslaciones, giros o reacomodaciones de sus partes, como en el caso de las diversas figuras que se puedan formar con fichas específicas de un Tangram.
- Ordenación frente a una magnitud dada. Por ejemplo, ordenación de objetos tomando como criterio su tamaño o su peso (esto es más grande o más pesado que aquello).
- Relación entre la magnitud y el número (que incluye asumir una unidad de medida para asignar un valor, en tanto la acción de medir supone la repetición de una unidad de medida).

### 2.3.7 Construcción del Concepto de Volumen

Para la construcción del concepto de volumen es necesario que el niño perciba las cualidades del objeto del que quiere conocer su volumen, es decir distinguir las características principales que lo hacen diferente a otro objeto algunos autores como “Del Olmo y otros”, (1993) proponen que es importante llevar acabo manipulaciones reales con sólidos que conducirán a evitar errores provocados por el uso excesivo de gráficas, por ejemplo, colorear en un dibujo las cosas que no se ven cuando se trata de determinar su volumen por esta razón las actividades de empaquetado es una contribución importante a la construcción del concepto de volumen lo mismo que llenar y vaciar recipientes con distintos materiales desde líquido hasta garbanzos o cónicas.

Para la constitución del objeto mental volumen, Freudenthal propone las siguientes secuencias de actividades:

- Comenzar con transformaciones de romper y rehacer.
- Continuar con la equivalencia de capacidad de recipientes abiertos y volumen de cuerpos sólidos.
- Seguir con transformaciones reales de vaciar para comparar contenidos.
- Abordar las transformaciones que conservan el volumen.
- Medir
- Conservación del espacio ocupado.

También, es recomendable en la elaboración del concepto de volumen, proponer a los estudiantes problemas que tienen la intención de ofrecer a las niñas un significado ligado a contenidos empíricos.

### **2.3.8 Geometría Activa**

Es una alternativa para favorecer el estudio de los sistemas geométricos como herramienta de explotación y representación del espacio.

Para lograr este dominio del espacio, la geometría activa parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos o las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aún de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de hacer cosas, de moverse, dibujar, construir, producir, tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna.

## **2.4 MARCO CONCEPTUAL**

Atendiendo a la necesidad de contribuir a la enseñanza de las matemáticas en didácticas que partan de ver el aprendizaje como un proceso de reinención individual y social, teniendo en cuenta lo planteado por Freudenthal, quien además destaca la participación activa

de los estudiantes en el proceso de construcción del conocimiento (acorde con lo manifestado con Piaget), y la importancia del contexto en que la enseñanza se lleva a cabo, tomamos resultados de investigaciones realizadas en campos como el de la epistemología, la psicología y la educación matemática, con el fin de desarrollar esta propuesta de aula, se tendrán en cuenta aspectos como: medida, sistema de medida, propiedades de la medida, arista, vértices entre otros. A fin de posibilitar el aprendizaje significativo del concepto de volumen en los alumnos de 8° - 7 grado del Colegio Dulce Nombre de Jesús.

Razón por la cual los talleres diseñados para orientar y dinamizar el trabajo de aula parten de los conocimientos previos que el estudiante tiene sobre el tema, y las actividades que en ellos se realizan pretenden que los estudiantes lleguen a conceptualizar con ayuda del docente el concepto de volumen, talleres que constituyen una oportunidad para los estudiantes desarrollar su pensamiento y de esta manera alcanzar a desarrollar los tres primeros niveles propuestos por Van Hiele (visualización, análisis y ordenamiento).

Para la elaboración de cada taller se tiene en cuenta los siguientes aspectos de la teoría constructivista de Piaget:

- La edad cronológica de los estudiantes de manera que las experiencias les posibilitaran su desarrollo cognitivo.
- Punto de partida para todo aprendizaje son los conocimientos previos.
- El grado de aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo.
- El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el estudiante sabe con lo que debería saber.

De la teoría Ausbeliana de la asimilación y e aprendizaje significativo:

- Se toma al alumno como un procesador activo de la información.
- El estudiante debe utilizar los conocimientos que ya posee, aunque estos no sean totalmente correctos.
- Tener en cuenta los conocimientos previo que el estudiante tiene sobre el tema, para proceder en consecuencia.

De la teoría para la construcción del concepto de volumen se tiene en cuenta:

- Que el niño perciba las cualidades del objeto del que quiere conocer su volumen.

- Que el niño realice manipulaciones reales con sólidos.
- Realizar actividades de empaquetado, de llenado y vaciado.
- Transformaciones de romper y rehacer.
- Hacer transformaciones reales de vaciar para comparar contenidos.
- Transformaciones que conserven el volumen.
- Medir y realizar actividades de conservación del espacio ocupado.

### **3. MARCO METODOLÓGICO**

#### **3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN**

La aplicación de los talleres nos conduce a una investigación de tipo cualitativa, puesto que:

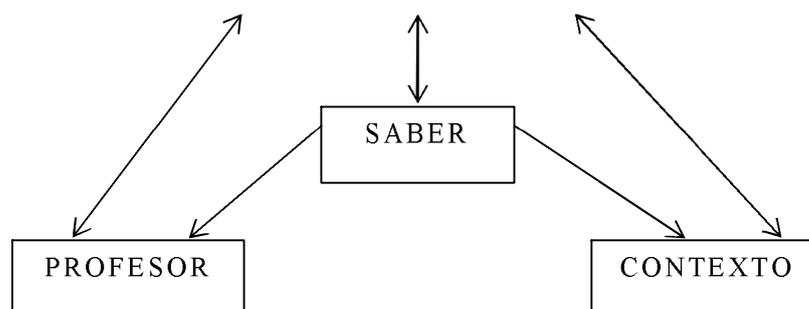
- El conocimiento es creación compartida a partir de la interacción del investigador y el investigado.
- La validación de las conclusiones se hace a través del diálogo, la interacción y la vivencia.

Este estudio es de tipo descriptivo, porque se valoran las acciones que realizan los estudiantes en el aula de clases, en forma grupal, en el proceso de construcción del conocimiento, en este caso del concepto de volumen por medio del trabajo con sus propiedades, valorando juicios sobre los alcances o dificultades encontradas en los estudiantes, durante el desarrollo de la propuesta; lo anterior se afirma, atendiendo a lo sostenido por R. Hernández Sampieri (1999, 60).

### **3.2 METODOLOGÍA**

De esta manera para el desarrollo y aplicación de los talleres, se enfatiza en modos de trabajo en el aula; activo – participativo, que permite el aprendizaje significativo del concepto de volumen a través de actividades creativas y lúdicas en el grado octavo 8 – 7 de la jornada vespertina del Colegio Dulce Nombre de Jesús; teniendo en cuenta las relaciones:

ALUMNO
--------



Que se establecen en el aula, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este trabajo el alumno juega un papel fundamental en la construcción de su conocimiento mediante actividades intelectuales, que realiza, a partir de la experiencia previa que posee, y del intercambio de ideas entre compañeros que poseen diferentes niveles de conocimiento.

Al igual, el maestro e la escuela es el encargado de proporcionar a los alumnos, las situaciones didácticas significativas que les permita poner en práctica sus conocimientos y experiencias previas.

Este trabajo agrupa aspectos esenciales de los diferentes roles que según principios constructivistas cumplen alumnos y docentes.

Los talleres desarrollados en el aula se sustenta en dos actividades que atienden a los niveles propuestos por Van Hiele, donde se trabajan las dos propiedades (Conservación y Transitividad del volumen) que según

Piaget son fundamentales en el proceso de medida y por ende para la comprensión del concepto de volumen, utilizando la geometría activa, cada una de las cuales se explican a continuación:

- *Actividad Explorativa*; consiste de un pretest que contiene (5) ítems, donde se trabajan las propiedades (Conservación y Transitividad), pretenden indagar sobre la comprensión del concepto de volumen, utilizando para ello la observación de procesos como: visualización, análisis y clasificación que el estudiante realiza de las situaciones allí presentadas para lograr las decisiones y raciocinio puras (respuestas y argumentos correctos). Esta prueba es de carácter individual.
  
- *Actividades de Laboratorio*; Se diseñaron 5 actividades de laboratorio; una consta de 2 exploraciones que busca desarrollar la habilidad de percibir formas espaciales y las restantes buscan lograr aprendizaje significativo del concepto de volumen, atendiendo a las propiedades de conservación y transitividad del volumen propuestas por Piaget: estas pruebas fueron de carácter grupal.
  
- *Actividad Evaluativa* : Consistió en una prueba que plantea 6 situaciones; con la finalidad de medir los niveles de razonamiento (Visualización, análisis y clasificación) logrados por el estudiante, en el desarrollo de las actividades de laboratorio.

La evaluación es un proceso de aprendizaje continuo y formativo, que ofrece la oportunidad para que se de una retroalimentación entre alumno – docente, ya que la evaluación tiene la finalidad de dar a conocer cuanto sabe y entiende el alumno, cuales son sus conocimientos previos y si estos fueron modificados durante el desarrollo de la propuesta de aula. La evaluación no es necesariamente individual, se evaluará el trabajo en equipo que favorezca el trabajo colaborativo, y la ayuda entre grupos.

### **3.2.1 POBLACIÓN Y MUESTRA**

Los talleres se aplicaron en una población compuesta por 256 alumnos del grado (8º) del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo, distribuido en dos jornadas matinal y vespertina, cuyas edades oscilan entre los 12 y 14 años.

La muestra seleccionada está comprendida por 30 alumnos del grado 8º-7 de la jornada vespertina, teniendo en cuenta los espacios de dificultad en el aprendizaje del concepto de volumen, que se detectaron en el Pretest.

### **3.2.2 TÉCNICAS**

El trabajo se fundamenta en la observación directa de aspectos como:

- Actitud frente al desarrollo de talleres.
- Proceso de interrelación a nivel de aula.
- Producción en los talleres.

- Conclusiones a las que llegaron después de finalizada la actividad.

Los indicadores de estas variables son:

- Disposición al trabajo de aula.
- Participación
- Producción escrita
- Producción oral
- Interacción grupal, entre otros.

### **3.2.3 INSTRUMENTOS**

Los instrumentos que se utilizó para la recolección de la información se describen a continuación:

- El Pretest; es un instrumentos para la exploración de ideas previas que busca diagnosticar las definiciones que presentan los alumnos en torno al concepto de volumen.
- El instrumento está constituido por 5 talleres o actividades de laboratorio, que pretende en el transcurso de su desarrollo llevar a los estudiantes de 8º-7 al tercer nivel de Van Hiele (ordenamiento). Cada taller o laboratorio consta de 5 y 6 situaciones contextuales que el alumno debe responder teniendo en cuenta las conclusiones sacadas después de cada actividad.

- Instrumentos para la verificación de aprendizaje, consiste en un Posttest en la que se le presentan a el estudiante 6 situaciones relacionadas con la vida cotidiana de cada uno de ellos, donde él debe dar respuestas correctas sin necesidad de la experiencia.
  
- Diario del Maestro: es un libro donde el maestro, después de finalizada la actividad, anota las observaciones más relevantes que se hallan dado en cada uno de los talleres desarrollados, como los diferentes procedimientos empleados por los grupos, las opiniones e ideas de los niños las conclusiones o comentarios hechos por los estudiantes en cada actividad.
  
- Diario de campo: Aquí se recoge toda la información en el mismo instante en que se está desarrollando la actividad, las conclusiones a las que llegó el grupo o el estudiante, es decir, todo lo que sucede en el proceso de desarrollo de cada taller.

## **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

### **ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LOS TALLERES**

A continuación presentamos el análisis de cada taller, desarrollado por los estudiantes de 8º-7 del Colegio Dulce Nombre de Jesús del municipio de Sincelejo.

### **TALLER DE LABORATORIO N° 1**

Primeramente se presenta una tabla o una matriz llena con unos (1) y ceros (0), y dos (2), se evalúan 5 habilidades en cada uno de los tres primeros niveles de Van Hiele (Visualización, análisis y clasificación). Las 5 habilidades son, visual, verbal, dibujo, lógica y aplicada.

Los unos (1) significa que el estudiante desarrolló la habilidad.

Los ceros (0) significa que el estudiante no desarrolló la habilidad.

Los dos (2) significa que la habilidad no se tuvo en cuenta o no se evaluó.

TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO N° 1

	RECONOCIMIENTO						ANÁLISIS						ORDENAMIENTO								
	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	
	Reconocer información contenida en los sólidos elaborados	Asociar el nombre correctamente con un sólido	Construir sólidos nombrando las partes adecuadamente	Darse cuenta de que hay diferencias y similitudes entre sólidos	Identificar formas geométricas en obj. físicos	Notar las propiedades de un sólido	Describir adecuadamente varias propiedades de un sólido	Utilizar las propiedades de un sólido para construirlo	Notar que las propiedades sirven para distinguir sólidos	Reconocer propiedades geométricas de obj. físicos	Reconocer propiedades geométricas comunes de diferentes tipos de figuras	Definir palabras adecuadas y concisamente	Dados ciertos sólidos ser capaces de construir otras relacionadas con las primeras	Comprender las cualidades de una buena definición	Comprender el concepto de un modelo matemático que represente relaciones + objetos						
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
2	1	0	1	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
3	1	0	1	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
4	1	0	1	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	1	0	1	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	1	0	1	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
14	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
15	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	1	0	0	1	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	1	0	0	1	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
18	1	0	0	1	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
19	1	1	1	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
20	1	1	1	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
21	1	1	1	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
22	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
23	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
24	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
26	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
27	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
28	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
29	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
30	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1 = Si reconoce 0 = No rec	1 = Si asocia 0 = no aso	1 = si construye 0 = no cons	1 = si identifica 0 = no iden	1 = si identifica 0 = no iden	1 = si nota propiedades 0 = no nota	1 = si describe 0 = no desc	1 = si la utiliza 0 = no util.	1 = si las nota 0 = no nota	2 = no se da esta habilidad	1 = Si reconoce 0 = No rec	1 = si define 0 = no define	1 = si es capaz 0 = no	1 = si comprende 0 = no com	1 = si comprende 0 = no com						



## ANÁLISIS DEL TALLER 1

La aplicación del primer taller de desarrollo (nivel de reconocimiento), fue para los estudiantes objeto de diversión, por lo que estaban construyendo una colección de 6 sólidos, donde mostraron disposición y motivación al momento de desarrollarla, mediante observaciones directas en el aula, adscritas en el diario de campo se observó como los estudiantes discutían para realizar las medidas, en el momento de construir cada uno de los sólidos, mostrando dificultad en el manejo de las herramientas de medición como el compás, el transportador, y al realizar ciertas mediciones en el icosaedro regular y el prisma, que fueron los sólidos que más se les dificultó al momento de construirlos.

Con base a los resultados registrados en la matriz, (tabla 1) se evidencia que los estudiantes se encuentran en el primer nivel de reconocimiento o de visualización, más sin embargo las habilidades de dibujo y verbal no las alcanzaron a desarrollar, en este nivel debido a que presentan dificultad, en la comprensión y manejo de conceptos necesarios (prerrequisitos) propios del concepto de volumen (arista, vértice, cara), esto se hizo evidente porque le hacían preguntas a los profesores como ¿cómo se les llama a las punticas de las figuras? Al exaedro (cubo) le decían que era un cuadrado de esta manera se observó que desconocían los nombres de los sólidos y las partes que forman un sólido. (poliedro).



## ANÁLISIS DEL TALLER N° 2

En el desarrollo del segundo taller (propiedad, conservación, nivel visualización, análisis y ordenamiento), fue para los estudiantes de gran interés, debido a que fue el inicio de un juego con los sólidos elaborados en la actividad anterior, formaron grupos de 3 estudiantes, un grupo echaba los 6 sólidos en una bolsa negra y el otro grupo sacaba un sólido y sin verlo, sólo lo manipulaba con las manos, lo nombraba y le decía las características del sólido, primero lo hacía un grupo y luego el segundo llenando la plantilla. Los estudiantes se destacaron mucho en esta actividad, trataban de contestar lo mejor posible, para ganarle al grupo opositor.

Se observaron aspectos muy interesantes como las discusiones entre los grupos sobre los nombres de los sólidos y al momento de preguntárseles cual cuerpo ocupaba mayor espacio todos contestaron que el **hexaedro** (cubo) y que poseía 6 caras, pero confundían vértice con aristas.

Dos grupos discutían porque los profesores les hicieron la pregunta: Si tenemos el cubo en esta posición sobre la mesa y lo levantamos colocándolo en otra posición, ¿ocupará el cubo el mismo espacio acá levantado? Un grupo decía que sí y el otro decía que no, el grupo que lo afirmó dijo que ocupaba el mismo espacio sin importar como lo colocaron porque siempre era el mismo grande del cubo.

En esta exploración los estudiantes se familiarizaron con los sólidos construidos (icosaedro, hexaedro, tetraedro, prisma, octaedro, pirámide) apropiándose de sus nombres y las partes de un poliedro.

De esta exploración concluyeron que no importa la posición en que se encuentren los sólidos estos siempre ocupaban el mismo espacio, dejando ver la conservación del volumen y la visualización.

En una segunda exploración se les entregó 3 cajas de plastilina grande de 6 unidades cada una y se les pidió elaborar con cada caja una bola, una salchicha y un cubo.

Debían contestar un cuestionario que se les entregó, después que todos jugaron con la plastilina y habiendo construido las figuras, se socializó el taller. Dando resultados muy provechosos, una pregunta que se hizo fue: ¿Cuál de las tres figuras elaboradas ocupa mayor espacio?

Los grupos estaban divididos, tres contestaron que la salchicha ocupaba más espacio porque era larga y los otros 7 grupos decían que no que todos ocupaban el mismo espacio porque todos contenían igual cantidad de plastilina, ratificando una vez más que no importa las transformaciones que se les haga sólo cambia la forma, pero el espacio ocupado siempre es el mismo.

Con esta actividad se evidencia en la matriz (Tabla 2) que los estudiantes alcanzaron el nivel de reconocimiento, y que fue muy poco lo que se logró desarrollar en los niveles de análisis y clasificación.



TALLER DE LABORATORIO N° 3  
TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO N° 3

Alumno	RECONOCIMIENTO					ANÁLISIS					ORDENAMIENTO				
	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada
	Reconoce información contenida en un sólido	Asocia el nombre correcta-mente con un sólido dado	Construye sólidos nombrando adecuadamente las partes	Darse cuenta de que hay diferencias y similitudes entre sólidos	Identifica formas geométricas en objetos físicos	Identificar un sólido como parte de una mayor	Describe adecuadamente varias propiedades de una figura	Utilizar las propiedades de un sólido para construirlo	Notar que las propiedades de un sólido sirven para distinguir sólidos	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos	Reconoce propiedades comunes	Formular frases que muestren relaciones entre sólidos	Dados ciertos sólidos ser capaz de construir otras relacionadas con las 14	Comprende las cualidades de una buena definición	Comprender el concepto de modelo matemático
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
2	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
4	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
5	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
6	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
8	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
9	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
10	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
11	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
12	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
13	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
14	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
18	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
19	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
20	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
21	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
22	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
23	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
24	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
25	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
26	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
27	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
28	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
29	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
30	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
23	30	24	30	27	23	6	18	30	30	20	0	30	12	0	0

### ANÁLISIS DEL TALLER N° 3

En la tabla 3, están registrados los resultados obtenidos de la actividad, en esta actividad (construcción de una caja y construir tantos cubitos posibles que llenaron la caja), resultó un poco tedioso, debido a que los estudiantes se les dificultó construir por lo menos 20 cubitos de  $1\text{cm}^3$ , para luego llenar la caja, cuando los pegaban no quedaban bien cuadraditos lo que hizo que estuvieran desmotivados, pero sin embargo los resultados fueron fructíferos, debido a que se observó como los estudiantes sin haber terminado llenar la caja, sabían cuantos cubos cabían en total, es el caso de una estudiante ( $E_1$ ) que tenían que construir una caja de  $2 \times 3 \times 4$ ; construyó la caja y elaboró los cubitos de  $1\text{cm}^3$  y comenzó a introducir cubitos y al colocar 8 en el fondo, dijo seño en esta caja caben 24 cubitos y se le preguntó ¿cómo lo sabes? La niña respondió porque en el fondo caben ocho y ocho más sobre ellos son 16 y ocho más sobre los 16 son 24 cubitos, porque tiene 3 capas de 8 cubitos, lo que demuestra el paso a estrategias aditivas.

Otro caso fue del ( $E_{13}$ ) al preguntársele al grupo si se aumenta un centímetro de largo a la caja ¿qué sucederá con el volumen de ésta?. Casi todos se quedaron callados por un momento, luego el ( $E_{13}$ ) rompió el silencio y dijo el volumen sería más grande, porque se engrandece la caja y hay que meterle más cubitos.

Con esta actividad se evidencia que los estudiantes ya alcanzaron el nivel de reconocimiento por lo que han logrado desarrollar las 5 habilidades propuestas en este nivel y también se observa el continuo progreso en los niveles de análisis y ordenamiento, presentando dificultad aún en el nivel de ordenamiento.

Con esta actividad (Activo – Participativa) se logró que los estudiantes valoren sus propios aprendizajes y lo compartan entre ellos.

## TALLER DE LABORATORIO N° 4

### ANÁLISIS DEL TALLER N° 4

Para el análisis de este taller no se hizo tabulación en la matriz, por lo que se trabajó con líquidos, para determinar la conservación del volumen interno.

Durante el desarrollo de esta actividad los grupos trabajaron uniformemente, teniendo mayor dificultad al identificar los diferentes sistemas de medida, sin embargo, realizaron mediciones con jeringas en sistema de medidas diferentes y luego las embasaron en frascos de diferentes capacidades uno ancho pequeño y otro largo angosto al comparar el líquido medido en ambos frascos se dieron cuenta que había la misma cantidad de líquido, notando así la propiedad de conservación del volumen interno, luego se lanzó una pregunta para todos ¿Cuál tenía mayor volumen, casi todos los grupos respondieron que tenían el mismo volumen por que poseían la misma cantidad de agua. Sin embargo, 2 grupos no estaban de acuerdo con el resto de estudiantes porque en el frasco ancho poseía menos agua que en el frasco angosto, porque el frasco angosto tenía el nivel de agua más arriba.

En conclusión es claro que los estudiantes pasaron del nivel de reconocimiento al nivel de análisis y ordenamiento, aunque con algunas dificultades en estos niveles.



TALLER DE LABORATORIO N° 5  
TABLA DEL TALLER DE DESARROLLO N° 5

Alumno	RECONOCIMIENTO					ANÁLISIS					ORDENAMIENTO				
	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada	Visual	Verbal	Dibujo	Lógica	Aplicada
	Reconoce diferentes sólidos d un dibujo	Interpreta frases que describan sólidos	Construir sólidos, nombrando adecuadamente sus partes	Comprender la conservación de sólidos en distintas posiciones	Identifica formas geométricas en objetos físicos	Notar las propiedades de un sólido	Describir adecuadamente varias propiedades de un sólido	Utilizar las propiedades de un sólido para construirlo	Notar que las propiedades de un sólido sirven para distinguir sólidos	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos	Reconoce propiedades comunes de diferentes tipos de sólidos	Definir palabras adecuadas y concisamente	Dadas ciertas figuras ser capaz de construir otras relacionadas con las primeras	Comprender las cualidades de una buena definición	Comprender el concepto de un modelo matemático que representa relac. entre objeto
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
5	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
6	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
7	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
8	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
13	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
14	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
15	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
16	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
17	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
18	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
19	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
20	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
21	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
22	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
23	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
28	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
29	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
30	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1

## ANÁLISIS DEL TALLER N° 5

Con el desarrollo de las actividades anteriores y ésta se ha logrado un avance progresivo hacia la conceptualización del volumen.

Se ha logrado un avance en el nivel de análisis y siendo más notable su mejoría en el nivel de ordenamiento, por lo que no ha logrado desarrollar las habilidades de lógica y verbal en este último, debido a la dificultad en el momento de utilizar palabras adecuadas que permitan dar una buena definición del concepto de volumen.

Con los 30 cubos que se les entregó a cada grupo se les pidió construir un edificio rascacielo con 4 cubos en la planta baja y que calcularan su altura, los estudiantes los diseñaron de diferentes formas, y con esos mismos cubos, construyeron cajas de diferentes dimensiones que contuvieran exactamente el número exacto de cubos. A un grupo ( $E_3$ ) debía construir una caja de un gráfico que medía 3cm de ancho, 5cm de largo y 2 cm de alto. El ( $E_3$ ) organizaron los cubos de la siguiente forma 3 hileras de 5 cubos en la planta baja y luego colocó 3 hileras más sobre la planta baja y de esta manera representó la caja que tenía en el gráfico afirmando que el volumen de la caja era de  $30\text{cm}^3$ , es decir, que a la caja le cabían 30 cubitos.

Con los mismos cubos construyeron somas. El Soma es un juego formado por los tricubos y tetracubos que son irregulares, es decir, que presentan alguna concavidad.

Las actividades con el soma consiste en formar diferentes figuras con sus piezas.

Después de construido los somas, unión de dos o más cubos, construyeron todas las figuras posibles, llegando a la conclusión, que no importa las figuras que se construyan, ni la posición, todos tienen el mismo volumen, puesto que se utilizó el mismo número de cubos y por la misma razón que todos tenían el mismo peso, logrando así, reconocer las propiedades de transitividad y conservación del volumen.

## **ANÁLISIS DEL PRETEST Y POSTEST**

Al aplicar el Pretest (Prueba exploratoria), se encontraron varias dificultades con respecto al tema de volumen, dentro de las cuales tenemos:

- No hay claridad en el concepto de volumen, llegando a confundir, peso con volumen.
- Desconoce las propiedades de la medida.

- No maneja ciertas habilidades de visualización espacial, por lo que no reconoce información contenida en un gráfico.
- Se le dificulta calcular el volumen de una caja debido a que no es capaz de calcular los cubos que faltan para llenar la caja sin necesidad de llenarla.

Atendiendo las dificultades anteriores se concluyó que los alumnos de 8°-7 del Colegio Dulce Nombre de Jesús, presentan dificultad en apropiamiento del concepto de volumen y teniendo en cuenta los niveles de Van Hele estos estudiantes se encuentran en el nivel de reconocimiento.

El trabajo de aula se tornó en algunos casos bastante tedioso, debido a conceptos previos errados del estudiante.

Sin embargo, el proceso dio frutos positivos, que se evidencian en los resultados arrojados por el postest aplicado, donde se manifestó que:

- Los estudiantes tienen claridad en el concepto de volumen, por lo que diferenciaron volumen de peso.

- Los estudiantes desarrollaron estrategias aditivas y multiplicativas que les facilitó calcular el volumen de una caja, sin necesidad de llenarla completamente.
- Reconocieron las propiedades de conservación y transitividad de la medida (volumen).
- Desarrollaron habilidades de visualización espacial, ya que hizo la representación de un sólido y la dibujó desde diferentes puntos de vista, es decir, reconoce información contenida en un gráfico.
- Los estudiantes dieron su propio concepto de volumen, teniendo en cuenta las experiencias vividas en el trabajo de aula, utilizando un lenguaje corriente.

Teniendo en cuenta las habilidades desarrolladas por los estudiantes en cada uno de los niveles, se puede afirmar con certeza que éstos lograron un aprendizaje significativo del concepto de volumen.

En conclusión a medida que se desarrollaron las actividades los estudiantes tuvieron un acercamiento al concepto de volumen y reconocieron ciertas características generales, en un principio de manera intuitiva hasta que fue formalizado.

## 5. CONCLUSIONES

Al realizar las actividades didácticas dirigidas al aprendizaje significativo del concepto de volumen hemos podido obtener las siguientes conclusiones:

- La forma de propiciar un aprendizaje significativo del concepto de volumen sustentado en la Geometría Activa fue muy satisfactoria, le brinda la oportunidad a los alumnos de descubrir y construir el concepto de volumen de acuerdo a sus capacidades y habilidades permitiéndole un contacto más cercano a la realidad, construyendo y manipulando sólidos, favoreciéndose así la capacidad de representar internamente el espacio, prediciendo y manipulando mentalmente.
- El desarrollo de actividades de empaquetado o llenado de caja con unidades cúbicas favoreció a los alumnos el paso a estrategias multiplicativas, más cuando se le restringió el número de unidades que podían utilizar para llenar una caja, de modo que sin poder rellenar completamente la caja, los alumnos respondieron cuantas se necesitaban para llenarla.

- La utilización de materiales como la plastilina con la cual se elaboraron figuras sólidas y la comparación de líquidos, permitió al alumno obtener claridad con respecto a la propiedad de conservación del volumen.
- La utilización de actividades creativas fundamentada en la Geometría Activa en el aula de clases contribuye a reducir el nivel mecánico con que se trata a menudo la enseñanza del concepto de volumen.
- Los alumnos del grado octavo mostraron el deseo de aprender el concepto de volumen en forma diferente a la que le brinda la enseñanza actual, verificado en la motivación, el interés y la destreza manifestada al realizar las actividades, desarrollando su creatividad.
- Podemos afirmar con certeza que la realización de las distintas actividades creativas, contribuyeron a que los estudiantes de 8º-7 grado del colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo adquirieron un aprendizaje significativo del concepto de volumen.

## 5. RECOMENDACIONES

Para el desarrollo y puesta en práctica de propuestas similares a éstas, hacemos las siguientes recomendaciones:

- Dar prioridad a la enseñanza del concepto de volumen geométrico en la escuela, a partir de la básica primaria, debido al abandono en que ésta se encuentra actualmente.
- Diseñar y ejecutar actividades fundamentada en la Geometría Activa que le permitan a los estudiantes abordar el concepto de volumen, sin necesidad del uso y aplicación de fórmula, dejando estas como último paso.
- Las actividades de comparación de volumen debe iniciarse en el grado tercero de Educación Básica Primaria, iniciando con la comparación directa de objetos.
- El docente y los estudiantes utilicen materiales didácticos del medio, diseñados por ellos mismos, que facilite el proceso de enseñanza –

aprendizaje, la manipulación y visualización para el aprendizaje significativo del concepto de volumen.

- Diseñar y aplicar actividades de llenado o empaquetado debido a que favorece el paso al pensamiento aditivo a pensamiento multiplicativo.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- DE OLMO ROMERO y otros (1993). Superficie y Volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?. Editorial Síntesis.
- ALCINA, Claudi y otros (1995). Invitación a la Didáctica de la Geometría. Editorial Síntesis.
- ALCINA, Claudi y otros. (1993). Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá. Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional, Matemática 3, segunda cartilla. (Virginia Cifuentes de Buritica y Cecilia Casabuenas Santamaría) Grupo de Investigación Pedagógica.

- CHAMORRO, C. y BELMONTE, J. (1991). El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales.
  
- K. Lovell. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. Edición Moratos.
  
- OSORIO MONTT, Geovanni y PEREZ OLIVERO, Nadín. (2000). Tesis de grado: Alternativa didáctica para el desarrollo y comprensión del concepto de área en estudiantes de 7º del colegio Metropolitano de Sincelejo.

# ANEXOS

**UNIVERSIDAD DE SUCRE**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS**  
**COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS**  
**TEST PARA EXPLORACIÓN DEL CONCEPTO DE VOLUMEN**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

A continuación se te presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la respuesta que consideres correcta y explica el proceso que hiciste para llegar a la respuesta elegida.

**SITUACIÓN 1.**

Si se tiene un kilo de plomo y un kilo de algodón.

¿Qué cuerpo tiene mayor volumen?

\_\_\_\_\_

**SITUACIÓN 2.**

Al mostrar el siguiente apilamiento.

¿Cuántos cubos hay en el apilamiento? \_\_\_\_\_

**SITUACIÓN 3.**

De acuerdo a las especificaciones del gráfico.

¿Cuántos bloques se necesitan para llenar la caja A si en A no hay agujeros dentro? \_\_\_\_\_

**SITUACIÓN 4.**

Dada la representación de un edificio, encontrar su representación observada desde la parte de atrás.

**SITUACIÓN 5.**

Se tienen dos gaseosas pequeñas, éstas son vaciadas en vasos diferentes, uno largo angosto y uno pequeño ancho.

De acuerdo a lo observado de la experiencia en el aula.

¿Qué líquido ocupa más espacio el de el vaso grande o el vaso pequeño?

---

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS  
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS  
TALLER DE DESARROLLO N° 1**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Posibilitar un acercamiento al concepto de volumen a través de la construcción de figuras sólidas, donde el estudiante mida, dibuja, manipula cada una de las figuras.

**Materiales:**

- |             |           |          |            |
|-------------|-----------|----------|------------|
| - Cartulina | - Colbón  | - Reglas | - Lápiz    |
| - Tijeras   | - Bisturí | - Compás | - Silicona |
| - Borrador  |           |          |            |

**Actividad de Elaboración de Sólidos**

**Exploración**

Se forman 6 grupos de 6 estudiantes; se le hace entrega de 6 patrones diferentes de sólidos, para que cada integrante del grupo construya el sólido que le ha sido asignado.

**Precolección de la Información**

Con la lista en mano que estos presenten sus trabajos. Deben contestar el cuestionario que está a continuación.

**1. Las aristas que posee un cubo son:**

- a) 2 aristas
- b) 6 aristas
- c) 12 aristas

**2. El número de caras que posee un cubo es:**

- a) 9 caras

- b) 3 caras
- c) 6 caras
- d) 4 caras

3. Con respecto al área de cada cara del cubo se puede afirmar que:

- a) Tienen igual áreas
- b) Tienen diferentes áreas
- c) No se puede saber
- d) No tienen área

4. Ordena de mayor a menor los primeros 4 sólidos que más cartón gastaron para su elaboración:

- a) \_\_\_\_\_
- b) \_\_\_\_\_
- c) \_\_\_\_\_
- d) \_\_\_\_\_

5. Ordena de mayor a menor los primeros 4 sólidos que más arista poseen:

- a) \_\_\_\_\_
- b) \_\_\_\_\_
- c) \_\_\_\_\_
- d) \_\_\_\_\_

6. Ordena de mayor a menor los primeros 4 sólidos que más cara poseen:

- a) \_\_\_\_\_
- b) \_\_\_\_\_
- c) \_\_\_\_\_
- d) \_\_\_\_\_

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS  
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS  
TALLER DE DESARROLLO N° 2**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Desarrollar la habilidad de percibir formas espaciales.

- Analizar la propiedad de conservación del volumen a través de las transformaciones hechas con plastilinas y otros.

**Materiales:**

Colección de seis sólidos.

Una bolsa oscura.

Un caja de plastilina grande.

Un bisturí o cuchilla.

Un pan dulce.

**Exploración 1:** Se presenta al alumno una colección de seis modelos de sólidos y una bolsa conteniendo la otra colección. Bajo la mesa y sin mirar se le pide que saque uno (1) y lo identifique con la colección expuesta. Se repite la operación tantas veces como sea necesario.

**Recolección de la Información**

Se forman 12 grupos de 3 alumnos, se le hace entrega de una planilla que debe llenar en el transcurso del desarrollo de la actividad.

Nombre del Alumno	Sólido	Letra	¿Qué es lo que te ha hecho reconocer?

**Exploración 2:** Dada una caja de plastilina grande a cada integrante del grupo, éste debe elaborar una bola en plastilina,

una salchicha y un cubo. Por otra parte cada grupo debe tener un pan de dulce sin ser aplastado y luego aplastarlo.

El estudiante debe observar y analizar las diversas situaciones que se dan y contestar el cuestionario que se presenta a continuación.

Teniendo en cuenta la exploración 2.

1) De la figuras elaboradas en plastilina se puede afirmar:

- a. Hay una que ocupa mayor espacio.
- b. Todas ocupan igual espacio.
- c. No ocupan espacio
- d. No se puede saber

2) De las figuras elaboradas se puede afirmar :

- a. Todas tienen diferentes pesos
- b. No se puede saber su peso
- c. Todas poseen igual peso
- d. No tienen peso

3) Si cortamos una parte de una de las tres figuras se puede afirmar que dicha figura:

- a. Ocupa el mismo espacio
- b. Ocupa menos espacio
- c. Ocupa más espacio
- d. No se puede saber

4) De la anterior situación se puede afirmar:

- a. La figura conserva el mismo peso
- b. La figura no tiene peso
- c. La figura tiene mayor peso
- d. No se puede saber

- 5) Después de haber aplastado el pan se puede decir:
- a. El pan ocupa menos espacio y conserva el mismo peso
  - b. El pan conserva el mismo espacio y aumenta su peso
  - c. El pan ocupa menos espacio y disminuye su peso
  - d. No se puede saber

**UNIVERSIDAD DE SUCRE**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS**  
**COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS**  
**TALLER DE DESARROLLO N° 3**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Adquirir una noción de volumen a través de empaquetado de cajas, con cubitos de  $1 \text{ cm}^3$ , para que los estudiantes se apropien del concepto de volumen.

**Materiales:**

- Tijeras                      - Lápiz                      - Cartulina
- Regla                        - Colbón                    - Borrador

**Exploración:** Cada grupo de 6 alumnos deben elaborar una caja de cartulina sin tapa, con las dimensiones que se especifican en la tabla que está a continuación; y elaborar en número determinado de cubitos de  $1 \text{ cm}^3$  para llenar la caja elaborada.

Grupo	Largo	Ancho	Alto	No. Cubitos
1	2 cm	4 cm	2 cm	
2	3 cm	2 cm	3 cm	
3	5 cm	2 cm	2 cm	
4	2 cm	3 cm	4 cm	
5	3 cm	3 cm	3 cm	
6	3 cm	5 cm	2 cm	

**Recolección de la Información:**

Después de desarrollada la actividad anterior el alumno debe responder el siguiente cuestionario y justificar su respuesta.

1. ¿Cuántos cubos se necesitan para llenar completamente la caja?
2. ¿Qué sucedería con el volumen de la caja si aumentamos 1 cm en el largo de la caja?

3. ¿Cuántos cubos nuevos se necesitan para llenar la caja?
4. ¿Qué sucedería con el volumen de la caja si disminuimos 1 cm en el ancho de la caja?
5. ¿Con qué dimensiones construirías una caja que contenga exactamente 75 cubitos?
6. Si se tiene una caja que mide 3 cm de ancho, 4 cm de largo y 3 cm de alto, y que tiene empaquetado en su interior 14 cubos de  $1 \text{ cm}^3$  faltan para acabar de llenar la caja.

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS  
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS  
TALLER DE DESARROLLO N° 4**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Efectuar comparaciones con líquidos, a través de llenado y vaciado para observar la conservación del volumen interno con diferentes unidades de medida.

**Materiales:**

- Dos frascos transparentes de diferentes tamaños
- Dos jeringas de 5 cm<sup>3</sup> y 5 ml<sup>3</sup>
- Dos bolsas con agua
- Lápiz
- Papel
- Limpión o toalla

**Exploración:** Se forman grupos de 3 estudiantes, cada grupo debe realizar medidas exactas de 1 cm<sup>2</sup> y 1000 ml<sup>3</sup> e introducirlos en los recipientes o frascos pedidos.

- Llenar uno de los frascos de agua con jeringa y observa qué sucede.
- Del frasco lleno con agua, extraer 2000 mm<sup>3</sup> y observar que sucede.

**Recolección de la Información**

Los estudiantes deben observar cada una de las situaciones anteriores y responder el siguiente cuestionario justificando su respuesta.

1. ¿En cuál de los recipientes hay más cantidad de líquido? ¿Por qué?
2. ¿Cuál ocupa mayor espacio? ¿Por qué?
3. Al llenar el frasco con agua con ayuda de la jeringa ¿Con cuántos cm<sup>3</sup> llenaste el frasco?

4. ¿Qué sucede con el volumen del frasco lleno de agua si le extraemos un  $\text{cm}^3$  de agua?
  
5. Si un frasco tiene capacidad para ser llenado con  $100 \text{ cm}^3$  ¿Cuántas jeringas de  $5 \text{ cm}^3$  se necesitan para llenar el frasco? ¿Cuántos decímetros cúbicos tiene el frasco?

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS  
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS  
TALLER DE DESARROLLO N° 5**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Construir somas y formar diferentes figuras con sus piezas para que el alumno observe y analice las propiedades de conservación y transitividad del volumen.

**Materiales:** - Cubos

- Colbón
- Lápiz
- Papel

**Exploración:** Se forman grupos de 3 alumnos y se le hace entrega de cubos para que primero construyan un bloque o edificio, luego elaborarán somas con los que deben formar diferentes figuras con sus piezas, y finalmente dar respuesta al cuestionario que se presenta a continuación.

### **RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN**

**Construye con los cubos asignados el siguiente bloque**

1. ¿cuántos cubos forman el bloque?

2. Construir un edificio rascacielos que tenga 4 cubos en la planta baja.  
¿Cuál será la altura del rascacielos?

3. Construir todas las figuras que se puedan formar con los somas.  
¿Cuántas figuras formaste?
  
4. Dada la representación de una de las figuras que elaboraste, dibuja su representación desde la parte de atrás, frontal y lateral. ¿Determina cuál es la que requiere el mayor número de cubos?.
  
5. ¿Qué puedes decir del volumen de las figuras elaboradas?
  
6. ¿Qué sucede con el peso de cada una de las figuras elaboradas?

**UNIVERSIDAD DE SUCRE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS  
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS  
PRETEST**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **GRADO:** \_\_\_\_\_

A continuación se te presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la respuesta que consideres correcta y explica el proceso que hiciste para llegar a la respuesta elegida.

**SITUACIÓN 1.**

Juan fue al supermercado y compró un kilo de arroz y un kilo de lana, al empacárselos en bolsas diferentes uno tenía mayor volumen ¿Qué cuerpo tenía mayor volumen?

**SITUACIÓN 2.**

Orlando retiró algunos cubos de esta caja.

- a. ¿Cuántos cubos hay en cada capa?
- b. ¿Cuántas capas caben en total?
- c. Si Orlando le quita una capa de cubos a la caja, ¿Qué sucede con el volumen de la caja?

**SITUACIÓN 3.**

Los cuerpos del dibujo están hechos con cubos. Si tomas como unidad uno de los cubos,

- a. ¿Cuál es el volumen de cada cuerpo?
- b. ¿Cuál de ellos tienen el mismo volumen?
- c. Dada la representación de la figura D, dibujar su representación dibujada en la parte de atrás.

#### **SITUACIÓN 4.**

De estos 3 recipientes hay dos llenos de agua y uno vacío.

- a. ¿Cómo averiguarías cuál de los recipientes con agua contiene más?
- b. Si lo llevaras a la práctica y los dos recipientes contuvieran igual cantidad de agua ¿Qué sucedería con el volumen de ambos recipientes?

#### **SITUACIÓN 5.**

La mamá de Javier necesita medir 1 litro de agua para una receta, tiene dos recipientes de los cuales conoce su capacidad; uno contiene dos litros y otros 3 litros. Usando estas dos vasijas,

- a. ¿Cómo logrará medir el litro de agua?

**SITUACIÓN 6.**

De acuerdo a las experiencias que se han desarrollado en el aula. Enuncia tu propio concepto de volumen.