

DIAGRAMAS NUMÉRICOS Y MAPAS COGNITIVOS PARA LA COMPRESIÓN
DE POLINOMIOS ARITMÉTICOS EN EL SISTEMA DE LOS NÚMEROS ENTEROS

ARRIETA JARABA AMAURY DE JESÚS
MARTÍNEZ PÉREZ LISBETH DEL CARMEN

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2002

DIAGRAMAS NUMÉRICOS Y MAPAS COGNITIVOS PARA LA COMPRESIÓN
DE POLINOMIOS ARITMÉTICOS EN EL SISTEMA DE LOS NÚMEROS ENTEROS

ARRIETA JARABA AMAURY DE JESÚS
MARTÍNEZ PÉREZ LISBETH DEL CARMEN

Director:
MARCOS BETIN SEVERICHE
Licenciado en Matemáticas

Proyecto pedagógico para optar al título de Licenciado en Matemáticas

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2002

NOTA DE ACEPTACIÓN

PRESIDENTE DEL JURADO

JURADO

JURADO

Sincelejo, Julio 09 del 2002.

A Dios, fuerza
espiritual en el
diario quehacer.

A mi madre, Berlides
Jaraba, apoya
constante en mi
proyecto de vida.

A Isaura Lilieth,
sustento sentimental
en mis duros momentos.

Amaury Arrieta

A Dios, El Dador de
la vida quien me
acompaña en todos
mis momentos.

A mis padres,
Jairo y Lenis,
quienes han
contribuido a mi
formación.

A Jairo Manuel, mi
querido hermanito y
demás familiares.

A Roberto Carlos
Carmona, sustento
sentimental en los
entornos de mi
vida.

Lisbeth Martínez

AGRADECIMIENTOS

Los autores, agradecen de manera cordial a:

Los estudiantes de séptimo grado del colegio Gabriel García Márquez de Corozal Sucre, (GAGAMA) por su participación activa durante el desarrollo de la propuesta.

Eduardo Rojas, rector de la institución, quien viabilizó la ejecución de la propuesta.

El profesor José Severiche, licenciado en matemáticas, docente del GAGAMA, en el grado séptimo, quien nos brindó su apoyo y colaboración.

La Universidad de Sucre, formadora de maestros con calidades en matemáticas: ¡Gracias por siempre!.

CONTENIDOS

	Pág.
INTRODUCCIÓN	13
1. PROBLEMA	16
1.1 PLANTEAMIENTO	16
1.2 DESCRIPCIÓN	16
1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	18
2. OBJETIVOS	19
2.1 GENERAL	19
2.2 ESPECÍFICOS	19
3. JUSTIFICACIÓN	20
4. MARCO TEÓRICO	24
4.1 ANTECEDENTES	24
4.2 BASES TEÓRICAS	32
4.3 MARCO CONCEPTUAL	41
4.4 MARCO LEGAL	47
5. METODOLOGÍA	49
5.1 TIPO DE ESTUDIO	49
5.2 POBLACIÓN Y MUESTRA	49
5.3 INSTRUMENTOS	50
5.4 ETAPAS DEL PROYECTO	51
5.4.1 ETAPA EXPLORATORIA	52
5.4.2 ETAPA DE CONSTRUCCIÓN	52
5.4.3 ETAPA DE APLICACIÓN	52
5.4.3.1 FASE DE FAMILIARIZACIÓN	52
5.4.3.2 FASE P-D(POLINOMIO-DIAGRAMA)	52
5.4.3.3 FASE D-P (DIAGRAMA-POLINOMIO)	52

5.4.3.4 FASE C.P.L (CONSTRUCCIÓN DE POLINOMIOS LIBRE)	53
5.4.3.5 FASE DE PROYECCIÓN	53
5.5 EVALUACIÓN DEL PROYECTO	53
5.6 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES	54
5.6.1 RESULTADOS DE LA ETAPA EXPLORATORIA	54
6. ACTIVIDADES PEDAGÓGICAS	59
6.1 PRESENTACIÓN	59
6.2 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL DESARROLLO DE LA ETAPA DE APLICACIÓN	59
6.2.1 FASE DE FAMILIARIZACIÓN	60
6.2.1.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL TALLER DE INDUCCIÓN 1. MAPAS COGNITIVOS	60
6.2.1.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL TALLER DE INDUCCIÓN 2. PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS.	62
6.2.1.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL TALLER DE INDUCCIÓN 3. DIAGRAMAS NUMÉRICOS.	64
6.2.2 FASE POLINOMIO-DIAGRAMA. P-D	66
6.2.2.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL FORMATO 1. ¡CONSTRUYENDO DIAGRAMAS NUMÉRICOS !. (ANEXO 6)	66
6.2.3 FASE DIAGRAMA-POLINOMIO D-P	71
6.2.3.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL FORMATO 2. ¡INTERPRETO DIAGRAMAS NUMÉRICOS! (ANEXO 7).	71
6.2.4 FASE CONSTRUCCIÓN DE POLINOMIOS LIBRE Ó C.P.L	74
6.2.4.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL FORMATO 3. ¡SOMOS CREATIVOS!. (ANEXO 8)	74
6.2.5 FASE DE PROYECCIÓN	82
6.2.5.1 RESULTADOS Y EXPLICACIONES	83
CONCLUSIONES	86
RECOMENDACIONES	89
BIBLIOGRAFÍA	90
ANEXOS	91

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Resultados de la prueba diagnóstica	55
Tabla 2. Análisis del Taller de inducción 1	61
Tabla 3. Análisis del Taller de Inducción 2	63
Tabla 4. Análisis del Taller de Inducción 3	65
Tabla 5. Resultados del formato 1	67
Tabla 6. Resultados del formato 2	71
Tabla 7. Resultados de la actividad libre del formato 3	74
Tabla 8. Resultados del anexo 9	84

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Mapa conceptual 1, tomado de ALAMBIQUE, No. 4, BARCELONA, 1995.	25
Figura 2. Diagnósis del progreso efectuado. Errores superados: Indica que la variable independiente (x) , se representa en el eje de abscisas	27
Figura 3. Estudio de Galagotsky.	29
Figura 4. Un ejemplo con la ecuación cuadrática.	31
Figura 5. Mapa conceptual de un polinomio aritmético.	43
Figura 6. Diagrama numérico de un mapa conceptual.	44
Figura 7. Conexiones en un diagrama numérico.	46
Figura 8. Gráfico Edades vs frecuencia.	49
Figura 9. Gráfico obtenido de la etapa exploratoria.	58
Figura 10. Gráfico obtenido del taller de inducción 1.	62
Figura 11. Gráfico obtenido del taller de inducción 3.	66
Figura 12. Gráfico obtenido en el análisis del formato 1.	68
Figura 13. Mapa conceptual elaborado por Karen Benítez.	70
Figura 14. Algunas dificultades mostradas.	70
Figura 15. Gráfico obtenido en la evaluación del formato 2	71
Figura 16. Gráfico de los resultados del formato 3	75
Figura 17. Errores mostrados por los estudiantes	76
Figura 18. Diagrama del grupo 1	78

Figura 19. Diagrama del grupo 2	79
Figura 20. Diagrama del grupo 3	79
Figura 21. Diagrama del grupo 4	80
Figura 22. Diagrama del grupo 5	80
Figura 23. Diagrama numérico presentado por los orientadores.	83
Figura 24. Gráfico de los resultados de la fase de proyección.	84

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1. Listado de los estudiantes participes	92
Anexo 2. Prueba diagnóstica	93
Anexo 3. Taller de inducción 1	94
Anexo 4. Taller de inducción 2	97
Anexo 5. Taller de inducción 3	102
Anexo 6. Formato 1. Construyendo diagramas numéricos	106
Anexo 7. Formato 2. Interpreto diagramas numéricos	107
Anexo 8. Formato 3. ¡Somos creativos!	108
Anexo 9. interpretación de situaciones-problema referidas a polinomios Aritméticos	109

RESUMEN

Las características de los profesores de matemáticas y los enfoques de enseñanza que ellos usan son fundamentales para la construcción de los conceptos, habilidades y actitudes en los alumnos. Una enseñanza efectiva de las matemáticas, es una empresa compleja que requiere del conocimiento de las matemáticas, el entendimiento del proceso de aprendizaje de los alumnos, la apreciación de los métodos y pedagogía de la matemática, además de los recursos didácticos y una organización escolar que favorezca una enseñanza efectiva de las matemáticas. En este sentido, los educadores matemáticos, deben estar comprometidos con tendencias didácticas y metodológicas para la orientación de la matemática escolar, encaminadas a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la misma. Respecto a la formación matemática el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar entre otros el pensamiento numérico, el cual se basa en la utilización de las operaciones y de los números, en la formulación, resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario. Con el desarrollo del pensamiento numérico se logra que los estudiantes tengan la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos (Lineamientos curriculares de matemática: 44).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se presenta la estrategia didáctica *mapas cognitivos y diagramas numéricos*, los mapas como medio para analizar el plan estratégico que se desea aplicar en la organización y solución de polinomios aritméticos o en la solución de problemas, y los diagramas numéricos como recurso de visualización de las relaciones algorítmicas que se

dan en una estructura polinómica en aritmética, en este caso en el sistema de los enteros.

Este proyecto se encamina a brindar a los estudiantes de séptimo grado una alternativa, para la comprensión de los polinomios aritméticos, y a promover la interacción entre los miembros del grupo, que les coadyuve aprender a aprender.

El proyecto pedagógico de aula se ejecuta en el colegio Gabriel García Márquez de Corozal- Sucre, en el grado séptimo con una muestra de 22 estudiantes en edades de 13 a 15 años.

En este proyecto se estructuran las etapas, exploratoria, de construcción, aplicación de actividades y de análisis de la información.

La etapa de aplicación se desglosa en fases las cuales se desarrollan a través de actividades en las que se validan estrategias para la promoción de aprendizajes significativos, como los mapas conceptuales, las pistas discursivas, los organizadores previos, los objetivos, las estructuras textuales, entre otras¹, para producir motivaciones en los estudiantes de séptimo grado. Los resultados obtenidos de la aplicación de talleres y de la observación directa del trabajo de aula se tabulan para finalmente ser sometidos a análisis descriptivo el cual arrojó algunas conclusiones como:

- El carácter metodológico de la propuesta, permitió transformar la actuación del estudiante: de la pasividad a la actividad reflexiva y participativa y, el papel del orientador: de expositor a mediador.
- El desarrollo de este trabajo permitió observar deficiencias en la enseñanza de los números enteros por tener en cuenta solamente lo

¹ BARRIGA ARCEO, Frida y Hernández Rojas, Gerardo. Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo. Santafé de Bogotá: MC Graw Hill, 1998, p. 71

que aparece en los textos escolares. La metodología utilizada y los resultados obtenidos muestran como el tema de los números enteros enseñados de forma creativa y recreativa ofrece mejores resultados, disminuyendo la apatía por parte de los estudiantes.

- El uso de los mapas y diagramas numéricos como recursos didácticos para la comprensión de los polinomios aritméticos en los enteros, fue asimilado con facilidad por la muestra seleccionada, llegando a plantear los estudiantes después de un proceso inductivo, un polinomio y/o diagrama numérico de manera libre, con las leyes de los signos y cierre total de operaciones, correctamente. El aspecto de mayor agrado en los estudiantes, lo constituyó la realización de una clase en matemáticas como recreación y aprendizaje, creando un ambiente totalmente diferente al de una clase tradicional, a través del uso de estrategias flexibles (mapas conceptuales, objetivos, pistas discursivas, estructuras textuales, organizadores previos y diagramas numéricos, manipulando materiales (palillos, tarjetas y otros).
- En relación con el desarrollo del pensamiento numérico, se pudo reforzar, afianzar, ilustrar las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de enteros; las propiedades de adición y multiplicación, a través de mapas cognitivos.

La aplicación de la técnica aprendiendo juntos de Jonhson y colaboradores, contribuyó a que el trabajo se efectuara en colectivo, donde los estudiantes: se hacían preguntas constantemente, realizaban discusiones y decidían el plan estratégico a efectuar. La socialización de los trabajos construidos en equipo, despejó dudas,

inquietudes y dejó aflorar los conflictos manifiestos en los estudiantes en la comprensión de las operaciones en los enteros.

INTRODUCCIÓN

Las características de los profesores de matemáticas y los enfoques de enseñanza que ellos usan son fundamentales para la construcción de los conceptos, habilidades y actitudes en los alumnos. Una enseñanza efectiva de las matemáticas, es una empresa compleja que requiere del conocimiento de las matemáticas, el entendimiento del proceso del aprendizaje de los alumnos, la apreciación de los métodos y pedagogía de la matemática, además de los recursos didácticos y una organización escolar que favorezca una enseñanza efectiva de las matemáticas². En este sentido, los educadores matemáticos, deben estar comprometidos con tendencias didácticas y metodológicas para la orientación de la matemática escolar, encaminadas a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la misma. Respecto a la formación matemática el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar entre otros el pensamiento numérico, el cual se basa en la utilización de las operaciones y de los números, en la formulación, resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema

² DÍAZ, Carlos Jairo. Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 1997, p. 146

y el cálculo necesario. Con el desarrollo del pensamiento numérico se logra que los estudiantes tengan la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos (Lineamientos curriculares de matemática: 44).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se presenta la estrategia didáctica *mapas cognitivos y diagramas numéricos*, los mapas como medio para analizar el plan estratégico que se desea aplicar en la organización y solución de polinomios aritméticos o en la solución de problemas, y los diagramas numéricos como recurso de visualización de las relaciones algorítmicas que se dan en una estructura polinómica en aritmética, en este caso en el sistema de los enteros.

Este proyecto se encamina a brindar a los estudiantes de séptimo grado una alternativa, para la comprensión de los polinomios aritméticos, y a promover la interacción entre los miembros del grupo, que les coadyuve aprender a aprender.

El proyecto pedagógico de aula se ejecuta en el colegio Gabriel García Márquez de Corozal- Sucre, en el grado séptimo con una muestra de 22 estudiantes en edades de 13 a 15 años.

En este proyecto se estructuran las etapas, exploratoria, de construcción, aplicación de actividades y de análisis de la información.

La etapa de aplicación se desglosa en fases las cuales se desarrollan a través de actividades en las que se validan estrategias para la promoción de aprendizajes significativos, como los mapas conceptuales, las pistas discursivas, los organizadores previos, los objetivos, las estructuras textuales, entre otras³, para producir motivaciones en los estudiantes de séptimo grado. Los resultados obtenidos de la aplicación de talleres y de la observación directa del trabajo de aula se tabulan para finalmente ser sometidos a análisis descriptivo.

³ BARRIGA ARCEO, Frida y Hernández Rojas, Gerardo. Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo. Santafé de Bogotá: MC Graw Hill, 1998, p. 71

1. PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO.

El problema objeto de estudio del proyecto son los espacios de dificultad asociados con las operaciones básicas en el sistema de los números enteros (\mathbb{Z}), encontrados en los estudiantes de séptimo grado del colegio Gabriel García Márquez de Corozal- Sucre y que dificultan la comprensión de las operaciones con polinomios aritméticos.

1.2 DESCRIPCIÓN

Detrás de lo que hoy se conoce por números enteros, se encuentra un proceso que duró más de mil años y que está lleno de dificultades, puesto que los negativos provocaron bastantes quebraderos de cabeza a los matemáticos y no fue fácil para éstos el desentrañar todos sus misterios ni el llegar a aceptarlos como números [Machuca et al, 1990]. Si su comprensión en el devenir histórico ,causó controversias, es natural que en los momentos actuales estudiantes de nuestras escuelas presenten espacios de dificultad al enfrentarse a esta temática. Entre las dificultades de la enseñanza y aprendizaje de los números enteros se destaca no contar con situaciones

concretas para justificar todas las propiedades de las operaciones de los enteros, y al situarlos dentro del plano formal, se corre el peligro de reducirlos a un formalismo vacío, presto a ser olvidado y a causar errores y confusiones. Por ejemplo, ¿se puede encontrar una situación real para que el estudiante le de sentido a las siguientes expresiones: $-(-7)$ ó $(-5).(-5)$?

Aspectos como los mencionados se reflejan en los resultados arrojados por los estudiantes en las olimpiadas de matemáticas realizadas en la Universidad de Sucre en el año 2000 y en los resultados de una prueba diagnóstica (anexo 2) elaborada por los proponentes de este proyecto en la cual fueron evidentes los siguientes aspectos:

- ✚ Confusiones al manejar la ley de los signos.
- ✚ Manejo inapropiado de las propiedades en los enteros [en especial, conmutativa, asociativa y distributiva de la multiplicación respecto a la adición y la sustracción,]. Se aprecia cuando se presentan al estudiante situaciones aritméticas en donde debe reducir o destruir signos de agrupación.

Por otro lado, el docente de matemáticas de 7° grado del colegio Gabriel García Márquez de Corozal poco recurre a la aplicación de otras estrategias didácticas que estimulen la actividad constante del estudiante y la creatividad para permitir nuevos procesos de aprendizaje. Ello se

percibe en el uso del método expositivo, la clase magistral, “la previa” y el dictado de ejercicios, entre otros [como se pudo evidenciar en la observación de clases durante visitas periódicas].

Algunas de las dificultades mencionadas se aprecian al momento de trabajar temáticas en que aparecen vinculados los números enteros, como el uso de los polinomios aritméticos.

Teniendo en cuenta las dificultades encontradas en cuanto a la poca comprensión significativa de los polinomios aritméticos (conjunto de términos numéricos entrelazados por las operaciones $+$, $-$, \times , $/$) en el sistema de los enteros, motivado por la falta de estrategias didácticas pertinentes, se hace necesario implementar una estrategia constructivista que facilite su aprendizaje.

1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.

¿Contribuye una propuesta de aula basada en los mapas cognitivos y diagramas numéricos en la comprensión significativa de las operaciones con polinomios aritméticos en el sistema de los números enteros?

2. OBJETIVOS

2.1 GENERAL

Contribuir al desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes de séptimo grado del colegio Gabriel García Márquez de Corozal-Sucre.

2.2 ESPECÍFICO

Elaborar una propuesta de aula con el fin de posibilitar la comprensión de las operaciones con polinomios aritméticos en el sistema de los números enteros, a través del uso de mapas cognitivos y diagramas numéricos en estudiantes de 7° grado del colegio Gabriel García Márquez de Corozal

3. JUSTIFICACIÓN

Se pretende con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que los alumnos no sólo desarrollen su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica sino, que al mismo tiempo adquieran un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; en suma, para actuar en y para ella (Lineamientos Curriculares de Matemáticas: 35). De acuerdo a las nuevas exigencias del M.E.N en el área de matemáticas se resalta la que hace referencia a que la matemática escolar debe contribuir a que los estudiantes desarrollen competencias, y adquieran una actitud crítica y reflexiva de tal manera que puedan afrontar problemas que se les presenten no sólo en el ámbito escolar sino también fuera de él. Pretensión que de acuerdo a los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas de estado, al parecer no ha sido conseguida. Esto motiva a implementar nuevas estrategias metodológicas que contribuyan al desarrollo del pensamiento espacial, métrico, aleatorio, variacional y en especial el pensamiento numérico; entendido como “la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en forma flexible para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” (Lineamientos Curriculares de Matemáticas: 43).

Teniendo en cuenta lo anterior se plantea el diseño de esta estrategia pedagógica el cual es importante porque:

- Dinamiza y fomenta el análisis, la reflexión y la creatividad de modo que se aprenda la matemática escolar en forma creativa y constructiva.
- Contribuye a mejorar la comprensión de las operaciones básicas en los enteros en estudiantes de básica secundaria la cual se constituye en un problema natural que enfrentan los mismos después de hacer trabajo aritmético con los números naturales en primaria.
- Los mapas conceptuales y los diagramas numéricos permiten diagramar las operaciones entre números enteros, para una mejor visualización de las representaciones mentales del individuo, a medida que aprende los contenidos y habilidades de la matemática escolar. Estas herramientas estimulan la creatividad del estudiante, cuando construye mapas y diagramas de manera libre y autónoma, representando gráficamente sus ideas, conceptos y representaciones mentales que posee en torno al uso y aplicación de las operaciones básicas en los enteros.
- El mapa conceptual es una herramienta de trabajo que permite la confrontación y el análisis de las formas de pensar entre alumno y profesor, y brinda mejor oportunidad para un aprendizaje significativo (Rómulo Gallego y Royman Pérez, 1994).
- Los diagramas numéricos (ideográficos) constituyen una herramienta visual que facilita la comprensión de las operaciones, procesos y relaciones dentro de un conjunto numérico. Además, el estudiante se

motiva, se interesa, cuando se le muestra otra alternativa a eso que tradicionalmente se le ha enseñado con métodos pasivos. El estudiante se ve en la necesidad de identificar, analizar y de tomar una decisión para solucionar el polinomio aritmético que se le presente mediante la diagramación de los algoritmos y resultados.

- Se pretende encontrarle solución a los espacios de dificultad en la comprensión significativa de las operaciones básicas en los enteros, dadas dentro de una expresión aritmética (polinomios), procurando orientar, mediante ellos, la consecución de un aprendizaje significativo.

El proyecto es pertinente porque:

- Está en correspondencia con lo que en la actualidad se propone en los lineamientos curriculares, cual es conseguir aprendizajes significativos en los estudiantes, y la propuesta determinada por la nueva visión de la matemática escolar, "*el objetivo de cualquier trabajo en matemática es ayudar a las personas a dar sentido al mundo que les rodea y a comprender los significados que otros construyen y cultivan*" (Lineamientos curriculares de matemáticas: 35).
- Cuando se parte de las intencionalidades y potencialidades de los estudiantes, de sus motivaciones, cuando se relaciona lo que él conoce con lo que se desea orientar y éste, aplica ese conocimiento construido a otros contextos, se dice que se promocionan aprendizajes significativos.

Esto es, primordialmente, lo que se trata de incentivar, promocionar y desarrollar, cuando el orientador se encuentra con dificultades inherentes de los contenidos matemáticos y de sus habilidades. La propuesta que se plantea se identifica con la promoción de aprendizajes significativos; para ello utiliza algunas de sus técnicas como los mapas conceptuales y el uso creativo de diagramas numéricos, ideográficos, para el análisis y resolución de polinomios aritméticos en los enteros. Esto permite de alguna manera iniciar la reflexión pedagógica del quehacer en el aula, al validar estrategias no verticales, pasivas, abiertas al cambio metodológico y actitudinal que debe asumir el nuevo educador matemático.

La propuesta es viable ya que se cuenta con el recurso bibliográfico pertinente para validarlos en la situación de aula determinada. Los materiales utilizados por los estudiantes de séptimo grado son de fácil consecución como cartones, icopor, cartulinas, palillos; material fotocopiado y otros. Se cuenta con el respaldo de los directivos, profesor titular de matemáticas del curso seleccionado para su ejecución y evaluación, y con la disponibilidad y tiempo de los proponentes.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 ANTECEDENTES.

Entre los trabajos revisados que guardan relación con el presente proyecto, se destacan: a escala internacional, la experiencia de evaluación formativa realizada con una alumna de noveno grado en Barcelona por la profesora Menoyo Díaz (1995), como una muestra de regulación continuada de los aprendizajes que se logran en la enseñanza social-cognitiva de las matemáticas, mediante mapas conceptuales, como un dispositivo pedagógico de evaluación.

Los objetivos de la evaluación fueron:

1. Definir la función de proporcionalidad para la cual el cociente entre las variables es una constante de proporcionalidad.
2. Reconocer que la gráfica de la función de proporcionalidad es una recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente corresponde a la constante de proporcionalidad.
3. Representar de forma gráfica la función, a partir de una ecuación y su respectiva tabla de valores.

Los mapas conceptuales elaborados por la alumna Jamina para cumplir con estos objetivos dieron lugar a un diagnóstico de deficiencias y a una propuesta de sugerencias regulatorias a la alumna para su mejoramiento. La secuencia desde el mapa inicial hasta el mapa final, donde la alumna exhibe dominio del concepto, se presenta en la figura 1.

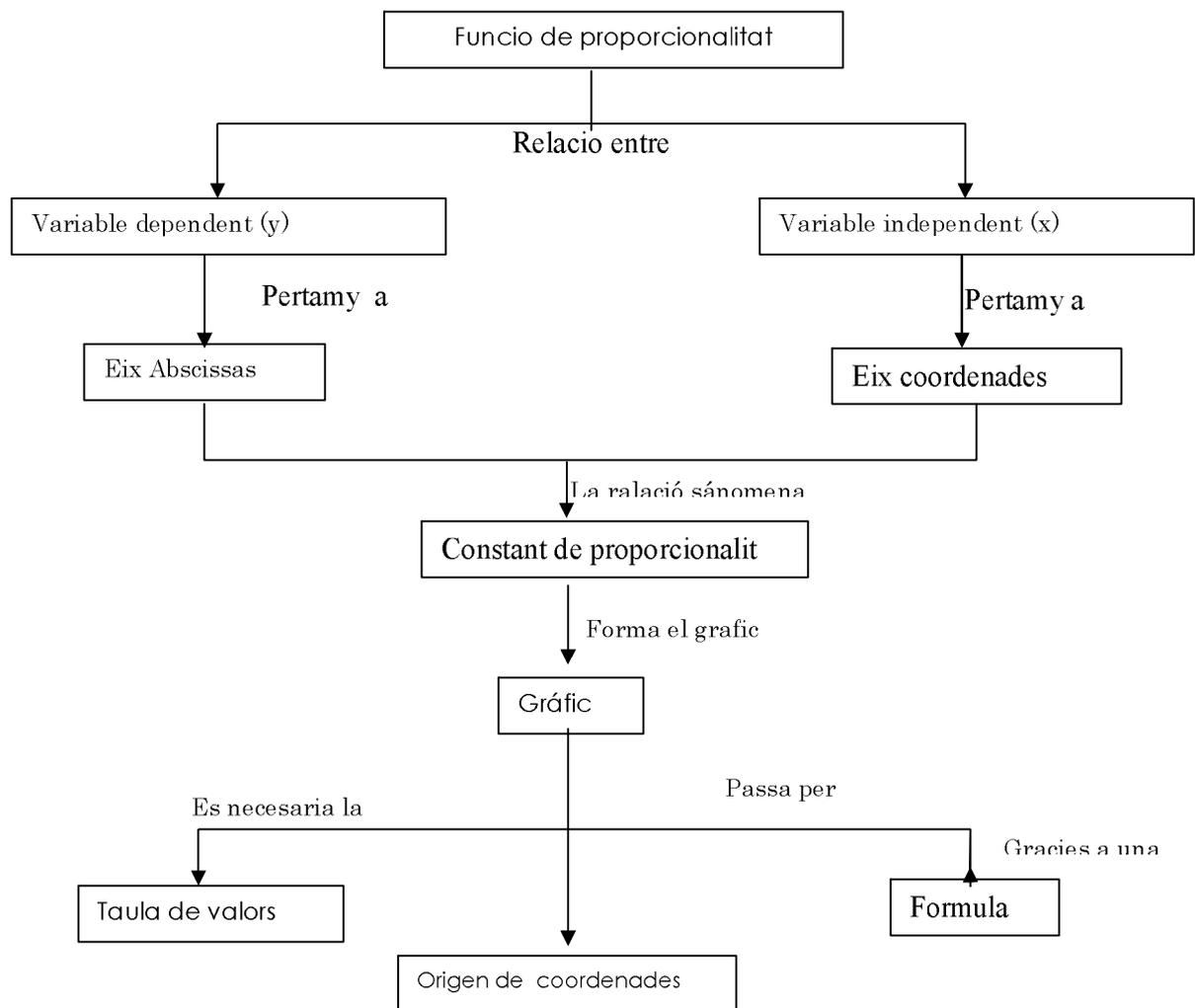


Figura 1. Mapa conceptual 1. Tomado de ALAMBIQUE, No. 4, BARCELONA, 1995.

Propuesta de actividades de regulación a partir del mapa conceptual 1. Pasado unos días, durante los cuales Jamina, junto con el resto del grupo-clase, iba recibiendo más información sobre el tema y después de realizar los ejercicios de regulación propuestos para intentar superar sus dificultades, elabora un mapa conceptual 2, a través de él, se diagnostica un progreso efectuado, la incorporación de nuevas ideas y una serie de aspectos que pueden mejorar por lo que se propone una nueva propuesta de actividades.

Mapa conceptual 2. Jamina, 3C. E.S.O., 5/v/93. Tomado de ALAMMBIQUE, No. 4, 1995.

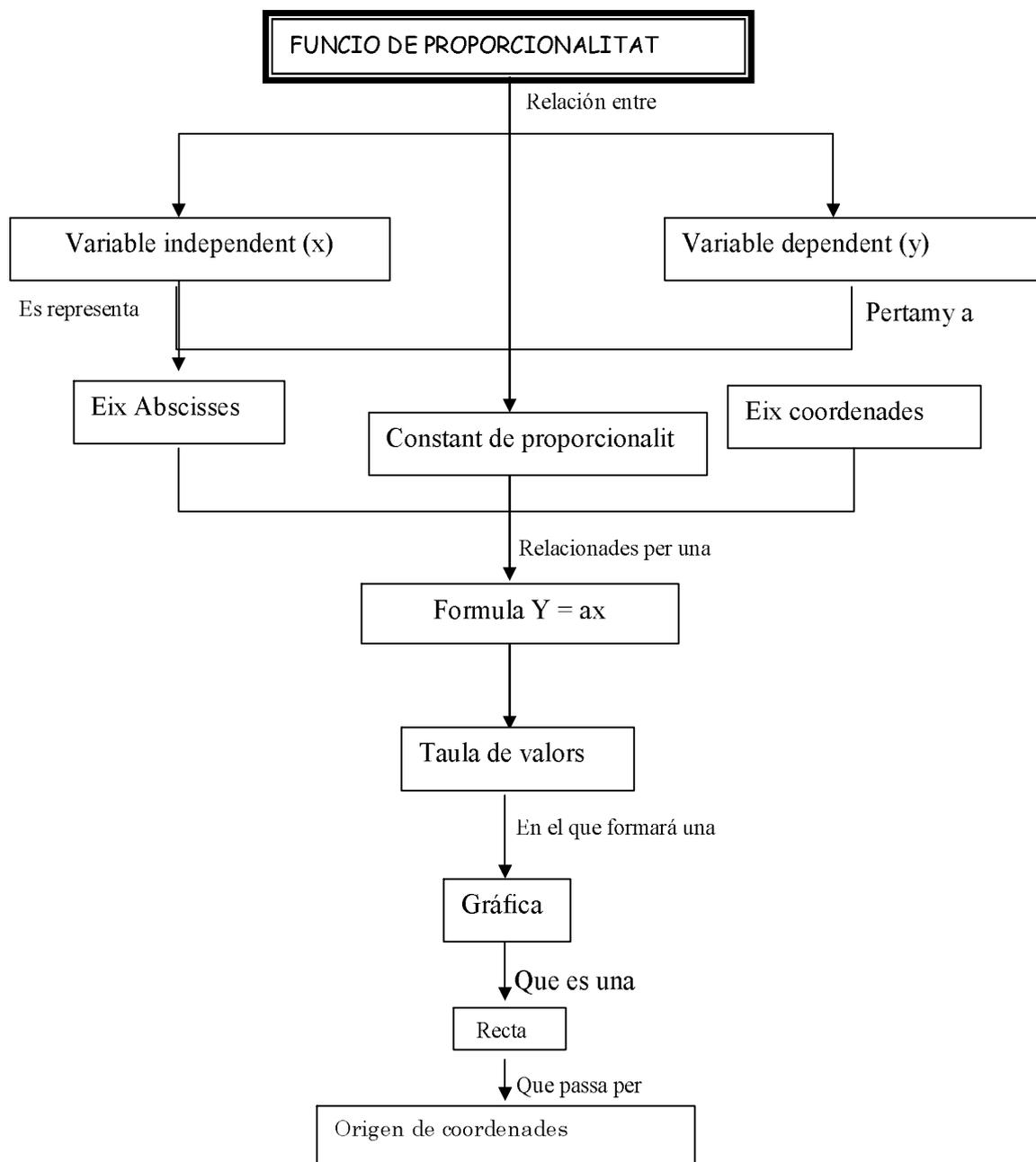


Figura 2. Diagnòs del progrés efectuat. Errores superats: Indica que la variable independent (x), se representa en el eix de abscisses.⁴

⁴ FLÓREZ OCHOA, Rafael. Evaluación pedagógica y cognición. Santafé de Bogotá: Mac Graw Hill, 1999, p. 131-133.

GALAGOVSKY, L. R. (1991,1992) desarrolló un trabajo en diferentes ámbitos y niveles educativos utilizando en sus clases los mapas cognitivos (en especial, los conceptuales, semánticos y redes conceptuales) como instrumentos pedagógicos novedosos para el aprendizaje de las ciencias. Su investigación, se sustentó en Novak y Gowin (1988); Ausubel (1978). El aspecto más interesante del destacado autor, es la confección de redes conceptuales o multivariados conceptos nucleares interconectados semánticamente, para el aprendizaje de la física, en especial, de la cinemática. El trabajo confeccionando redes conceptuales para el aprendizaje de los conceptos de la cinemática, presentó claros beneficios tanto en la planificación como en la eficiencia del aprendizaje logrado por los alumnos (Galagovsky y Ciliberti). Resultados similares habían sido comprobados anteriormente con docentes de las áreas de química y biología (Galagovsky, 1990,1991,1992). En el gráfico 3, se muestra el mapa conceptual inicial.

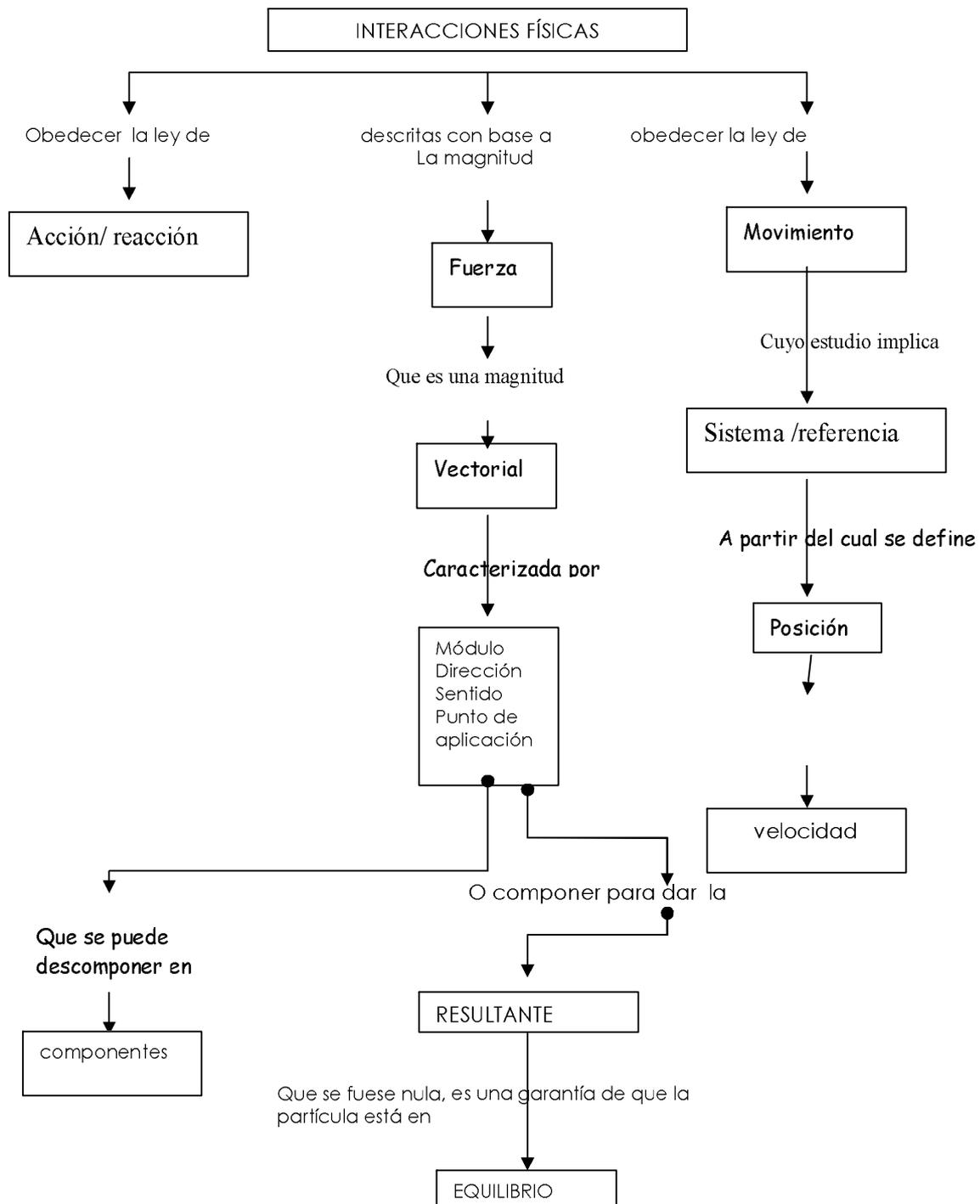


Figura 3. Estudio de Galagovsky.

SOCAS, Martín y otros⁵ (1996), compilan trabajos didácticos en matemáticas, en donde proponen y sugieren diferentes formas de presentar las operaciones y relaciones en los conjuntos numéricos. Sugieren los diagramas numéricos para el aprendizaje de las ecuaciones de primer y segundo grado, mediante diferentes estilos y configuraciones para la visualización de los algoritmos en los Reales.

A nivel nacional, el trabajo de Pedro Gómez y Cristina Carulla, quienes presentan una Propuesta donde trabajan las mapas conceptuales para el aprendizaje de la matemática escolar. Sus aportes va encaminados a una reorganización pertinente para el estudio de los objetos matemáticos; plantean que, todo objeto matemático, se puede visualizar desde diferentes sistemas de representación como el simbólico (S), Numérico (N), Geométrico (G), Gráfico (GR) y las aplicaciones.

⁵ SOCAS, M. Et al. Iniciación al álgebra. España: Editorial Síntesis, 1996, p. 175-179.

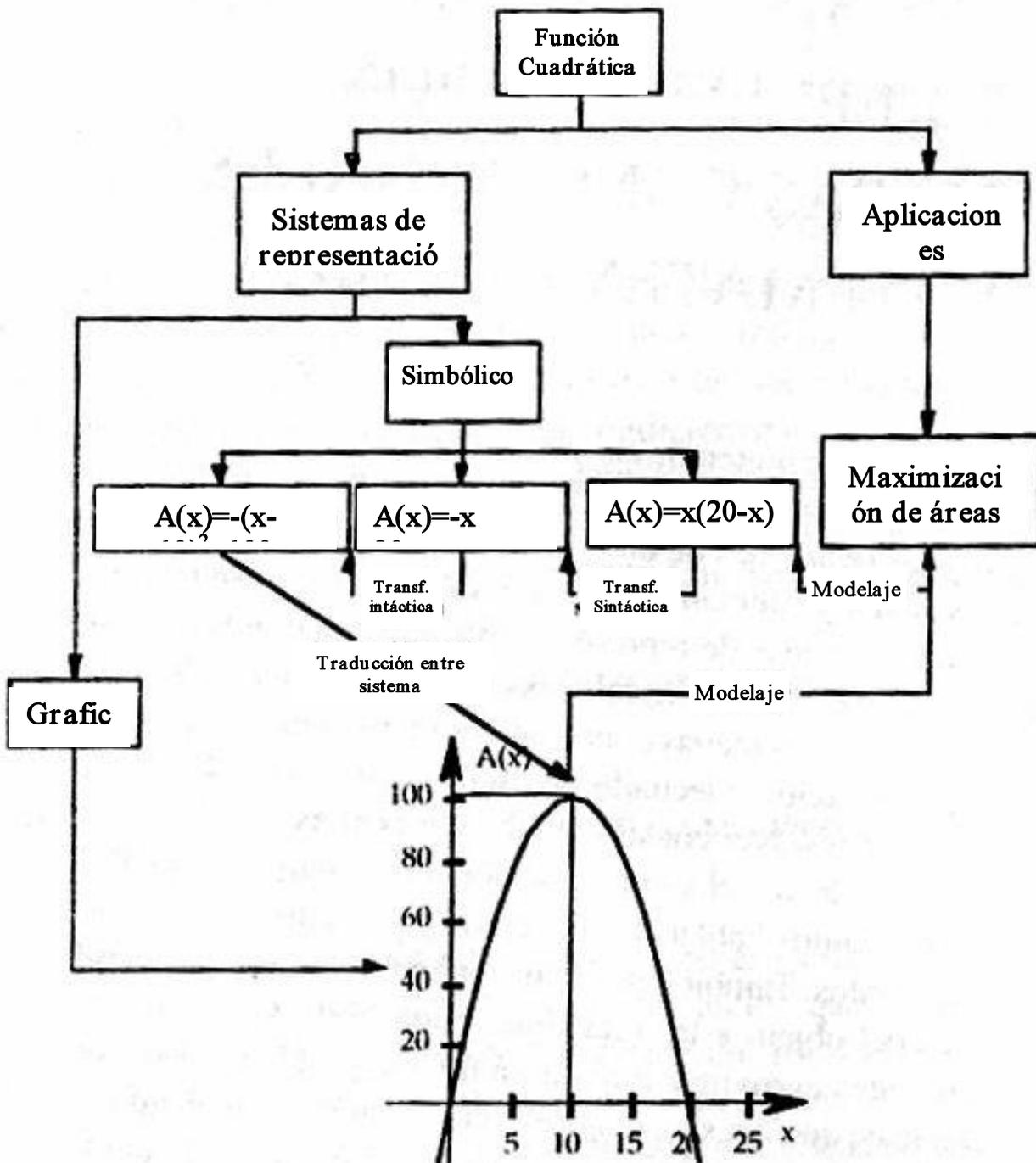


Figura 4. Un ejemplo con la ecuación cuadrática.

4.2 BASES TEÓRICAS

Este proyecto pedagógico se sustenta en la posición epistemológica constructivista, en particular los referentes del aprendizaje significativo y las estrategias para su promoción, en la normatividad educativa vigente principalmente en los lineamientos curriculares de matemáticas en Colombia; y en la temática propia de los polinomios aritméticos.

La concepción constructivista del aprendizaje escolar se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo al que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica a través de la participación del alumno en actividades intencionales planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en éste una actividad mental constructiva (Coll, 1988).

Una de las preocupaciones del enfoque constructivista, es precisamente, posibilitarle a las personas el "pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextuados".⁶ Desde esta concepción, Coll (1990) la organiza en torno a tres ideas fundamentales, así:

⁶ BARRIGA ARCEO, Frida y HERNÁNDEZ ROJAS, Gerardo. Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo. Santafé de Bogotá: Mc Graw Hill, 1998, p. 16.

1. Que el alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje, él es, quien construye (o más bien, reconstruye) los saberes de su grupo cultural, y este puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.
2. La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen y a un grado considerable de elaboración; esto quiere decir que el alumno, no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal, todo el conocimiento escolar, puesto que el conocimiento que se enseña en las instituciones escolares es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social. En este sentido, es que se dice que el alumno más bien reconstruye un conocimiento preexistente en la sociedad, pero lo construye en el plano personal desde el momento que se acerca en forma progresiva y comprensiva a lo que significan y representan los contenidos curriculares, como saberes culturales.
3. La función del docente es conectar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado. Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino, que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente, dicha actividad.

Se puede decir que la construcción del conocimiento escolar, en especial, del matemático, es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas previas. Así, aprender un contenido, quiere decir, que el alumno le atribuye un significado, construye una representación mental a través de imágenes o

proposiciones verbales o bien elabora una especie de teoría o modelo mental, como marco explicativo de dicho conocimiento (Coll, 1994).

Es por ello que, construir significados nuevos, presupone un cambio en los esquemas de conocimiento que se poseen previamente; esto se logra introduciendo nuevos elementos o estableciendo nuevas relaciones entre dichos elementos. Así el estudiante, podría ampliar o ajustar dichos esquemas o reestructurarlos con profundidad como resultado de su participación en un proceso instruccional. En todo caso, la idea de construcción de significados nos refiere a la teoría del aprendizaje significativo (Ausubel, 1976; Ausubel, Novak y Hanesian, 1983; Novak y Gowin, 1988)⁷. Al respecto, se puntualiza que todo aprendizaje significativo hace hincapié en un proceso individual que se centra en cada cual, de conformidad con sus propios intereses⁸. Sin embargo, se tiene también que el aprendiz es un ser social que necesita aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a ser y aprender a vivir juntos. Por ello, el aprendizaje en grupos pequeños y la interacción constante, contribuye al procesamiento colectivo de la información para luego ser asimilada en el ámbito individual.

Si se pretende que los estudiantes incorporen a su estructura conceptual procedimientos flexibles que le posibiliten la comprensión de las operaciones,

⁷ Ibid, p. 16-17.

⁸ GALLEGO BADILLO, Rómulo, PÉREZ M. Royman. Enseñanza de las ciencias experimentales. Santafé de Bogotá: Magisterio, 1997, p. 113.

relaciones y propiedades de los sistemas numéricos, en especial, de la resolución de polinomios aritméticos en los enteros, es necesario pero no suficiente, utilizar estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos que le permitan el despliegue de habilidades del pensamiento como la inducción-deducción, interpretación, análisis, de relacionar, de identificar conceptos nucleares, de organizar y jerarquizarlos, de establecer relaciones entre ellos para generar posibles soluciones.

El desarrollo de este proyecto pedagógico, que tiende a posibilitar la comprensión y resolución de polinomios aritméticos en los enteros, mediante un manejo gráfico, como los mapas cognitivos y diagramas numéricos, atiende a autores como Díaz Barriga y Lule, 1977, Mayer, 1984, 1989 y 1990; West, Farmer y Wolf, 1991, quienes plantearon algunas estrategias flexibles para la promoción de aprendizajes significativos, como las siguientes:

- **Objetivos.** Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Generación de expectativas apropiadas en el alumno. Coll y Bolea (1990) plantea que cualquier situación educativa debe caracterizarse por tener cierta intencionalidad.
- **Organizador previo.** Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado por el docente con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y la previa. Deben introducirse en la situación de enseñanza antes de que sea presentada la información nueva que se habrá de aprender,

por ello se considera una estrategia típicamente preinstruccional. Las funciones de los organizadores previos son:

- Proporcionar al alumno "un puente" entre la información que ya posee con la información que va a aprender.
- Ayudar al alumno a organizar la información considerando sus niveles de generalidad – especificidad y su relación de inclusión en clase.
- Ofrecer al alumno el marco conceptual donde se ubica la información que se ha de aprender (ideas inclusoras), evitando así la memorización de información aislada e inconexa.

Hay varias formas de elaborar organizadores previos, desde las formas escritas en prosa hasta las visuales como los mapas, diagramas y redes de conceptos (la propuesta enfatiza en los últimos).

- **Preguntas intercaladas.** Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante (Rickards y Denner, 1978; Rickards, 1980). Generalmente se evalúa a través de preguntas intercaladas los siguientes aspectos:
 - La adquisición de conocimientos.
 - La comprensión.
 - La aplicación de los contenidos aprendidos.
- **Uso de estructuras textuales.** Organización retórica de un discurso oral o escrito, que influye en su comprensión y recuerdo.

- **Pistas discursivas.** Situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender (Sánchez Rosales, Cañedo, y Conde, 1994).

- **Ilustraciones.** Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos esquemas, gráficas, dramatizaciones, etc.). Las ilustraciones son más recomendables que las palabras para comunicar ideas de tipo concreto, conceptos de tipo visual o espacial, eventos que ocurren de manera simultánea, y también para ilustrar procedimientos o instrucciones procedimentales (Hartley, 1985). Las funciones de las ilustraciones en situaciones de enseñanza son (Duchastel y Wearlter, 1979; Hartley, 1985, Newton, 1984):
 - Dirigir y mantener la atención de los alumnos.
 - Permitir la explicación en términos visuales de lo que sería difícil comunicar en forma puramente verbal.
 - Permitir clarificar y organizar la información.
 - Promover y mejorar la información⁹.

- **Mapas conceptuales.** Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones). Los mapas conceptuales y semánticos, están basados en el aprendizaje cognitivo y perfilados principalmente desde la teoría del aprendizaje de Ausubel (Novak y Gowin, 1982). El término mapa conceptual para Novak tiene varias acepciones:
 - Como estrategia.

⁹ BARRIGA ARCEO, Frida y HERNÁNDEZ ROJAS. Op. Cit., p. 71.

- Como método. Es un método para ayudar a los estudiantes y educadores a captar el significado de los materiales que se van a aprender (Novak y Gowin, 1988).
- Recurso. "Es un recurso esquemático para representar un conjunto de significaciones conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones".

El mapa conceptual es para Neisser (1981) "un caso concreto de esquema", pues, posee algunas características básicas de los esquemas señalados por Sierra y Carretero (1990):

- Organización del conocimiento en unidades o agrupaciones holísticas.
- Segmentación de las representaciones holísticas, en sus unidades interrelacionadas.
- Estructuración serial jerárquica de las representaciones sin importar la ordenación temporal.

El mapa conceptual es en últimas, una representación explícita y manifiesta de los conceptos y proposiciones que posee una persona. Al aplicarlos en el aprendizaje de la matemática escolar, se constituyen en una estrategia constructivista, que posibilita el fomento de la dimensión creativa del estudiante. Consecuentemente, en la resolución de polinomios aritméticos se enfatiza en el uso de los mapas cognitivos (conceptuales) y los diagramas ideográficos de tipo numérico, desplazándose metodológicamente por las demás estrategias señaladas.

Por otro lado, *las ilustraciones*, como los diagramas numéricos, permiten recrear el aprendizaje, identificando relaciones y procedimientos (adición, sustracción, multiplicación y división) coherentes con las leyes formales y propiedades de los enteros. Al resolver un polinomio aritmético, los orientadores tienen en cuenta:

- *Diseñar un plan de resolución mediante mapas cognitivos.*
- *Elaborar el diagrama numérico representativo del polinomio aritmético planteado, tomando cada resultado parcial.*

Actualmente se desea que el estudiante desarrolle habilidades de pensamiento que le permitan enfrentarse con situaciones problema involucrando los procesos que llevan a cabo y que además puedan validarlos. Esto hace que los estudiantes de séptimo grado, activen la inducción, deducción, identificación, análisis, interpretación, esquematización y otras habilidades; relacionen su saber, con el preestablecido mediante la validación de estrategias de enseñanza como las estructuras textuales, los organizadores previos, las ilustraciones, las pistas discursivas, las preguntas intercaladas, los objetivos, los mapas conceptuales y diagramas, señalados anteriormente, para la promoción de aprendizajes significativos. De otro lado, la interacción grupal, permite un mejor procesamiento conceptual según lo plantean investigadores como Jonhson, Jonhson y colaboradores¹⁰

¹⁰ BARRIGA, ARCEO, F. Et al. p. 65.

(1990), quienes proponen cuatro fases generales para *aprender juntos* durante la realización de actividades de aprendizaje:

- a. Selección de la actividad que involucre resolución de problemas, aprendizaje conceptual, pensamiento divergente o creatividad.
- b. Toma de decisiones, respecto a tamaño del grupo, asignación, materiales, etc.
- c. Realización del trabajo en grupo.
- d. Supervisión de los grupos.

En esa interacción entre estudiante- estudiante, estudiante-orientador, para aprender juntos, es necesario precisar el papel del docente de matemáticas, el cual consiste en: “crear situaciones que permitan al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples y, al mismo tiempo, propiciar gradualmente, la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción; diseñar además situaciones que generan conflicto cognitivo teniendo en cuenta el diagnóstico de dificultades y los posibles errores”.¹¹

Dentro de lo que se plantea en los lineamientos curriculares de matemáticas se destaca lo referente al pensamiento numérico, el cual se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias

¹¹ COLOMBIA, M.E.N. Lineamientos Curriculares de matemáticas, Áreas obligatorias y fundamentales. Santafé de Bogotá: Editorial Magisterio, 1998, p. 32.

útiles al manejar números y operaciones, este se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático.

4.3 MARCO CONCEPTUAL.

Al referirse a estrategias de aprendizaje¹², se hace alusión a un conjunto de procedimientos flexibles que un alumno adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas (Díaz Barriga, Castañeda y Lule, 1986; Hernández, 1991).

Dentro de ellas, los mapas conceptuales, mapas semánticas, las redes semánticas, hacen parte de los llamados mapas cognitivos, que, según la corriente ausbeliana, permiten la representación de las ideas poniendo en juego la abstracción, la fabulación y la imaginación. Los mapas conceptuales, son un recurso gráfico que permiten visualizar las relaciones entre conceptos y explicaciones (proposiciones) sobre una temática o campo de conocimiento declarativo particular. Está inspirado en las ideas de Ausubel sobre la forma en que se almacena la información en la base de

¹² BARRIGA ARCEO, Frida, HERNÁNDEZ, Rojas. Estrategias docentes para una aprendizaje significativo. México: Mc Graw Hill, 1998, p. 114

conocimientos (organización jerárquica). Puede utilizarse como estrategia de enseñanza y aprendizaje.¹³

También, los diagramas numéricos son, “en general, esquemas expresados unas veces, en lenguaje gráfico-figurativo (pictórico) y otros en lenguaje gráfico no figurativo (ideográfico) que sirven para demostrar una proposición geométrica, resolver un problema o expresar de forma lógica o gráfica la ley de variación de un suceso”.¹⁴

Los autores de la presente propuesta consideran, desde la matemática, que *los mapas conceptuales, son una forma representacional que parte de una operación macro del cual se desprenden los afines algoritmos con sus procesos y propiedades particulares, constituyen una forma de analizar y vislumbrar el plan estratégico que se piensa ejecutar al enfrentarse con una estructura polinómica. Contiene explicaciones e instrucciones, no presenta solución operatoria al problema planteado. A su vez, los diagramas numéricos, constituyen otra alternativa representacional que permite conectar e interrelacionar de manera lógica y algorítmica, las operaciones y propiedades que dan solución a una estructura polinómica en general, paso por paso.* Por lo general, los mapas y diagramas son elaborados por los estudiantes teniendo en cuenta las asesorías brindadas por el docente; con ellos, estudiantes de básica primaria o secundaria, pueden acceder

¹³ Ibid., p.216.

¹⁴ SOCAS, M. p. 175.

fácilmente a la comprensión del sistema formado por un conjunto numérico. Contiene números, signos de las operaciones y conectores dirigidos y explicita el cierre de las operaciones parciales y totales.

Dado un polinomio aritmético cualquiera:

$$\{(a + b) + (c - d) - [(f - g) + (c + d)]\}, \text{ donde } a, b, c, d, f, g \in \mathbb{Z}.$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 Bloque 1 bloque 2 Bloque 3 Bloque 4

Un posible mapa conceptual alusivo al polinomio planteado sería:

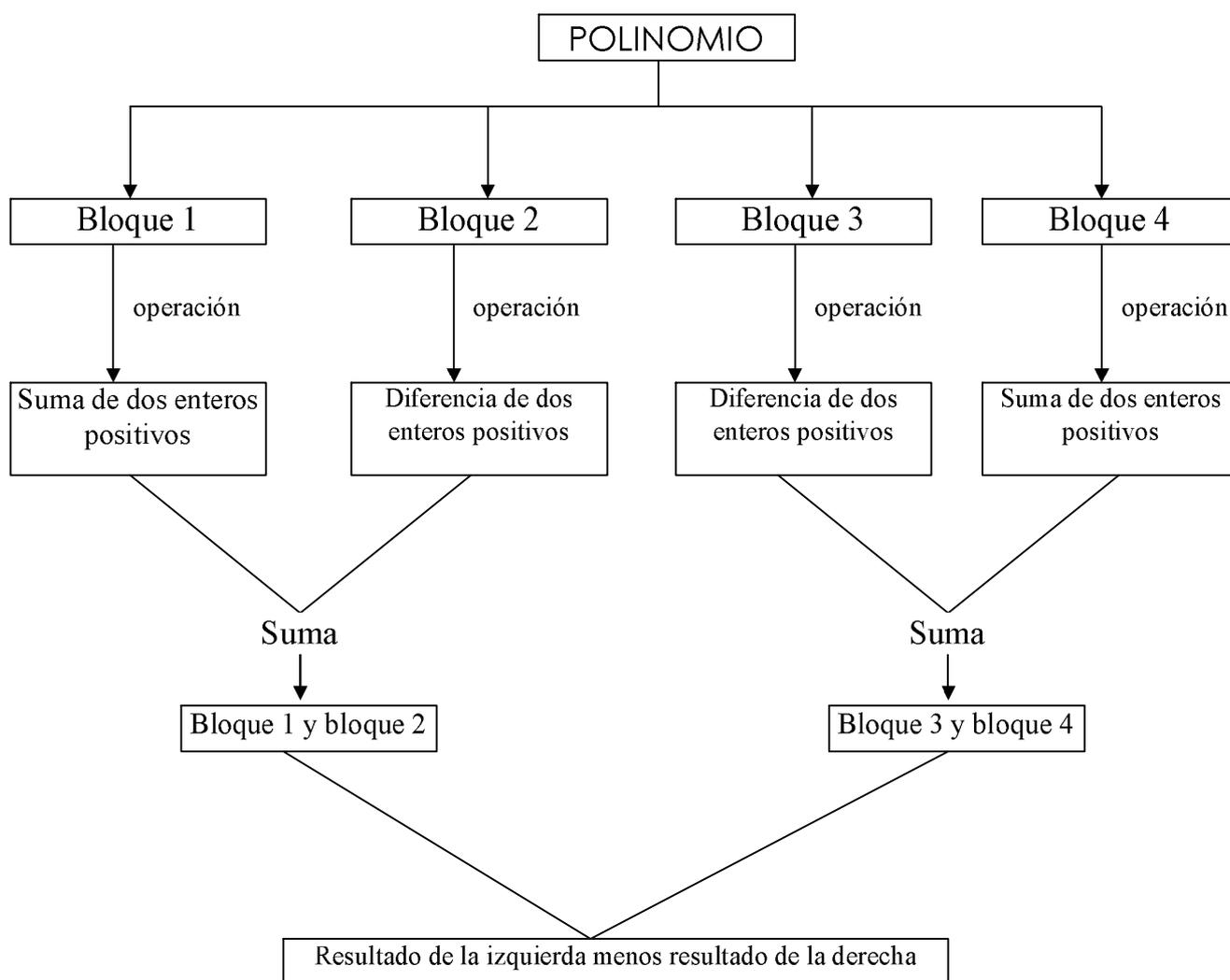


Figura 5. Mapa conceptual de un polinomio aritmético.

Un posible diagrama numérico basado en el mapa conceptual anterior, que permite encontrar la solución del polinomio aritmético es:

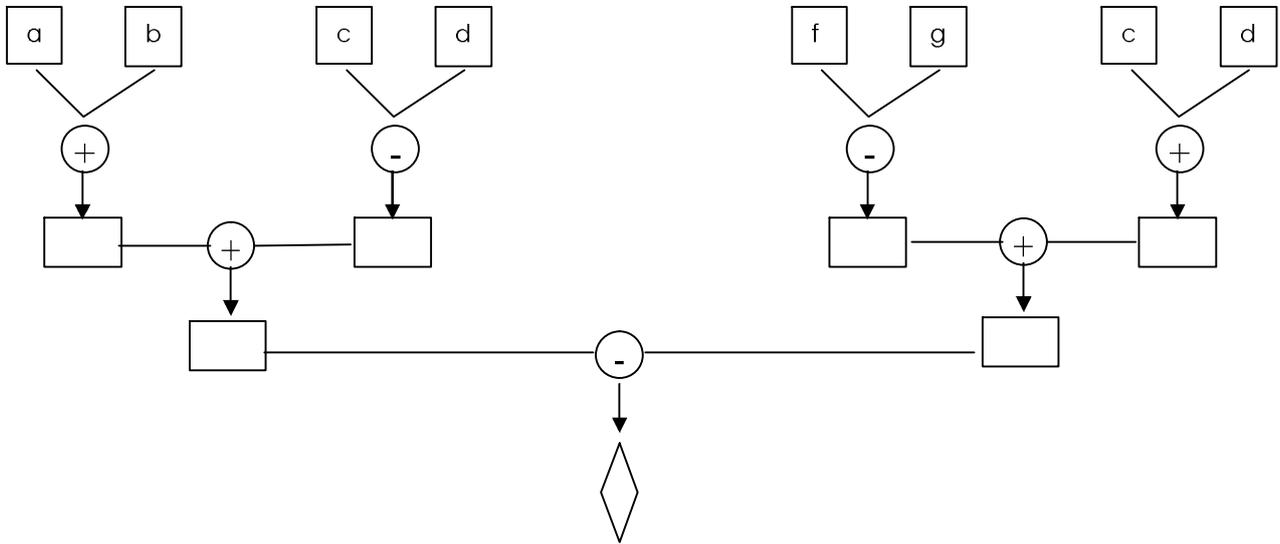


Figura 6. Diagrama numérico de un mapa conceptual.

Estos recursos didácticos se tienen en cuenta para el análisis y resolución de polinomios aritméticos, por lo que se considera necesario enfatizar en su comprensión. En este sentido, se entiende por polinomio una expresión de la

forma: $\sum_{k=0}^n c_k x^k$, $k \in \mathbb{Z}^+$ [Apóstol T, M., 1988].

También se define polinomio a una expresión de la forma $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ donde n es un entero no negativo, y $a_n \neq 0$ ¹⁴. Ahora, a varios números enteros a, b, c, d, e, f combinados mediante las operaciones adición o sustracción, se denomina **polinomio aritmético**, así:

¹⁴ LOVAGLIA, Florence M. Álgebra México: Editorial Harla, 1978. p.185.

1. $a + b + c + d + e + e + f$

2. $a - b - c - d - d - e - f$

3. $a - b + c - d - e + f$

A las expresiones anteriores las llamamos polinomios aritméticos. En ocasiones se presentan casos de varios polinomios aritméticos encerrados entre paréntesis y precedidos por los signos +, -, x. Por ejemplo:

$$+(a - b + c) - (e - f) ; (a + b - f - e) + (b + d) + a).^{15}$$

Para efectos de mayor cobertura en cuanto al manejo de operaciones, se introduce en el desarrollo de este proyecto la multiplicación de polinomios aritméticos por ejemplo:

1) $(axb) + (cxd)$

2) $ax(c-d)$

3) $\{[ax(c-d)] - [(f-g) + (c+d)]\}$

Un polinomio aritmético, de esta consideración, por lo general, tiene los siguientes signos de agrupación:

Paréntesis	()
Corchetes	[]
Llaves	{ }

Para destrucción de signos de agrupación, se tienen en cuenta las propiedades en $\langle Z, x, + \rangle$, con sus respectivas leyes de los signos. Se empieza por los menos abarcativos, los paréntesis, hasta los de mayor

¹⁵ LONDOÑO, Nelson GUARÍN, Hugo. Dimensión matemática 7. Santafé de Bogotá: Editorial Norma, 1993, p. 106.

agrupación, como los corchetes y llaves, dependiendo de la habilidad del estudiante en el manejo de las propiedades. Para ilustrar el proceso de la resolución de un polinomio aritmético, los diagramas numéricos, constituyen una herramienta visual para su comprensión (Socas, Martín y otros). Según éstos autores¹⁶, la expresión $c = a - b$ se diagramatiza de acuerdo con la figura 7.

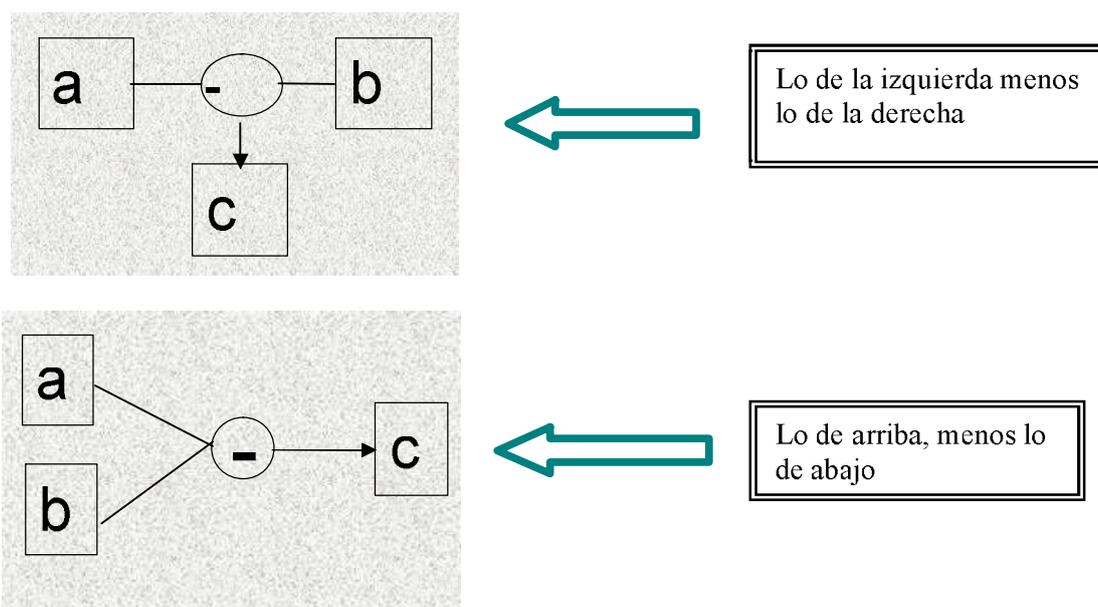


Figura 7. Conexiones en un diagrama numérico.

Nota: En los casos de las otras operaciones como suma y multiplicación, el orden no importa.

Los símbolos básicos que contiene un diagrama numérico son:

Rectángulos		Contiene el número entero
Círculos		Contiene las operaciones
Líneas		Se usan como conectores
Flechas		Indican el resultado de las operaciones

¹⁶ Socas, M. et al. Op. Cit. p. 129-130.

Además, los proponentes, incluyen el paralelogramo, para indicar el resultado final. En el momento de evaluar se tienen en cuenta procesos y resultados.

4.4 MARCO LEGAL.

Esta propuesta pedagógica para la orientación de los polinomios aritméticos, en el sistema de los números enteros, se sitúa de acuerdo con los criterios normativos determinados por la educación colombiana, como son:

El artículo 5° de la Ley 115 de 8 febrero de 1994, numerales:

1. La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos [...] mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.
9. El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico [...] en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas...

Siendo éste trabajo un proyecto pedagógico para estudiantes de séptimo grado, para implementarse en el plan de estudios, de la institución seleccionada, tiene su sustento en el artículo 36 del Decreto Reglamentario 1860, agosto 3 de 1994, donde se asumen como: "actividad dentro del plan de estudios que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el

entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno. Cumple la función de correlacionar, integrar y hacer activos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores logrados en el desarrollo de diversas áreas, así como de la experiencia acumulada. Los proyectos pedagógicos también podrán ser orientados [...] al desarrollo de intereses de los educandos que promuevan su espíritu investigativo y cualquier otro propósito que cumpla los fines y objetivos en el proyecto educativo institucional"¹⁷.

La resolución 2343, 5 junio de 1996, sección cuarta, sobre lineamientos de logros para los grados 7º, 8º y 9º, nos ofrece los lineamientos puntuales:

- Identifica y usa los números enteros [...] en diferentes contextos, los representa de diversas formas y establece relaciones entre ellos; redefine las operaciones básicas en los sistemas formados con éstos números y establece conexiones entre ellos.
- Investiga y comprende contenidos y procedimientos matemáticos, a partir de enfoque de tratamiento y resolución de problemas y generaliza soluciones y estrategia para nuevas situaciones¹⁸.

¹⁷ COLOMBIA. MEN. Decreto Reglamentario 1860.

¹⁸ MEN. Resolución 2343 de junio 5 de 1996: Lineamientos curriculares. Santafé de Bogotá, 1996, p. 50.

5. METODOLOGÍA

5.1 TIPO DE ESTUDIO.

El presente proyecto es de tipo cualitativo-descriptivo, ya que en él, se hace necesario, observar, identificar, aplicar, registrar, tabular la información obtenida, mediante el uso de los instrumentos, durante el desarrollo y evaluación de cada una de las etapas y fases de la propuesta para luego ser interpretadas.

5.2 POBLACIÓN Y MUESTRA.

La propuesta se ejecutó en el colegio Gabriel García Márquez de Corozal Sucre (anexo 11), con la participación de una muestra de 22 estudiantes (anexo 1) de séptimo 1 (ver foto 1), relacionados de acuerdo con sus edades en el gráfico de la figura 6.

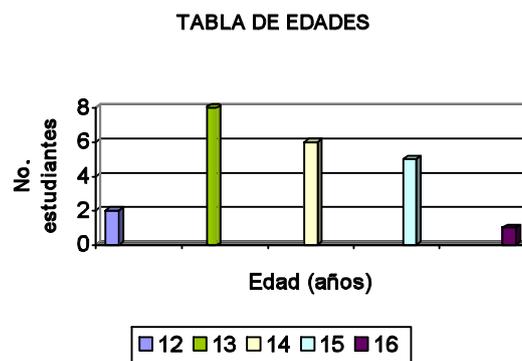


Figura 8. Gráfico Edad (vs) frecuencia.

5.3 INSTRUMENTOS.

Dentro de los instrumentos utilizados se tienen en cuenta:

- Pruebas escritas (1) compuesta por 5 ítemes, con el propósito de identificar dificultades persistentes en cuanto al manejo de los signos y propiedades en las operaciones con los enteros.
- Talleres de inducción (1, 2 y 3). Su propósito es el de familiarizar a los estudiantes de 7° con la construcción de mapas conceptuales y diagramas numéricos, (ver anexos 3, 4 y 5); estos contienen estructuras textuales y gráficas sobre la construcción de mapas cognitivos, estrategias de los objetivos y los organizadores previos, mapas para la identificación de propiedades y, los elementos básicos para la construcción de diagramas.
- Formatos de aplicación (1, 2, 3) y una fase de proyección, para la resolución de polinomios aritméticos. Estos, se describen así:

■ **Formato 1 (anexo 6).** Titulado: "Construyendo diagramas numéricos" . Su propósito es elaborar el mapa conceptual que ilustra la secuencia algorítmica del proceso de resolución del polinomio dado y su respectiva diagramación. Contiene unas instrucciones, el polinomio aritmético planteado por los orientadores y, los espacios en blanco para que el estudiante elabore el mapa conceptual, para analizar la forma de solucionar el polinomio y a partir de esto elaborar el diagrama numérico respectivo.

■ **Formato 2** (anexo 7). Denominado, ¡Interpreto diagramas numéricos!.

En este se presenta un diagrama numérico para deducir el polinomio aritmético correspondiente. Su diseño presenta unas instrucciones, una barra de menú con las operaciones básicas y símbolos de agrupación, el diagrama numérico planteado por los orientadores y, el espacio en blanco para que el estudiante escriba el polinomio aritmético correspondiente.

■ **Formato 3.** ¡Somos creativos! (anexo 8). Se utiliza para la diagramación de un polinomio aritmético planteado por el/los estudiante(s) de manera creativa. Su construcción muestra una identificación, unas instrucciones precisas, una barra de menú vertical con las opciones (elementos básicos para construir un diagrama numérico) y, el espacio en blanco para que el estudiante diseñe su diagrama.

■ **Fase de proyección:** Se plantean actividades que involucran operaciones con números enteros y que permiten ser resueltas a través de diagramas numéricos. Presenta unas instrucciones que permiten una mejor interpretación de las actividades planteadas.

5.4 ETAPAS DEL PROYECTO.

Las actividades esenciales del proyecto se agrupan en las siguientes etapas:

5.4.1 Etapa exploratoria. En ella, se aplica una prueba escrita (anexo 2) para identificar algunas dificultades *persistentes* en el manejo de la ley de los signos y propiedades de las operaciones en los enteros.

5.4.2 Etapa de construcción. Es la parte en que los autores, de acuerdo con la problemática encontrada, la revisión de bibliografía pertinente y actualizada en didáctica de las matemáticas y el nivel cognoscitivo de los estudiantes, plantean unos instrumentos que permitan registrar la información objeto de análisis. También, la manera de orientar las operaciones entre los enteros, desde una perspectiva constructivista.

5.4.3 Etapa de aplicación. Contiene las siguientes fases:

5.4.3.1 Fase de familiarización. En ella se presenta el manejo de algunos mapas cognitivos y elementos básicos para la construcción de diagramas numéricos (Talleres de inducción 1, 2 y 3; Anexos 3, 4 y 5).

5.4.3.2 Fase P-D (Polinomio-Diagrama). Denominada así, porque a partir de un polinomio planteado por los orientadores, se le pide al estudiante elaborar su respectivo diagrama numérico (anexo 6).

5.4.3.3 Fase D-P(Diagrama-Polinomio). Denominada así, porque, a partir de un diagrama numérico representativo de la solución de determinado polinomio

aritmético, se le pide al estudiante deducir-inducir, la correspondiente expresión aritmética (aplicación del formato 2, anexo 7).

5.4.3.4 Fase C-P-L.(Construcción de polinomios libre). Denominada así, porque en ella se brinda un espacio amplio, para que el estudiante (actividad grupal) pueda construir de manera libre y re-creativa, polinomios aritméticos (aplicación del formato 3, anexo 8). También incluye una socialización de los trabajos, utilizando materiales como tarjetas de cartulina, o cartón y palillos, para representar sus construcciones sobre el piso. Se tiene en cuenta que cada grupo debe ilustrar diferentes operaciones.

5.4.3.5 Fase de proyección. Contiene dos (2) actividades asociadas a la resolución de polinomios aritméticos mediante diagramas numéricos (anexo 9).

Denominada así porque abre un espacio para continuar con el presente trabajo desde el tratamiento de problemas.

5.5 EVALUACIÓN DEL PROYECTO.

Atendiendo el decreto 1860/94, ésta se desarrolla durante todo el proceso pedagógico teniendo en cuenta: la participación activa, el interés del estudiante, la atención, el trabajo en equipo, y la aplicación de sus habilidades para: representar, diagramar y/o deducir-inducir.

5.6 DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

Las actividades arrojan los resultados que se obtienen de los diferentes instrumentos; son tabulados de acuerdo con el desarrollo de cada etapa y sus fases respectivas. Se analizan cada uno de las actividades individuales o grupales efectuadas durante el proceso, enfatizando en los siguientes aspectos:

- ❖ Participación activa (individual-grupal).
- ❖ Manejo de la habilidad para inducir-deducir.
- ❖ Manejo de la habilidad para representar.
- ❖ Manejo de la ley de los signos y propiedades en los enteros.
- ❖ Manejo de la habilidad para comunicar.
- ❖ Creatividad

5.6.1 Resultados de la etapa exploratoria. Al aplicar la prueba diagnóstica dada en el anexo 2, se hizo una orientación previa sobre la importancia del manejo de los enteros, en especial, de la aplicación de la ley de los signos, signos de agrupación y manejo de sus operaciones básicas. La prueba tiene como objetivo determinar algunos conocimientos previos alrededor de la ley de los signos, operaciones de adición, sustracción y multiplicación, signos de agrupación, interpretación de diagramas de números en el sistema de los

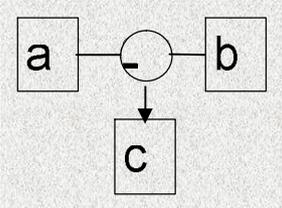
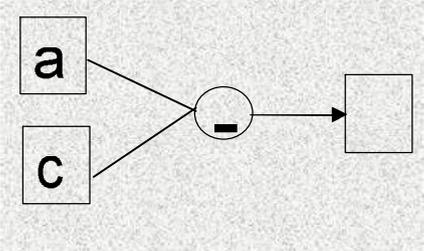
ÍTEM	DESCRIPCIÓN	% Bueno	% Deficiente
<p>4. En el siguiente diagrama, efectúe la operación indicada de izquierda a derecha, sabiendo que $a = 8$, $b=12$. Entonces, el valor de c, es:</p> <p>a.-35 b. -30 c.-20 d. +20</p> 	<p>Al enfrentarse al diagrama, se presentó que:</p> <ul style="list-style-type: none"> Sólo 9 estudiantes presentaron la respuesta correcta: $a - b = 20$, de acuerdo con el sentido indicado de la operación. Algunos del resto, efectuaron $b-a$, otros $a-b$, con respuestas -4 ó $+20$ (decían: "menos por menos igual... más"). 	40.9	59.1
<p>5. En el diagrama , $a = -1$, $c = -6$, al efectuar la operación de arriba hacia abajo, el valor que debe estar en el cuadro final es:</p> <p>a. +5 b. -4 c. -8 d. +16</p> 	<p>Este diagrama se presenta de forma diferente, en la ejecución de la operación Sólo 5 estudiantes interpretaron correctamente el diagrama, anotando como respuesta, 5. El resto tuvo dificultades con su interpretación: colocaban los números aleatoriamente, sin tener en cuenta el sentido lógico indicado, anotaban respuestas equivocadas deliberadamente, lo que muestra sus falencias en la interpretación de esquemas o diagramas de números.</p>	22.7	77.27

Tabla 1. Resultados de la prueba diagnóstica.

De acuerdo con la tabulación, en promedio el 67.41 de los estudiantes, presentan algunas confusiones en el manejo de los enteros, en especial, de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación y de interpretación de esquemas numéricos.

Algunos de los aspectos relevantes encontrados en la tabla 1 son ilustrados en la siguiente figura:

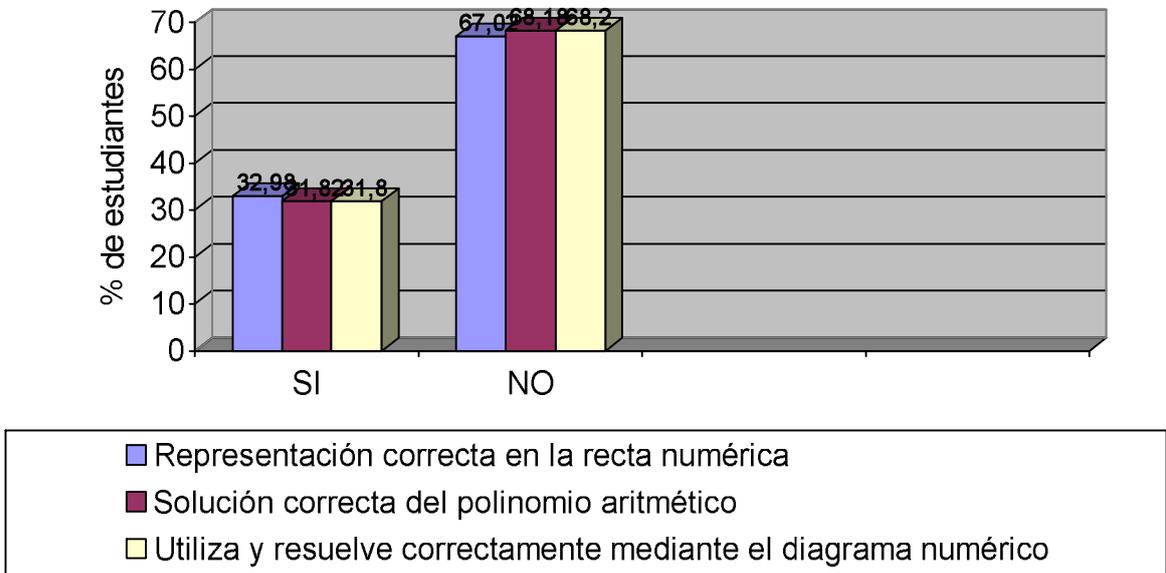


Figura 9. Gráfico obtenido de la etapa exploratoria

6. ACTIVIDADES PEDAGÓGICAS

6.1 PRESENTACIÓN.

Las actividades pedagógicas se sustentan en el marco teórico planteado, especialmente en la teoría del aprendizaje significativo y en algunas estrategias para su promoción, como los objetivos, los organizadores previos, preguntas intercaladas, pistas discursivas, los mapas conceptuales o semánticos y las estructuras textuales.

Después de efectuada la etapa diagnóstica, se procede a aplicar los talleres de inducción, aplicación y proyección para familiarizar a los estudiantes con los mapas cognitivos, los diagramas numéricos y la identificación de propiedades de los números enteros.

6.2 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL DESARROLLO DE LA ETAPA DE APLICACIÓN.

Esta se desarrolla en 5 fases denominadas así y descritas anteriormente:

- Familiarización
- Polinomio –Diagrama: P-D
- Diagrama-Polinomio:

D-P

- Construcción de polinomio, libremente: C-P-L y,
- Proyección.

En la primera fase se presenta el manejo de algunos mapas cognitivos y elementos básicas para la construcción de diagramas numéricos, mediante los talleres de Inducción 1, 2 y 3; (anexos 3, 4 y 5).

6.2.1 Fase de familiarización. En este momento del proyecto, se efectúa una orientación general a los estudiantes sobre qué se quiere con el desarrollo de los talleres, la forma del trabajo (individual) y la actitud abierta, presta a formular, plantear preguntas interesantes relacionadas con la temática del proyecto. Los resultados de los talleres de inducción se presentan de acuerdo al siguiente orden:

6.2.1.1 Resultados y análisis del taller de inducción 1. Mapas cognitivos. Su propósito es el de familiarizar a los estudiantes de 7° con mapas cognitivos. En esta actividad se le distribuye el material fotocopiado a cada uno de los estudiantes para que efectúe el trabajo bajo la orientación y el monitoreo de los proponentes. Algunos estudiantes, manifestaron que, los mapas conceptuales los habían utilizado bastante en castellano y en el contenido temático de ciencias naturales. La tabla 2 resume sus resultados:

Actividad		Items		No. ESTUDIANTES Y PORCENTAJES			
				SI	%	NO	%
1	Diseño del mapa conceptual de números enteros	Reconoce	Término Abarcativo	22	100	0	0
			Términos subordinados	22	100	0	0
			Términos menores	22	100	0	0
		Explicación de números enteros	Definición	21	95.47	1	4.55
			Representación	20	90.9	2	9.1
			Aplicación	15	68.1	7	31.81
2	Diseño libre de un mapa conceptual	Temas variados	Matemáticas	5	22.72	0	0
			Ciencias Naturales	8	36.36	0	0
			Otros	9	40.9	0	0
		El mapa conceptual	Presenta estructura coherente	19	86.36	3	13.63
		Elementos del mapa	Término abarcativo	20	90.9	2	9.09
			Término subordinado	19	86.36	3	13.63
			Términos menores	19	86.36	3	13.63

Tabla 2. Análisis del taller de inducción 1

De acuerdo con la tabla, en la actividad 1 el 98.8% de los estudiantes reconocen la jerarquización de un mapa conceptual (términos: abarcativo, subordinados y menores).

En la actividad 2 los estudiantes diseñaron un mapa conceptual presentando temas variados, referidos a las ciencias naturales, sociales, situación actual del país y otros. En ellos, se aprecia la estructura estándar de un mapa

conceptual, sin embargo, en las explicaciones (conectores, términos menos inclusores) algunos estudiantes, las presentaban muy limitadas en la ejecución de los talleres.

Para mejor presentación de la información se elabora el siguiente gráfico:

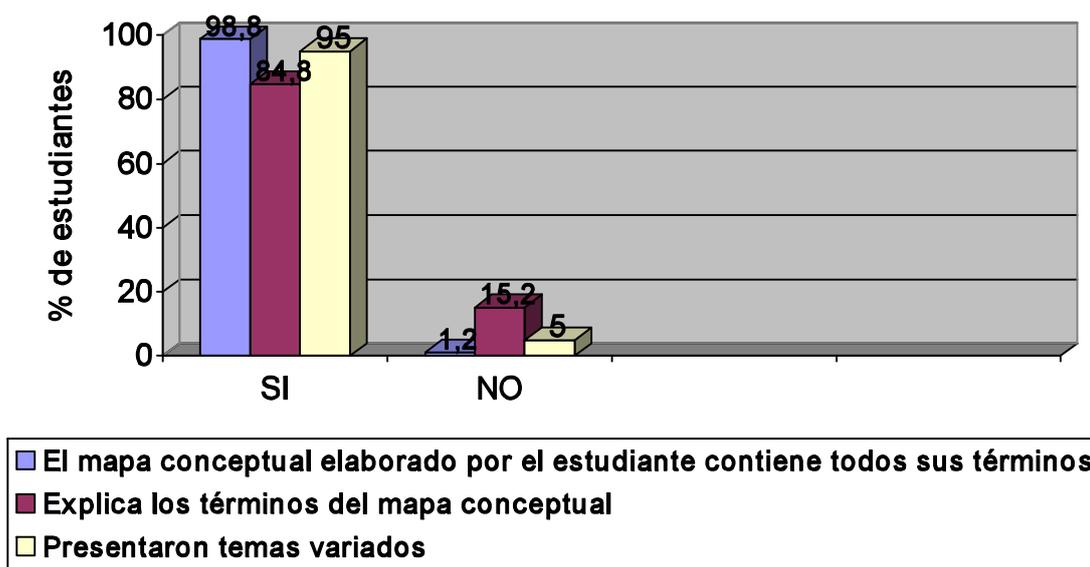


Figura 10. Gráfico obtenido del taller de inducción 1.

Los estudiantes mantuvieron en estas actividades, un buen comportamiento, manifiesto en la participación activa,. Haciendo preguntas y solicitando la debida orientación.

6.2.1.2 Resultados y análisis del taller de inducción 2. Propiedades de los números enteros. Su propósito es el de orientar a los estudiantes para la identificación de las propiedades de los números enteros. En la siguiente tabla se aprecian sus resultados:

ACTIVIDAD	ITEMS	No. ESTUDIANTES Y PORCENTAJES					
		SI	%	NO	%		
1	Actividades con organizadores previos	Identifica la propiedad de la situación A	6	27.27	16	72.72	
		Identifica la propiedad de la situación B	16	72.72	6	27.227	
		Identifica la propiedad de la situación C	18	81.81	4	18.18	
		Identifica la propiedad de la situación D	18	81.81	4	18.18	
		Hace explicaciones a partir de cada propiedad	20	90.9	2	9.1	
		Hace preguntas respecto a las actividades:	12	54.5	10	45.4	
2	Completar el mapa cognitivo	<ul style="list-style-type: none"> Da explicaciones pertinentes de acuerdo a lo consultado en los textos acerca de las propiedades de la multiplicación de enteros. 	Conmutativa	14	63.63	8	36.36
			Clausurativa	14	63.63	8	36,36
			Distributiva	20	90.9	2	9.1
			Asociativa	20	90.9	2	9.1
3	Completar el mapa conceptual	<ul style="list-style-type: none"> Da explicaciones completas con la ayuda de textos acerca de las propiedades de la adición de números enteros 	Clausurativa	20	90.9	2	9.1
			Elemento opuesto	20	90.9	2	9.1
			Modulativa	18	81.81	4	18.1

Tabla 3. Análisis del taller de inducción 2.

De acuerdo con la tabla, el 72.72% de los estudiantes, no identificaron la propiedad clausurativa de la adición en \mathbb{Z} ; el 81.81% de los estudiantes identifican la propiedad asociativa y distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. El 90.9% hacen explicaciones por cada propiedad, haciendo ejemplos, para tratar de entender la situación presente en el contexto presentado. El 100% de los estudiantes, recibió con agrado esta actividad, pues, se reían, comentaban y hasta imaginaban, agregándole más

jocosidad al evento, puesto que se referían a situaciones contextuales del Municipio de Corozal.

En promedio el 87.87% de los estudiantes, hacen explicaciones de las propiedades de la adición de números enteros, haciendo buen uso de variados textos de matemáticas. Sólo se observó que algunos estudiantes, necesitan de mucha ayuda para trabajar, consultando a diferentes fuentes. Se les sugirió, extraer resúmenes (para usarlos como estructuras textuales) que les permitieran ampliar la temática.

En cuanto a la interpretación del mapa cognitivo presentado en la actividad 2 del taller de inducción 2, el 90.9% de los estudiantes realiza explicaciones pertinentes de acuerdo con lo consultado en los textos acerca de las propiedades distributiva y asociativa, además identificaron los términos de un mapa cognitivo, como el término abarcativo (en el centro) y los inclusores de mayor a menor jerarquía, dándose cuenta también, que solo varió la forma, y se conservó la estructura presentada en el taller de inducción 1.

En el trabajo grupal se observó, interacción entre sus miembros (discusiones, aclaraciones, preguntas dirigidas, intercambio de textos).

6.2.1.3 Resultados y análisis del taller de inducción 3. Diagramas Numéricos.

Su propósito es familiarizar a los estudiantes de 7º con la elaboración de diagramas numéricos para la resolución de polinomios aritméticos. Se utiliza

material de apoyo (3 carteleras), donde se presentaban varios modelos de diagramas numéricos, utilizados para resolver polinomios aritméticos, y donde el estudiante tenía que llenar algunos espacios en blanco para completar el diagrama. Sus resultados se presentan en la siguiente tabla:

ACTIVIDADES		ITEMS	No ESTUDIANTES Y PORCENTAJES			
			SI	%	NO	%
1	Completa y organiza el diagrama general	Ubica correctamente los operadores (+, -) en el diagrama	22	100	0	0
		Clausura correctamente cada operación	10	45.45	12	54.54
		Completa correctamente el diagrama numérico	10	45.45	12	54.54
		Da la solución correcta del polinomio	10	45.45	12	54.54
2.A	Resuelve el polinomio mediante un diagrama numérico	Utiliza correctamente la ley de los signos	20	90.9	2	9.1
		Presenta una secuencia ordenada de cada uno de los algoritmos	22	100	0	0
		Clausura correctamente cada operación	20	90.9	2	9.1
		Presenta un diseño creativo	8	36.36	14	63.63
2.B	A partir del diagrama numérico deduce el polinomio	Manejo de signos de agrupación	20	90.9	2	9.1
		Organiza de manera correcta el polinomio	18	81.81	4	18.18

Tabla 4. Actividad de inducción 3.

De acuerdo con la tabla, el 100% de los estudiantes ubica correctamente los operadores y presenta una secuencia ordenada de los algoritmos, el 90.9% utiliza correctamente la ley de los signos, clausura correctamente cada operación y presentan un buen manejo de signos de agrupación. El 54.54% tuvo dificultad para dar solución correcta al polinomio. La mayoría de ellos (81.81%) organiza en forma lógica la estructura correspondiente al polinomio aritmético, a partir de su diagrama. Cuando se les solicita a los estudiantes

diseñar diagramas numéricos creativamente, sólo el 36.36%, intentó otros estilos de diseño.

Algunos de los aspectos relevantes son ilustrados en la siguiente figura:

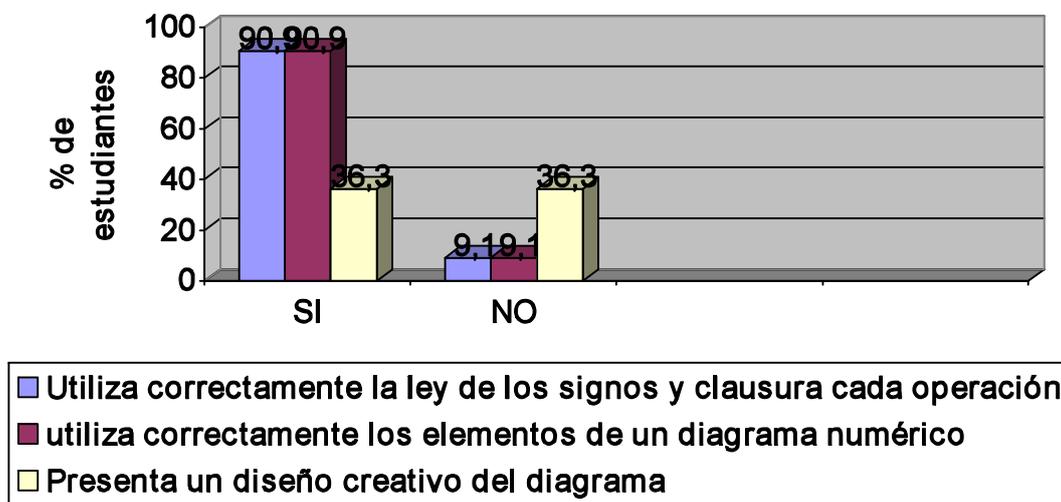


Figura 11. Gráfico obtenido del taller de inducción 3

6.2.2 Fase Polinomio-Diagrama P-D.

6.2.2.1 Resultados y análisis del formato 1 (anexo 6). ¡Construyendo Diagramas

Numéricos!. Se desarrolla en los estudiantes la respectiva inducción inicial, donde se aclaran las instrucciones y las intenciones de la actividad. Esto con el propósito que el estudiante tenga una idea global del trabajo a realizar y al final, confronte con su desempeño.

Se utiliza material de apoyo (3 carteleras) como ilustraciones que permitan dar una visión global de las actividades de aprendizaje a realizar, sus habilidades y la complejidad del trabajo (ver foto 1). Se utilizaron las

preguntas intercaladas [¿cuántas operaciones?, ¿cuántos términos tiene el polinomio que se diagrama?, ¿hasta dónde llega el efecto del corchete? y otras] para despertar la atención de los estudiantes y estimular su participación activa, la cual fue favorable. La actitud del estudiante, en su mayoría, fue de captar los detalles del material presentado.

Luego, se distribuyen formatos en papel tamaño tabloide, para que en parejas analicen el polinomio aritmético dado mediante el diseño de un mapa conceptual que refleje el procedimiento a utilizar para la construcción del respectivo diagrama numérico (foto 2). Los resultados se muestran en la tabla 5:

	ACTIVIDAD	ITEMS	No. ESTUDIANTES Y PORCENTAJES				
			SI	%	NO	%	
1	Elaboración del mapa conceptual explicativo que permite la construcción del diagrama	Ubica correctamente los elementos que hacen parte del mapa conceptual	Término abarcativo	18	81.8	4	18.18
			Términos subordinados	20	90.9	2	9.1
			Términos menores	22	100	0	0
			El mapa solo describe el polinomio dado	18	81.8	4	18.18
			El mapa solo involucra propiedades	2	9.1	20	90.9
			El mapa permitió solucionar el polinomio	22	100	0	0
2	Elaboración del diagrama numérico alusivo al polinomio dado	El diagrama involucra las operaciones indicadas		22	100	0	0
		Clausura correctamente cada operación		16	72.7	6	27.27
		Conecta correctamente las operaciones		8	36.3	14	63.63
		Interpreta gráficamente los signos de agrupación del polinomio		22	100	0	0
		Refleja la agrupación de propiedades		8	36.36	14	63.63
		El estudiante copia el diseño de otros diagramas		16	72.7	6	27.2
		El estudiante solo diagrama cada termino en el debido orden en que se presenta		22	100	0	0
		El diagrama es coherente con el mapa conceptual		22	100	0	0
		El diagrama es coherente con la solución correcta del polinomio		16	72.7	6	27.2

Tabla 5. Resultados de la actividad con el formato 1.

Estos resultados se socializan a los estudiantes dónde se presentaron las preguntas intercaladas:

¿Por qué imitan el trabajo del otro? . Algunos estudiantes, dicen que se necesita siempre de un modelo. Se comenta que los mismos términos, pueden enlazarse en variados diseños, puesto que cada cual, piensa diferente.

¿La actividad te permite revisar las propiedades y operaciones? Algunos estudiantes dijeron que SI, destacando las propiedades asociativa y clausurativa, otros comentaron que no tuvieron en cuenta ninguna propiedad para diagramar el polinomio.

Algunos de los aspectos relevantes encontrados son ilustrados en la figura 12.

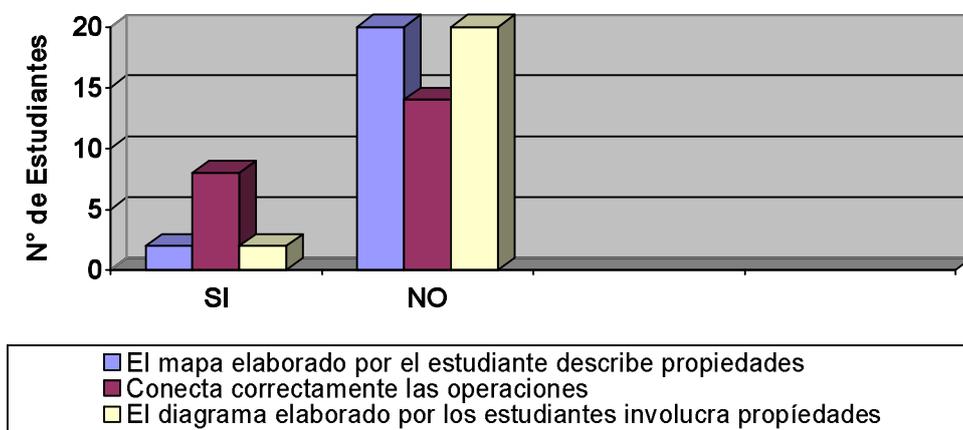


Figura 12. Gráfico obtenido en el Análisis del formato 1.

Como se observa, en esta actividad efectuada en parejas, el 90.9% de los estudiantes omiten la aplicación de las propiedades de la adición y multiplicación para la construcción de mapas y diagramas numéricos.

De acuerdo con la tabla el 81.8% de los estudiantes describen en el mapa conceptual, la estructuración del polinomio dado: identificar los bloques (bloque 1, bloque 2, bloque n), decir qué operaciones se dan en un bloque o entre ellos.

Un ejemplo particular fue el realizado por los estudiantes Viviana Castaño y Karen Benítez cuando se les pidió que elaboraran un mapa conceptual que explicara la forma para resolver el siguiente polinomio:

$$\underbrace{\{[8 - (-4)]\}}_{\text{bloque 1}} - \underbrace{\{-2 - 15\}}_{\text{bloque 2}} - \underbrace{\{-12 + 14\}}_{\text{bloque 3}} + \underbrace{\{-12 - 1\}}_{\text{bloque 4}}$$

El mapa conceptual elaborado por los estudiantes, alusivo al polinomio aritmético dado es el siguiente:

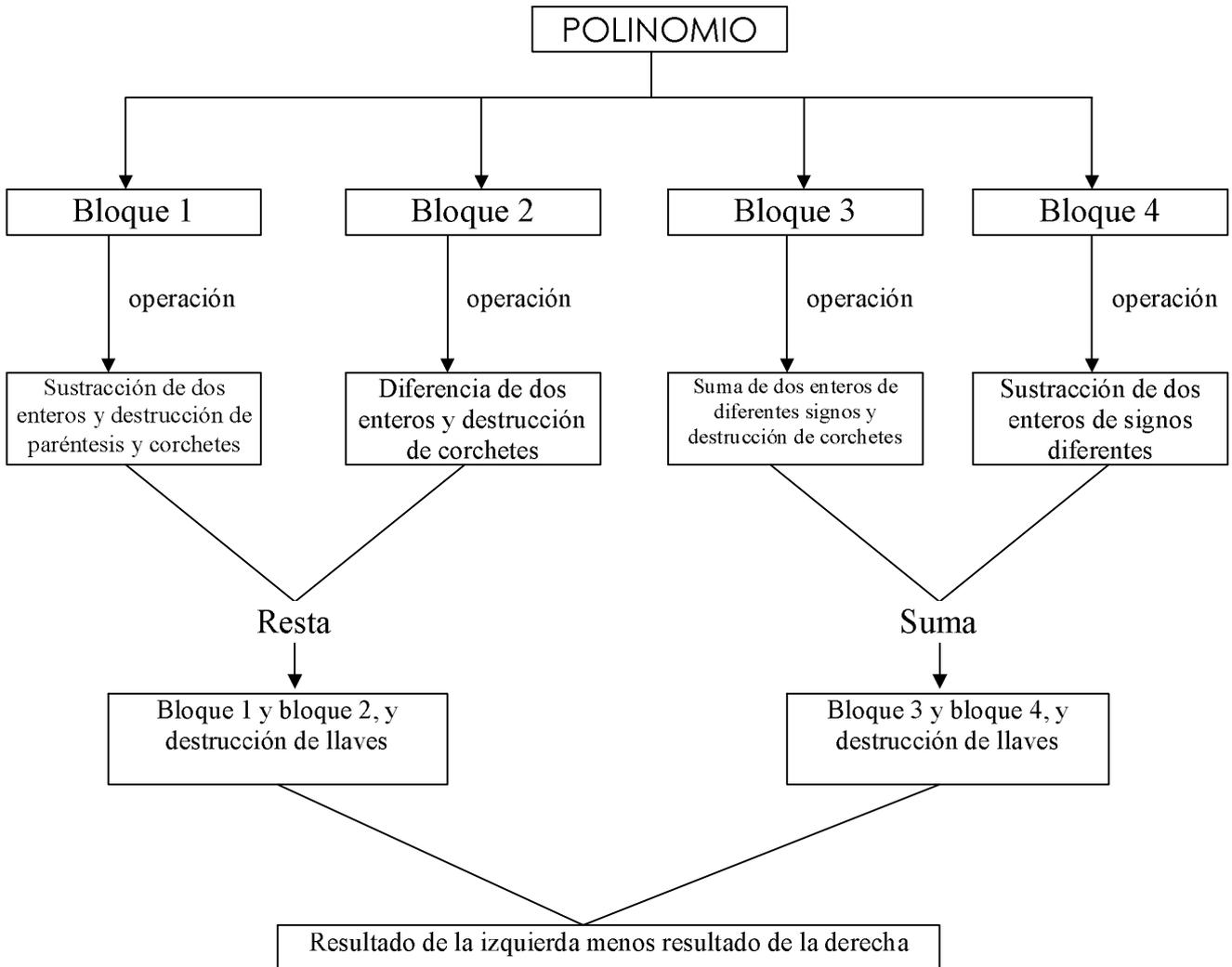


Figura 13. Mapa conceptual elaborado por Karen Benítez.

Sólo el 27.27% de la muestra presentan dificultades en el cierre de las operaciones, en particular, la sustracción de dos enteros, como la que se muestra en el ejemplo de la figura 8.

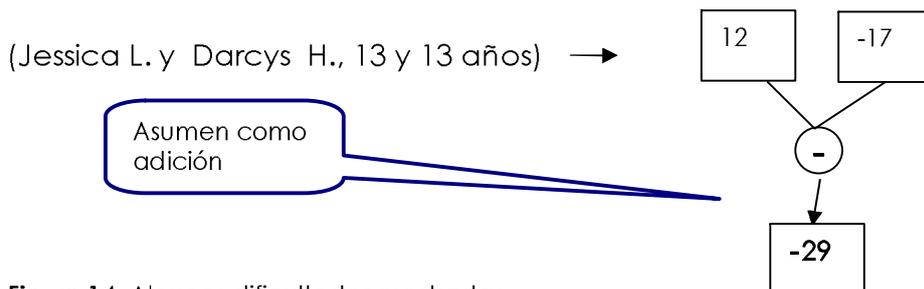


Figura 14. Algunas dificultades mostradas.

6.2.3 Fase Diagrama-Polinomio D-P.

6.2.3.1 Resultados y análisis del Formato 2. Interpreto Diagramas Numéricos

(Anexo 7). En esta actividad, se efectuó la correspondiente inducción a través de la estrategia objetivos, para que, a partir de un diagrama numérico, planteado por los orientadores, el estudiante trate de deducir el polinomio aritmético, correspondiente. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

ACTIVIDAD		ITEMS	No. ESTUDIANTES Y PORCENTAJES			
			SI	%	NO	%
1	Deducir un polinomio a partir de diagrama numérico.	Utiliza correctamente signos de agrupación	18	81.8	4	18.18
		El polinomio incluye el uso de propiedades	20	90.9	2	9.1
		Interpretación correcta de la ley de los signos	18	81.8	4	18.18
		El polinomio es coherente con el diagrama numérico	18	81.8	4	18.18

Tabla 6. Resultados del formato 2.

Para mejor presentación de la información, se elabora el gráfico, en la figura 15

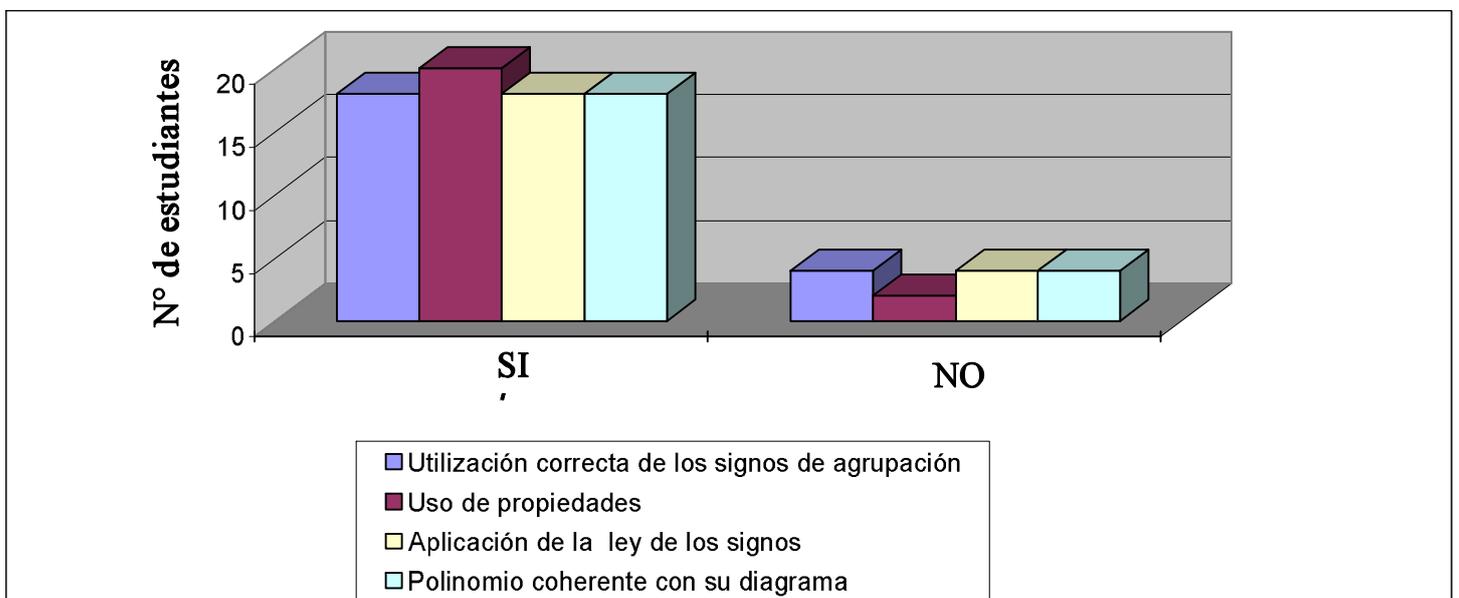


Figura 15. Gráfico obtenido de la evaluación del Formato 2.

De acuerdo con la tabla el 81.8% de los estudiantes utiliza correctamente signos de agrupación, aplica correctamente la ley de los signos y además el polinomio que elaboran es coherente con el diagrama numérico.

Algunas de las dificultades encontradas en los estudiantes, se manifiestan por:

1. Omisión de signos de las operaciones.
2. Confusiones cuando deben aplicar la propiedad distributiva.
3. No saben dónde ubicar el signo de agrupación convenientemente.

A continuación se muestran algunos errores presentados por los estudiantes:

En el ramal, algunos

Consideraron que el polinomio

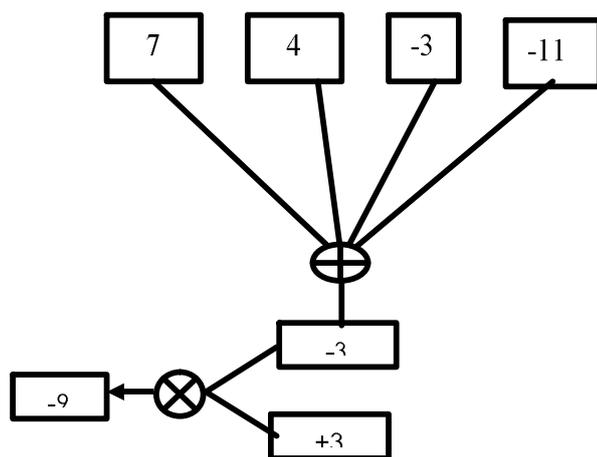
sería: $\{ 7 + 4 + (-3) + (-11) \times 3 \}$

Sabiendo que, el entero **3**, actúa

como factor común de

7, 4-3 y -11, o sea,

$\{ [7 + 4 + (-3) + (-11)] \times 3 \}$



Otro caso particular destacable, en el uso inadecuado de los signos de agrupación es el siguiente:

Encierra con corchetes, las llaves es decir, utiliza signos de menor abarcación para agrupar los de mayor abarcación aunque para el estudiante tiene sentido, pues separó los dos bloques y estructuró la expresión polinómica y aritmética (Meiter M. S, 13 años).

$$[\{ 1 + 7 + -10 \} \times (-2)] + [\{ 7 + 4 + (-3) + (-11) \} \times 3]$$

Para tratar esta dificultad, se utilizó el siguiente organizador previo:

El departamento de Sucre, está cerca al de Bolívar. En Sucre están dos grandes ciudades, Sincelejo y Corozal. En Sincelejo, están municipios como Palmito, Sampues y otros. En Corozal, se encuentran los corregimientos de San Jose de Pileta, El Mamón, Cantagallo, Don Alonso...

En la situación, ¿qué signo de agrupación representa los departamentos?,

¿Qué signo de agrupación representa los corregimientos?

Ahora, en el polinomio, observa qué términos harían las veces de corregimientos o municipios, ciudades o departamentos?

Esto se reafirma cada vez que se presenta la dificultad.

Hasta este momento del informe, se tiene que, los estudiantes, omiten en su mayoría el uso de propiedades, tratando de seguir con el orden esquemático que presenta el polinomio. Ello muestra la poca estimulación en el desarrollo de la habilidad de análisis en los estudiantes, en el aprendizaje de la aritmética.

6.2.4 Fase Construcción de polinomio libre o C.P.L.

6.2.4.1 Resultados y análisis del formato 3 (anexo 8), ¡Somos Creativos!. El objetivo de esta fase consiste en que los estudiantes planteen de manera libre y espontánea, un polinomio aritmético y puedan ilustrarlo mediante un diagrama numérico y encontrar su solución.

Se orienta para que diligencien el formato 3, de manera individual y con el acompañamiento constante de los orientadores. Los resultados de esta actividad son los siguientes:

	ACTIVIDAD	ITEMS	No ESTUDIANTES Y PORCENTAJES			
			SI	%	NO	%
	Construcción libre de diagramas numéricos	El estudiante copia el modelo dado por los orientadores o compañeros	5	22.7	17	77.2
		La estructura del polinomio es coherente	21	95.4	1	4.54
		Utiliza las operaciones básicas (+, -, *, /)	22	100	0	0
		Utiliza correctamente los signos de $\{ [()] \}$	21	95.4	1	5.54
		Aplica propiedades en el diagrama numérico	9	40.9	13	59.1
		Utiliza apropiadamente los símbolos básicos de un diagrama	20	90.9	2	9.1
		Muestra creatividad al diagramar polinomios	19	86.3	3	13.6
		El diagrama es coherente con el polinomio planteado por el estudiante	20	90.9	2	9.1
		El diseño del diagrama permite dar solución correcta al polinomio	20	90.9	2	9.1

Tabla 7. Resultados de la actividad libre del formato 3.

Los aspectos relevantes se visualizan en el gráfico:

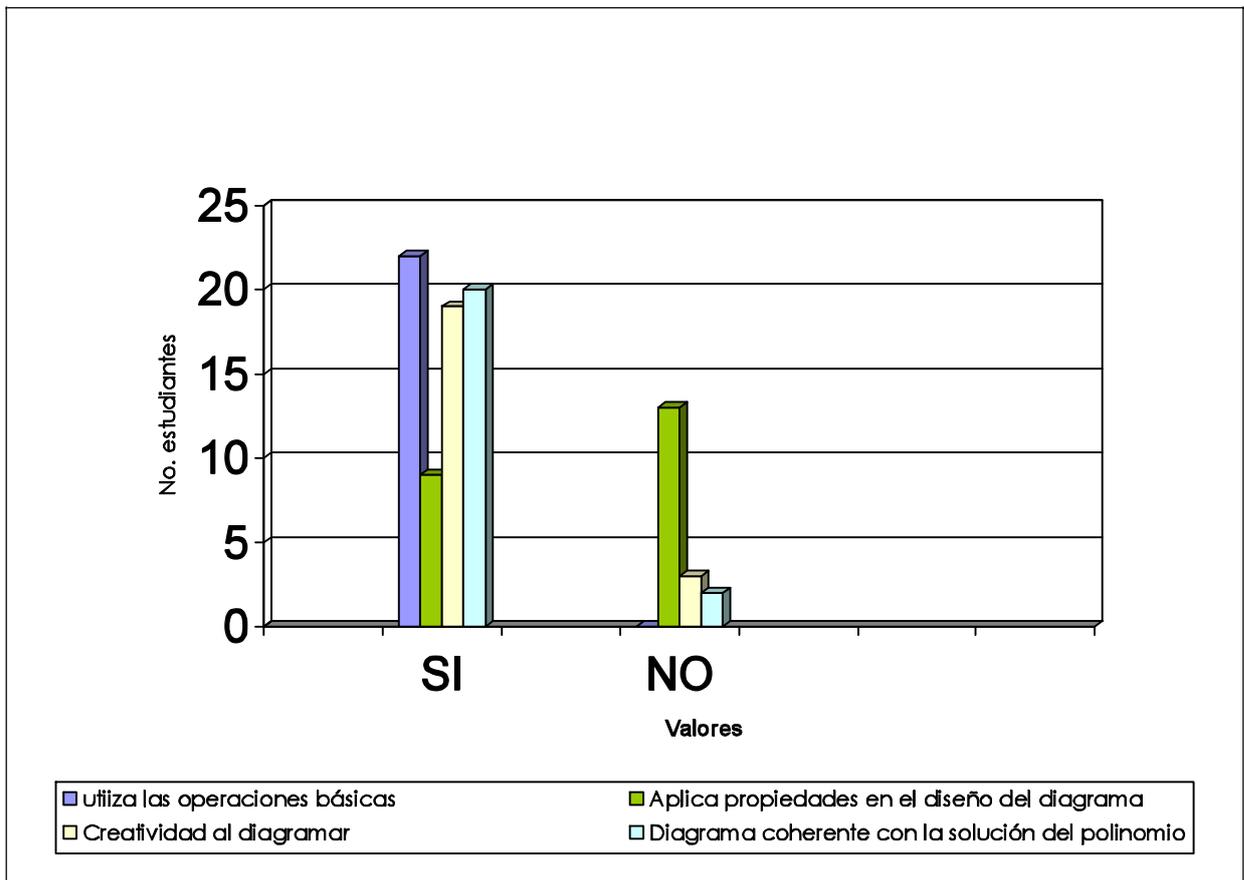


Figura 16. Gráfico de los resultados del formato 3.

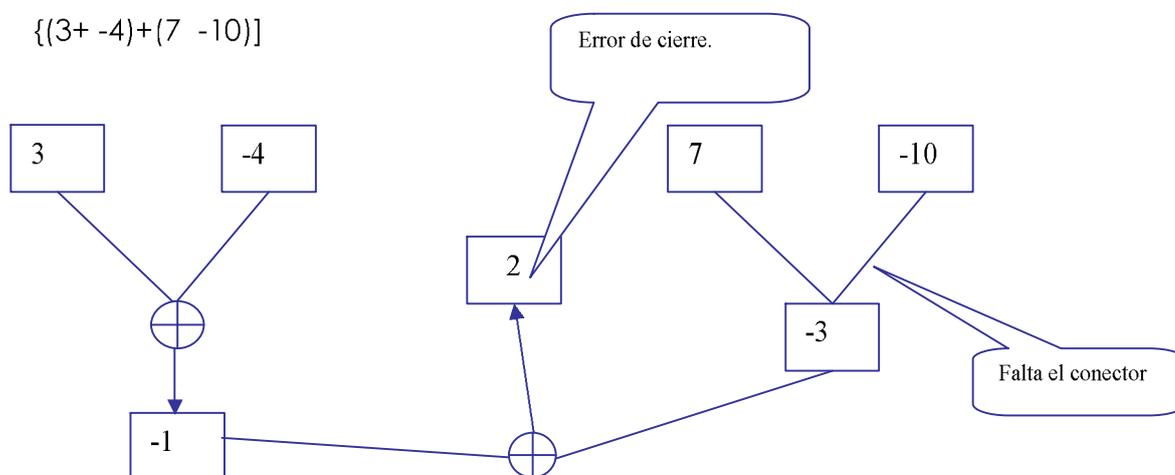
En esta actividad, se observa que el 90.9% de los estudiantes, realizan un diagrama coherente del polinomio planteado, y dan la solución correcta.

El 13.63% de la muestra (22 estudiantes) tuvieron dificultad para organizar de acuerdo con las operaciones básicas y el uso de los signos de agrupación.

Un aspecto interesante es que, a pesar de que se les orienta en el manejo de las propiedades de las operaciones de adición y la multiplicación de enteros [taller de inducción 2], el estudiante no las aplica correctamente en la construcción de polinomios aritméticos en el sistema de los enteros.

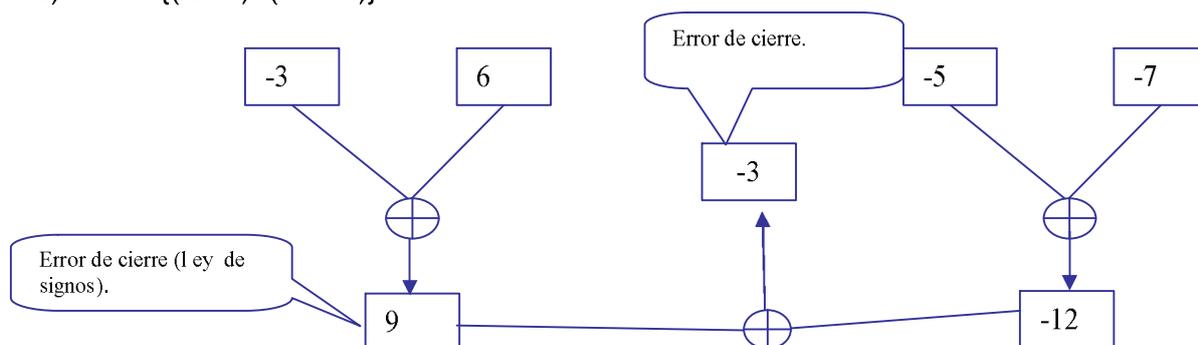
Algunas de las dificultades encontradas que algunos superaron y otros las mantienen:

1) $\{(3+ -4)+(7 -10)\}$



(Miriam. A. B., 16 años). Suele tener dificultades para el manejo de las operaciones y propiedades en los enteros.

2) $\{(-3+6)+(-5+ -7)\}$



(Y. M. Alandete, 13 años).

Figura 17. Errores mostrados por los estudiantes.

En esta actividad, los orientadores trataron de utilizar los organizadores previos iniciales, para predisponer a los estudiantes a la utilización de las propiedades para la solución de polinomios aritméticos. Sin embargo, en el diseño de los diagramas numéricos, no se reflejan.

Se desarrolla una sesión para recibir y revisar los trabajos elaborados individualmente en clase; los orientadores aportaron las respectivas aclaraciones a través de *pistas discursivas* como:

¡...la suma de enteros de signos diferentes, siempre DEPENDE de... ¡ (haciendo en ese momento una elevación progresiva de la voz...o, una movimiento brusco del cuerpo...). Continúa el proceso, en grupos de estudiantes, siguiendo la técnica de aprender juntos de Jonhson, Jonhson y colaboradores.

Reunidos en grupo (tres de 4 y dos de 5 estudiantes), se debía revisar los trabajos presentados por todos los estudiantes y seleccionar el que mejor se ajustara a los criterios dados en las respectivas inducciones, pero, aportando nuevas sugerencias. El trabajo elegido y editado por el grupo debía socializarse ante todos los compañeros, haciendo uso de carteles, frisos y materiales como palillos, y tarjetas, para diagramatizar [sobre el piso] el polinomio construido en colectivo.

Los estudiantes, reunidos en la cancha escolar, elaboran con los materiales conseguidos los respectivos diagramas numéricos. Esta actividad fue recibida con mucho agrado por el 100% de los estudiantes puesto que la tarea se fundamentó en su protagonismo, mas no, en el del profesor u orientadores. Cada grupo presentaba el "borrador" de su polinomio, tratando de hacerlo cada vez, más complejo.

A continuación se puede apreciar el trabajo de cada uno de los diferentes grupos:

Grupo 1. $\{[(-4)+1+7] \times (-1)\} + (4+7) \times \{[7+(-8)+(-9)]\}$

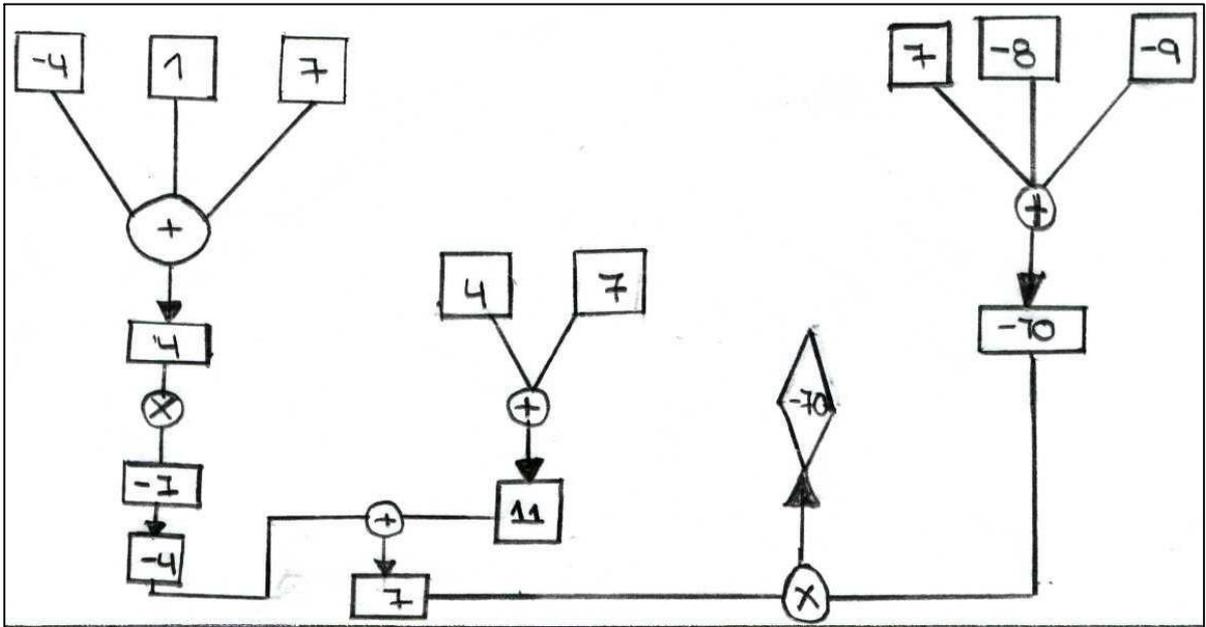
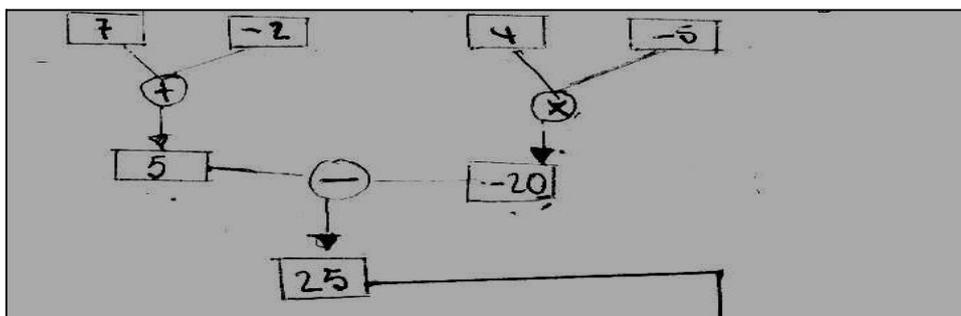


Figura 18. Diagrama presentado por el grupo 1.

Como se observa, el diagrama sigue el orden de los términos del polinomio, contiene los operadores, el sentido en que se dan las operaciones, los resultados parciales y, el final. Hacen buen uso de la ley de los signos, pero no se aprecia conmutatividad.

Grupo 2. $\{7+(-2)\} - [4 \times (-5)] - \{(-2)+(-6)\} + [-3-(-2)]$



El diagrama sigue el orden de los términos dados en el polinomio. Se observa buen uso de la ley de los signos y de los algoritmos de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación. Las operaciones se distribuyen de forma clara en el diagrama.

Figura 19. Diagrama presentado por el grupo 2.

Grupo 3. $[2 \times (-3) \times 1 + (4 + (-8)) + 7]$

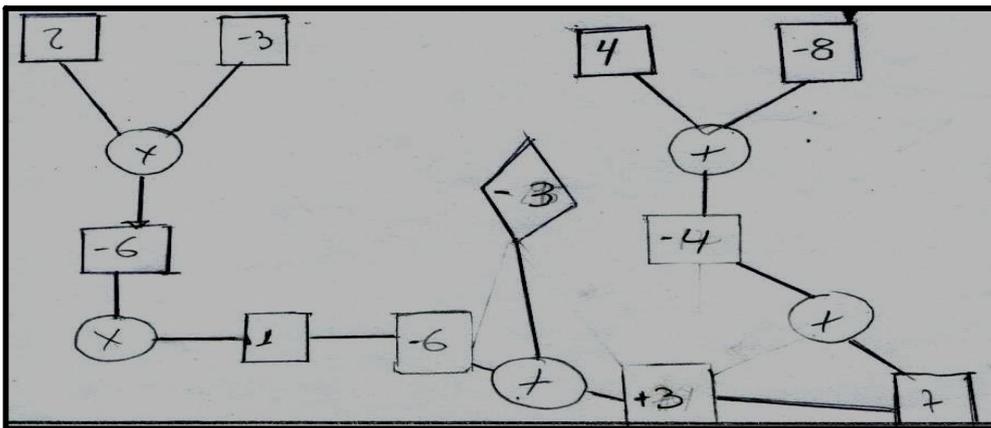


Figura 20. Diagrama presentado por el grupo 3.

Siguen el orden de los términos dados en el polinomio, hacen buen uso de las operaciones y la ley de signos para la adición y multiplicación. La distribución de las operaciones es clara, de acuerdo con cada uno de los bloques numéricos.

Grupo 4. $\{[(-3) + (-5)] + 5\} \times \{[1 + (-2)] + 4\}$



Figura 21. Diagrama del grupo 4.

Toman dos ramales para los dos bloques dados en el polinomio que al final están conectados por el producto. Se distribuyen las operaciones en el diagrama en forma clara, se aprecia manejo de la ley de los signos y de los algoritmos para la adición y producto de enteros.

Grupo 5. $\{[(-4)+1+7] \times (-1)\} + (4+7) \times \{[7+(-8)+(-9)]\}$

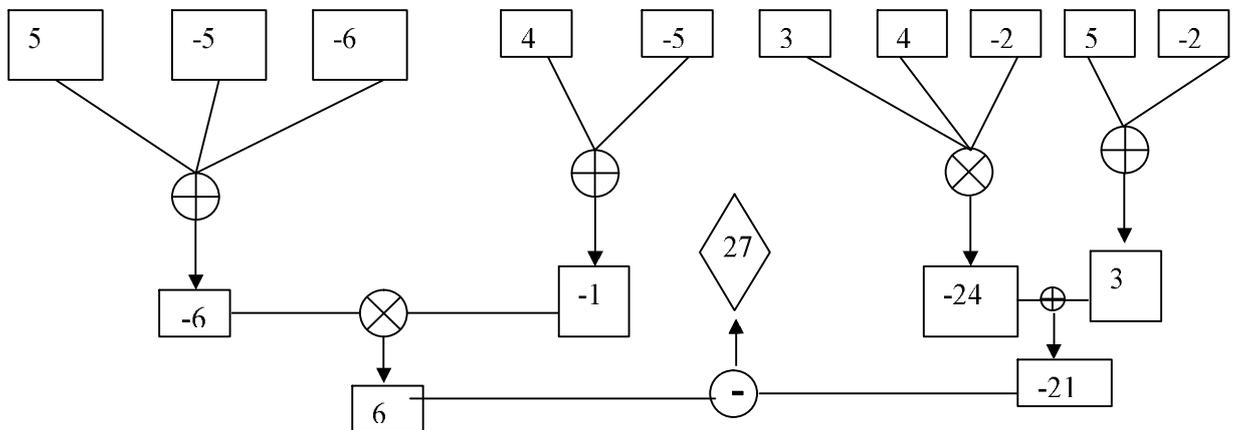


Figura 22. Diagrama del grupo 5.

Este grupo presenta un polinomio más complejo que el dado inicialmente en los trabajos individuales. Hacen buen uso de: los conectores, sentido de las operaciones, ley de los signos y algoritmos de las operaciones de adición, sustracción y producto en los enteros.

Esta actividad se refuerza, permitiendo la interacción grupal, la manipulación con materiales (palillos, tarjetas en triples, cartón o cartulina) y la recreación (ver fotografías 3, 4 y 5). La aplicación de la estrategia de las preguntas intercaladas, mantenía atentos a los estudiantes; las preguntas que surgían, se basaron en recordar o afianzar las leyes de los signos: ¿... más por menos, qué dá? . ¿...negativo más negativo, qué dá?.. Los orientadores ayudaban, reforzaban, tratando de presentar situaciones concretas, como las siguientes:

Una deuda de \$3000 cuando se duplica, sigue siendo deuda...entonces $2 \times (-3000)$ es igual a -6000 pesos .

Si recibo un capital de \$200.000 en el día de hoy, y me llega un cobro de \$350.000, entonces, se llevan los \$200.000 y continúo debiendo \$150.000...es decir:
 $+(200000) + (-350000) = -150.000.$

Si embargo, estas actividades contribuyeron a despejar muchos vacíos conceptuales en el manejo de los algoritmos de las operaciones de adicción, sustracción, multiplicación y división; ley de los signos y propiedades en $\langle Z,+,\times \rangle$. De esta manera, se crean las condiciones *"...que permiten al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples y,*

al mismo tiempo, propiciar gradualmente, la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción; diseñar además situaciones que generan conflicto cognitivo teniendo en cuenta el diagnóstico de dificultades y los posibles errores" (MEN, 1998).

La interacción grupal desde la técnica aprendiendo juntos, centrada en el aprender haciendo, conectando operaciones a través de los palillos, icopor, elaborando las tarjetas... discutiendo entre los compañeros para precisar la posición de determinada operación dentro de la estructura algorítmica del polinomio, fueron las constantes más relevantes en esta parte de la propuesta. Se nota que cuando los estudiantes participan interpretando algoritmos, a través del uso de materiales didácticos y con la promoción de la participación activa (preguntas intercaladas, inquietudes, ejemplos presentados por ellos) hay mayor motivación para el Aprendizaje de la aritmética escolar, en este caso (ver fotos 6 y 7).

6.2.5 Fase de proyección. En esta se desarrollan algunas actividades donde el alumno pone en juego todos sus conocimientos acerca de números enteros y sus operaciones.

6.2.5.1 Resultados y Explicaciones. En esta fase, se utilizan algunas actividades para permitir la resolución de problemas de lápiz y papel ajustados a la solución de polinomios aritméticos en el sistema de los enteros. Se inicia con

una orientación general realizada por los orientadores, donde se enuncian los objetivos de la actividad a realizar y la importancia en matemáticas. Continúan ejemplificando de manera *expositiva y breve*, con el siguiente planteamiento:

Un termómetro marca a la 8:00 a.m. -6° centígrados; dos horas después ha aumentado 2° ; a la 1:00 p.m., el termómetro aumenta nuevamente 19° , tres horas después la temperatura baja 16° . ¿Cuánto marca el termómetro a las 4 p.m.? ¿Cuánto ascendió o descendió la temperatura entre las 10:00 a.m. y la 1:00 p.m.?

El polinomio extraído del planteamiento anterior es: $[(-6 + 2) + (19 - 16)]$

Un posible diagrama numérico alusivo a este polinomio es:

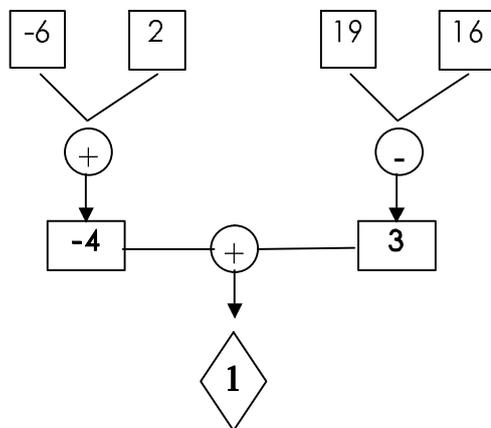


Figura 23. Diagrama numérico presentado por los orientadores.

Se efectúan preguntas intercaladas durante la explicación para llegar a una solución. Algunos estudiantes manifiestan que si las horas tienen que ver con el cambio de temperatura, otros preguntaron que si tres horas después era lo mismo que las 4:p.m.

La segunda parte de esta fase consiste en analizar dos situaciones relacionados con los polinomios aritméticos (anexo 9). Sus resultados son los siguientes:

Ítem		No. ESTUDIANTES Y PORCENTAJES			
		SI	%	NO	%
Situación bancaria S1	Utilizó mapa cognitivo en el análisis	8	36.36	14	63.63
	Estructura el polinomio subyacente en la situación	6	27.27	16	72.72
	Estructura el polinomio parcialmente	20	90.9	2	9.09
	La solución de la situación es correcta	10	45.45	12	54.54
Situación del ciclista S2	Utilizó mapa cognitivo en el análisis	8	36.36	14	63.63
	Estructura el polinomio parcialmente	13	59.09	9	40.9
	La solución de la situación es correcta	11	50	11	50
	Estructura el polinomio subyacente en la situación.	1	4.54	21	95.45

Tabla 8. Resultados del anexo 9.

El gráfico correspondiente a la tabla se visualiza en la figura 18:

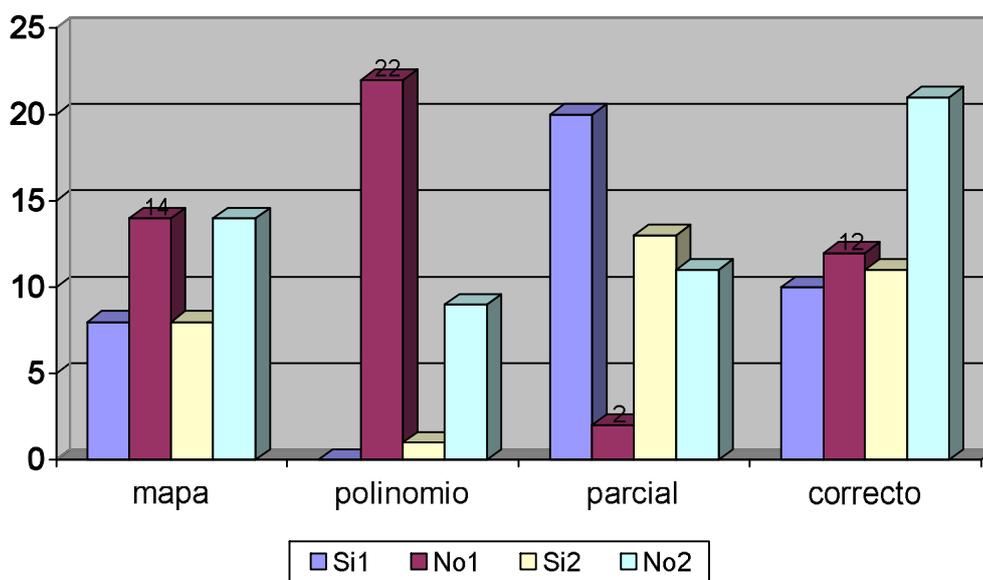


Figura 24. Gráfico de los resultados de la fase de proyección.

De acuerdo con la tabla 8 y el gráfico " se infiere que:

- El 36.36 % de los estudiantes utilizan mapas cognitivos para el análisis la estrategia de resolución a utilizar.
- Los estudiantes muestran dificultad en un 72.72% para trabajar la estructura del polinomio en forma general.
- El 90.9% de los estudiantes, intentan la solución [S1 y S2] efectuando las operaciones que integran el polinomio, en algoritmos parciales.
- El 45.45% de los estudiantes presentan la solución correcta a ambas situaciones.

A estas edades –entre 13 y 15 años- se supone que los estudiantes estén en el estadio de las operaciones formales por lo que sus niveles de formalización estarían en ascenso. Sin embargo, cierran cada operación por separado cuando se les solicita estructurar un polinomio asociado a una situación. En esta actividad, presentan ciertos tropiezos cuando se enfrentan al análisis de una situación, como la traducción de los algoritmos implícitos en operaciones y la integración de todas las operaciones, en un polinomio aritmético.

Esta fase es necesario seguirla desarrollando progresivamente desde 7° en adelante, es por ello que se ha llamado, de proyección. Constituye el punto de partida para un subproyecto pedagógico.

CONCLUSIONES

La propuesta diagramas numéricos y mapas cognitivos para la comprensión de polinomios aritméticos en el sistema de los números enteros, arroja los siguientes resultados generales:

- El trabajo con números enteros sigue constituyéndose fuente de conflictos en los estudiantes, cuando se inician en éstos temas, en especial, los de séptimo grado. Ello se refleja en la dificultad para interpretar muchas situaciones aritméticas desde lo concreto, lo real y contextual, como por ejemplo dotar de significado a $(-1) \times (-2)$ ó $-(-6)$.
- El carácter metodológico de la propuesta, permitió transformar la actuación del estudiante: de la pasividad a la actividad reflexiva y participativa y, el papel del orientador: de expositor a mediador.
- El desarrollo de este trabajo permitió observar deficiencias en la enseñanza de los números enteros por tener en cuenta solamente lo que aparece en los textos escolares. La metodología utilizada y los resultados obtenidos muestran como el tema de los números enteros enseñados de forma creativa y recreativa ofrece mejores resultados, disminuyendo la apatía por parte de los estudiantes.

- El uso de los mapas y diagramas numéricos como recursos didácticos para la comprensión de los polinomios aritméticos en los enteros, fue asimilado con facilidad por la muestra seleccionada, llegando a plantear los estudiantes después de un proceso inductivo, un polinomio y/o diagrama numérico de manera libre, con las leyes de los signos y cierre total de operaciones, correctamente. El aspecto de mayor agrado en los estudiantes, lo constituyó la realización de una clase en matemáticas como recreación y aprendizaje, creando un ambiente totalmente diferente al de una clase tradicional, a través del uso de estrategias flexibles (mapas conceptuales, objetivos, pistas discursivas, estructuras textuales, organizadores previos y diagramas numéricos, manipulando materiales (palillos, tarjetas y otros).
- En relación con el desarrollo del pensamiento numérico, se pudo reforzar, afianzar, ilustrar las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de enteros; las propiedades de adición y multiplicación, a través de mapas cognitivos. La gran mayoría de los estudiantes 72.72% pudo identificar los "pasos" que requerían llegar a la solución de un polinomio aritmético, a través de una mapa cognitivo (estudio del plan estratégico) y enlazar los diferentes operadores y signos de agrupación, de manera coherente en un diagrama numérico realizando los respectivos cierres con sus signos de forma satisfactoria. El resto, 27,28% de los estudiantes, persiste con las confusiones incorporados a su estructura mental, tales como: *al aaicionar enteros*

de signos diferentes, aplican la ley de los signos para la multiplicación.

Dentro de éstos estudiantes, se destaca la dificultad para enfrentar un polinomio aritmético que tenga muchos términos y signos de agrupación, al no decidir por dónde iniciar.

- La aplicación de la técnica aprendiendo juntos de Jonhson y colaboradores, contribuyó a que el trabajo se efectuara en colectivo, donde los estudiantes: se hacían preguntas constantemente, realizaban discusiones y decidían el plan estratégico a efectuar. La socialización de los trabajos construidos en equipo, despejó dudas, inquietudes y dejó aflorar los conflictos manifiestos en los estudiantes en la comprensión de las operaciones en los enteros.

RECOMENDACIONES

Los autores de la presente propuesta pedagógica, sugieren enfáticamente para la orientación de los polinomios aritméticos:

- Utilizar mapas conceptuales para determinar el plan estratégico que daría solución a determinado polinomio aritmético.
- Implementar recursos ilustrativos que permitan visualizar las conexiones y operaciones con sus propiedades axiomáticas como los Diagramas Numéricos, ya que permitieron en este caso a los estudiantes de 7° grado del colegio Gabriel García Márquez inducir-deducir, representar y dar solución a un polinomio.
- Aplicar y combinar estrategias flexibles para la promoción de aprendizajes significativos, en especial, de los organizadores previos, que permiten enlazar el conocimiento previo del estudiante, con la información recibida – o a recibir-.

BIBLIOGRAFÍA

BARRIGA ARCEO, Frida y HERNÁNDEZ ROJAS, Gerardo. Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo. Santafé de Bogotá: Mc Graw Hill, 1998.

CARULLA, Cristina y GOMEZ, Pedro. Sistemas de representación y mapas conceptuales como herramientas para la construcción de modelos pedagógicos en matemáticas. Santafé de Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa ASOCOLME, 2001.

COLOMBIA, M.E.N. Lineamientos Curriculares de matemáticas, Áreas obligatorias y fundamentales. Santafé de Bogotá: Editorial Magisterio, 1998.

COLOMBIA. MEN. Decreto Reglamentario 1860.

FLÓREZ OCHOA, Rafael. Evaluación pedagógica y cognición. Santafé de Bogotá: Mac Graw Hill, 1999.

GALLEGO BADILLO, Rómulo, PÉREZ M. Royman. Enseñanza de las ciencias experimentales. Santafé de Bogotá: Magisterio, 1997.

LONDOÑO, Nelson GUARÍN, Hugo. Dimensión matemática 7. Santafé de Bogotá: Editorial Norma, 1993.

MEN. Resolución 2343 de junio 5 de 1996: Lineamientos curriculares. Santafé de Bogotá, 1996.

SOCAS Martín et al. Iniciación al Álgebra. Barcelona España: Editorial Síntesis, 1996.

ANEXOS

ANEXO 1

LISTADO DE LOS ESTUDIANTES

No.	APELLIDOS Y NOMBRES	EDAD (años)
0171	Acosta Angélica	15
0271	Acosta Miriam	15
0371	Aguilar DINA	14
0471	Atencia Rosa	14
0571	Avilez Maira	13
0671	Balbutino Miguel	14
0771	Benítez Karen	14
0871	Castaño Viviana	12
0971	Hernandez Darlys	13
1071	Lara Yesica	13
1171	Martínez Luis	15
1271	Martínez Paola	15
1371	Meza Marlis	13
1471	Meza Meiter	13
1571	Muñoz Yanis	13
1671	Narváez Isela	15
1771	Ocampo Kelly	14
1871	Olmos Marla Luz	15
1971	Pérez Jhon	13
2071	Pérez Yeison	14
2171	Villalba Yeison	15
2271	Villamil Cristóbal	13

ANEXO 2

UNIVERSIDAD DE SUCRE
COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ
PRUEBA DIAGNÓSTICA EN LOS ENTEROS

Nombre _____ No. _____

Propósito: **Identificar algunas dificultades persistentes en el manejo de la ley de los signos y propiedades de las operaciones en los enteros.**

Resuelve individualmente las siguientes situaciones en los enteros:

1. Un automóvil recorre 37 m a la derecha del parqueadero y luego en la misma dirección retrocede 45 m. ¿A qué distancia se encuentra del parqueadero?. Efectúe un esquema.

2. Interpreta en una recta numérica, las siguientes adiciones:

- d. $5 + 6$
- e. $14 + (-7)$
- f. $(-1) + (-2)$

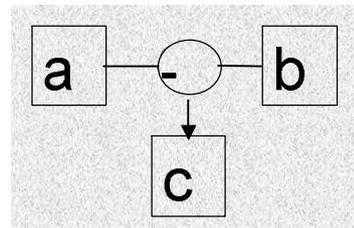
3. Suprimir los paréntesis de los siguientes polinomios aritméticos, efectuar las operaciones y determinar el resultado:

- a. $-15 + (-3) - (10) + (36)$
- b. $[28 - 17 + 220] - [-120 + 60]$
- c. $[-5 \times (-4 + 8)] \times (-1)$

4. En el diagrama, efectúa la operación indicada de izquierda a derecha, sabiendo que $a = 8$,

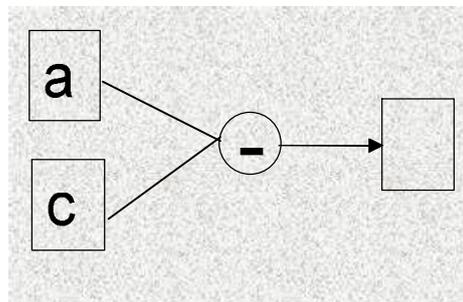
$b = -12$. El valor de c, es:

- a. -35
- b. -30
- c. -20
- d. +20



5. En el diagrama, $a = -1$, $c = -6$, al efectuar la operación de arriba hacia abajo el valor que debe estar en el cuadro final es:

- a. +5
- b. -4
- c. -8
- d. +16



ANEXO 3
UNIVERSIDAD DE SUCRE
COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ
TALLER DE INDUCCIÓN 1 (MAPAS CONCEPTUALES)

Nombre _____ Curso _____ Fecha _____

Propósito: Familiarizar a los estudiantes de 7° con mapas cognitivos.

Habilidades a desarrollar: Identificar, inducir, organizar, calcular, relacionar, comunicar y representar.

Estrategia de Enseñanza: Estructura Textual (Mapas Cognitivos).

MAPAS COGNITIVOS

Los mapas cognitivos son representaciones gráficas de información o conocimiento conceptual, esto permiten sintetizar, resumir, y apreciar rápidamente el contenido de un tema.

Dentro de los mapas cognitivos se encuentran:

- Los Mapas Semánticos
- Los Mapas Mentales
- Los Mapas Conceptuales

Dentro de los mapas cognitivos, en la propuesta a desarrollar haremos énfasis en los mapas conceptuales, motivo por el cual en el presente taller te invitamos a conocerlos con más detalle.

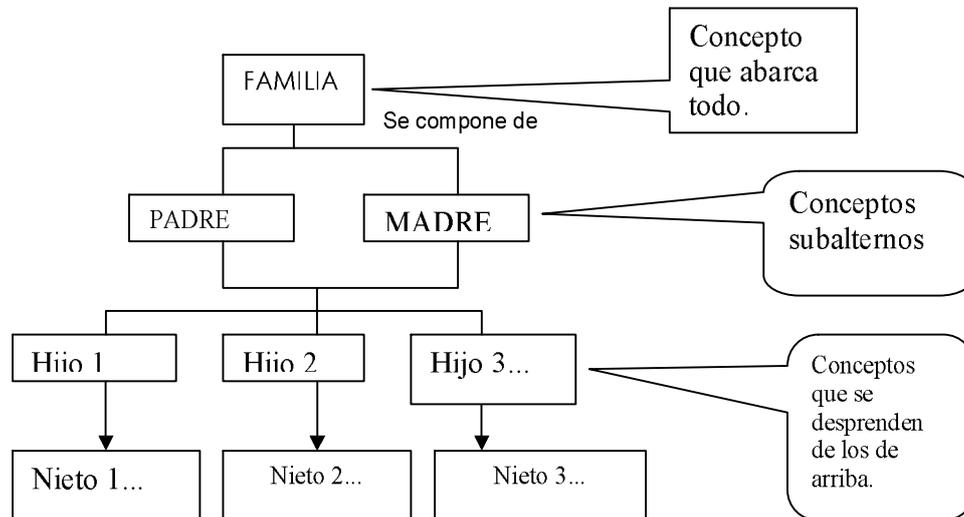
¿CÓMO ELABORAR UN MAPA CONCEPTUAL?

Se coloca el concepto de mayor amplitud o *termino abarcativo*, en la parte superior, de allí se desprenden los ramales que se van a ampliar. De cada uno de los conceptos se desprenden los *términos subordinados*, menos abarcativos, como si se tratara de una organización jerárquica.

Los conceptos se relacionan mediante conectores que pueden ser palabras o frases explicativas y flechas que indican el sentido semántica de los conceptos.

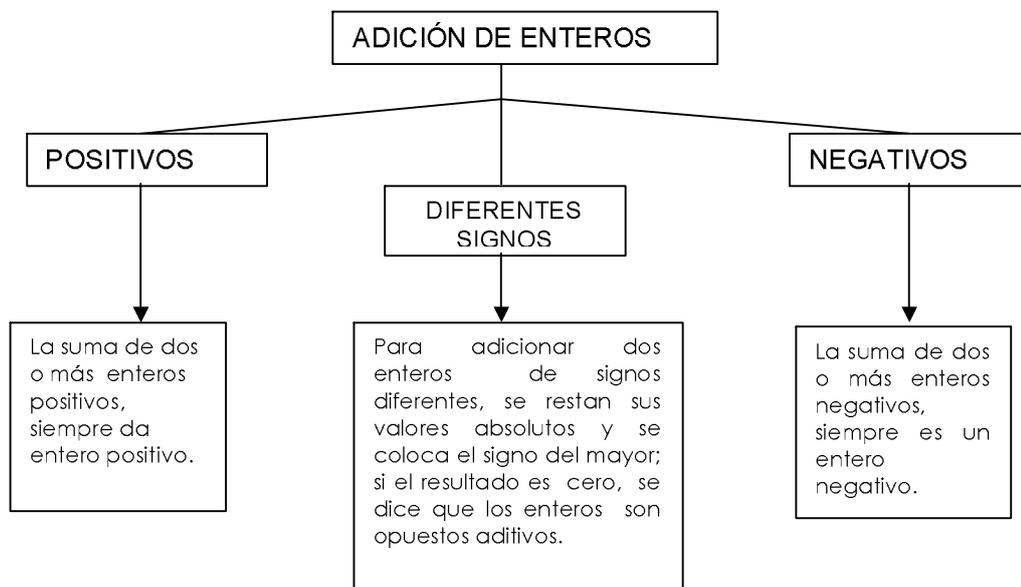
Ejemplo 1:

Una familia por lo general, se organiza así:

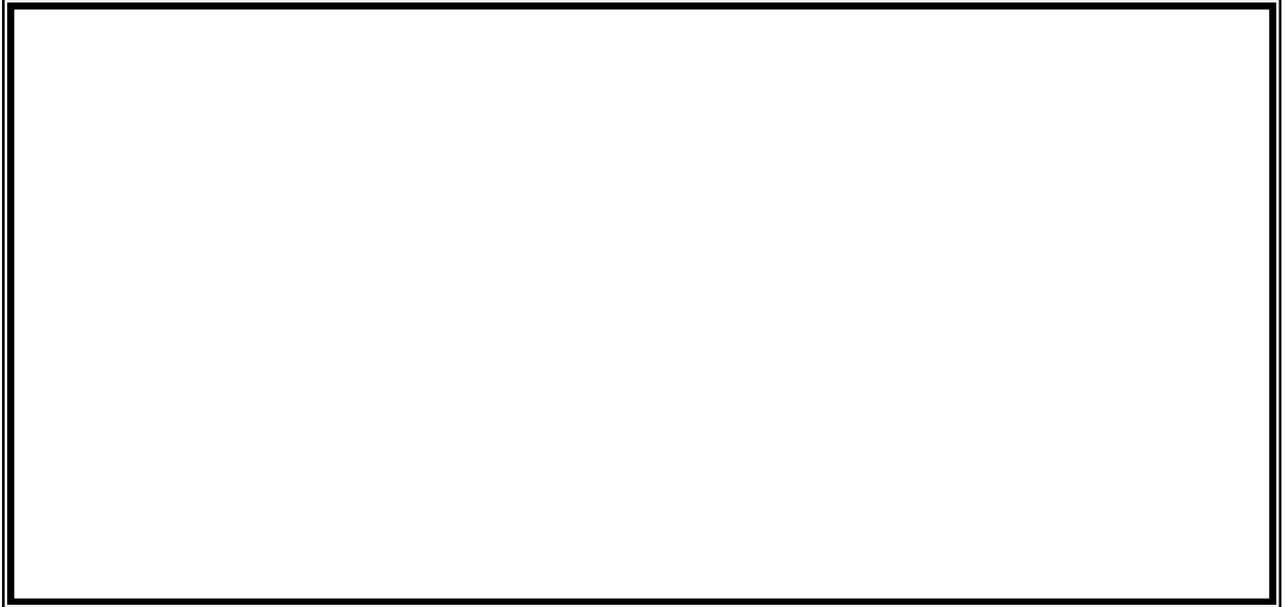


Ejemplo 2:

Con los conceptos ADICIÓN DE ENTEROS, POSITIVOS, NEGATIVOS Y SIGNOS DIFERENTES se puede elaborar el siguiente mapa conceptual:



Actividad.1 Con los CONCEPTOS NÚMEROS ENTEROS, DEFINICIÓN, REPRESENTACIÓN y APLICACIONES, elabora una mapa conceptual explicativo de los conceptos presentados.



ACTIVIDAD 2. Escoge un tema y elabora un mapa conceptual teniendo en cuenta las instrucciones dadas.



ANEXO 4

Universidad de sucre

COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ

TALLER DE INDUCCIÓN 2 (*PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS*)

Nombre _____ Grado _____ Fecha _____

Propósito: Orientar a los alumnos para la identificación de las propiedades de los números enteros.

Estrategias de Enseñanza:

- **Objetivos:**

- Orientación del Maestro: Explicará las propiedades de los números enteros.
- Desempeño del Alumno: Los Alumnos desarrollaran las guías utilizando textos de 7° de matemáticas.
- Evaluación : Por medio de la socialización del taller.

ORGANIZADORES PREVIOS:

- Preconceptos: Orientados hacia la comprensión de operaciones y propiedades.
- Nuevos conocimientos:
 - Propiedades de los números enteros.
 - Mapas conceptuales.

PREGUNTAS INTERCALADAS:

- Estas preguntas se harán permanentemente con el fin de verificar si están apropiando de los conceptos y despertar su interés

Requisitos: Textos de Matemáticas de 7 grado.

En las siguientes actividades se tendrán en cuenta los criterios establecidos en las estrategias seleccionadas:

ACTIVIDAD 1. Lee con atención las siguientes situaciones y realiza una interpretación de cada uno de ellas:

A.

En los Balcones Club se efectuó una integración entre los colegios de Corozal. En la maxiteca hubo luces, sonido, videos y rifas. A Javier, un estudiante gagamista, le tocó ir sólo, pues, actualmente no tiene con quien ir. Situándose en un sitio estratégico observó que los estudiantes del liceo Carmelo Percy sólo bailaban con estudiantes de la misma institución; lo mismo ocurría con los del Peztalozziano e inclusive, los estudiantes del "GAGAMA". Cuando llega el lunes a clase de matemáticas, su profesor le dice que la suma de dos enteros positivos da siempre un entero positivo y, la suma, de dos o más enteros negativos, siempre es un entero negativo. Esto se puede relacionar con lo ocurrido en el baile cuando los estudiantes corozaleros se integran.

B.

La señora Mayo, le dice a su nieta. ¡Prepárame unos patacones con queso!. Si su nieta le trae primero, el queso y luego los patacones, a ella le da lo mismo que le traigan primero los patacones, y luego, el queso. De todos modos está comiendo lo mismo. ¿Qué relación tiene esto con la propiedad conmutativa? De un ejemplo.

C.

Liz, Marco y Aury , amigos, confidentes acostumbran salir a divertirse los domingos. Marco camina a veces, abrazando a Liz, y Aury camina independientemente. Cuando Marco ve a lo lejos a su chica, abraza rápidamente a Aury.; y Liz, camina suelta. De todas maneras, los tres van caminando juntos en su divertido paseo.

Ahora, si tienes tres términos, por ejemplo, $-2 + 1 + (-7)$, que anda como los socios Lis, Marco y Aury, ¿cómo se adicionarían?

D.

Liz le dice a Aury: ¡Compré en el almacén Carmencita, un jeans Bossi; compré en el almacén Carmencita, un suéter Alberto VO5. Aury fastidiada de tanta vanidad, le dijo: Liz, por qué mejor no dices: ¡Compré en el almacén Carmencita un jeans Bossi y un suéter Alberto VO5.

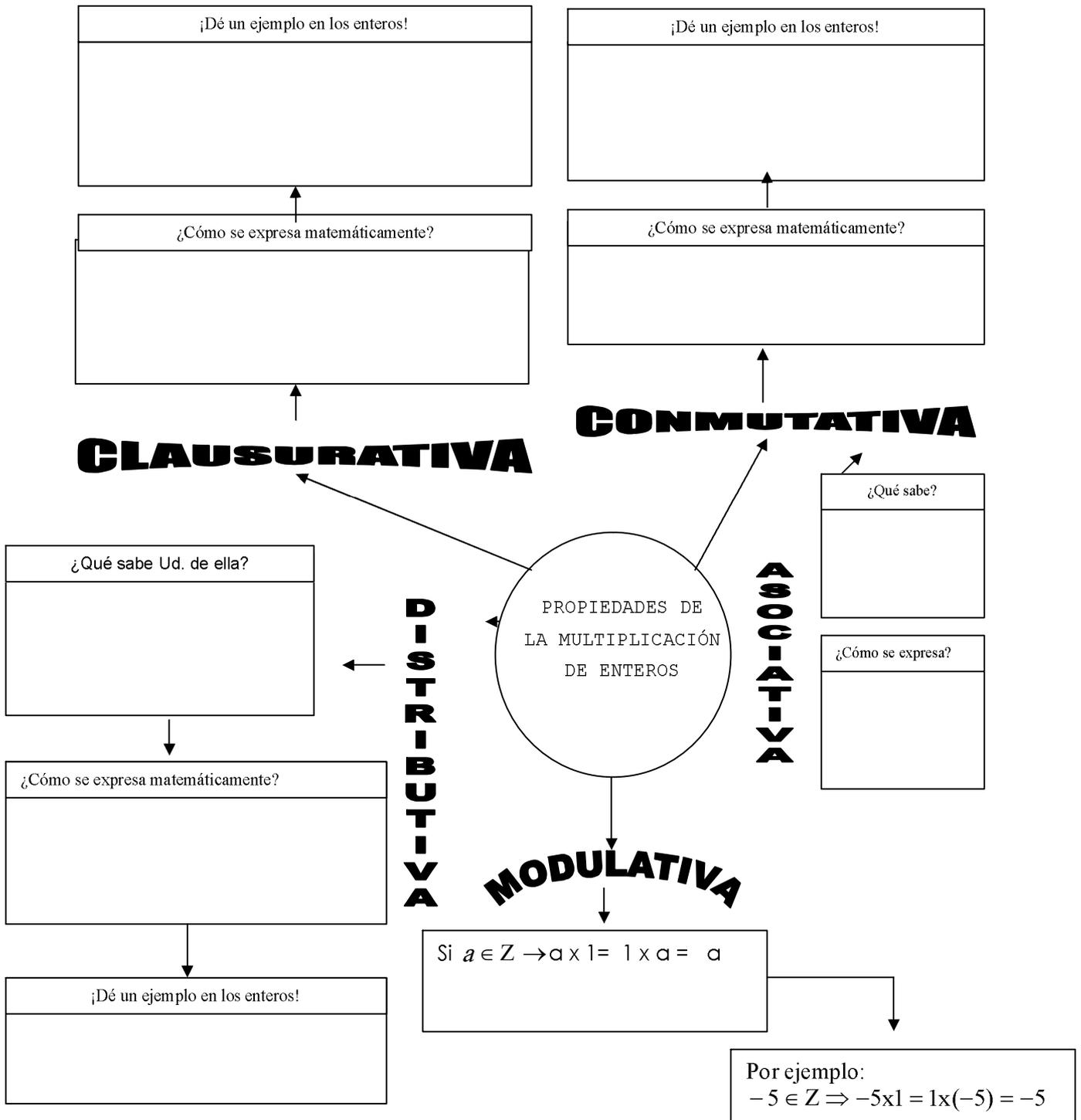
Ahora, si compró dos de estas cosas que cuestan cada una \$45000 y \$28.000, respectivamente, la situación planteada por Liz, quedaría: $2 \times 45000 + 2 \times 28000$ que es igual a $90000 + 56000 = \$146000$. Según Aury, es lo mismo que decir, $2 \times (45000 + 28000) = 2 \times 73000$ que es igual a \$146000.

E.

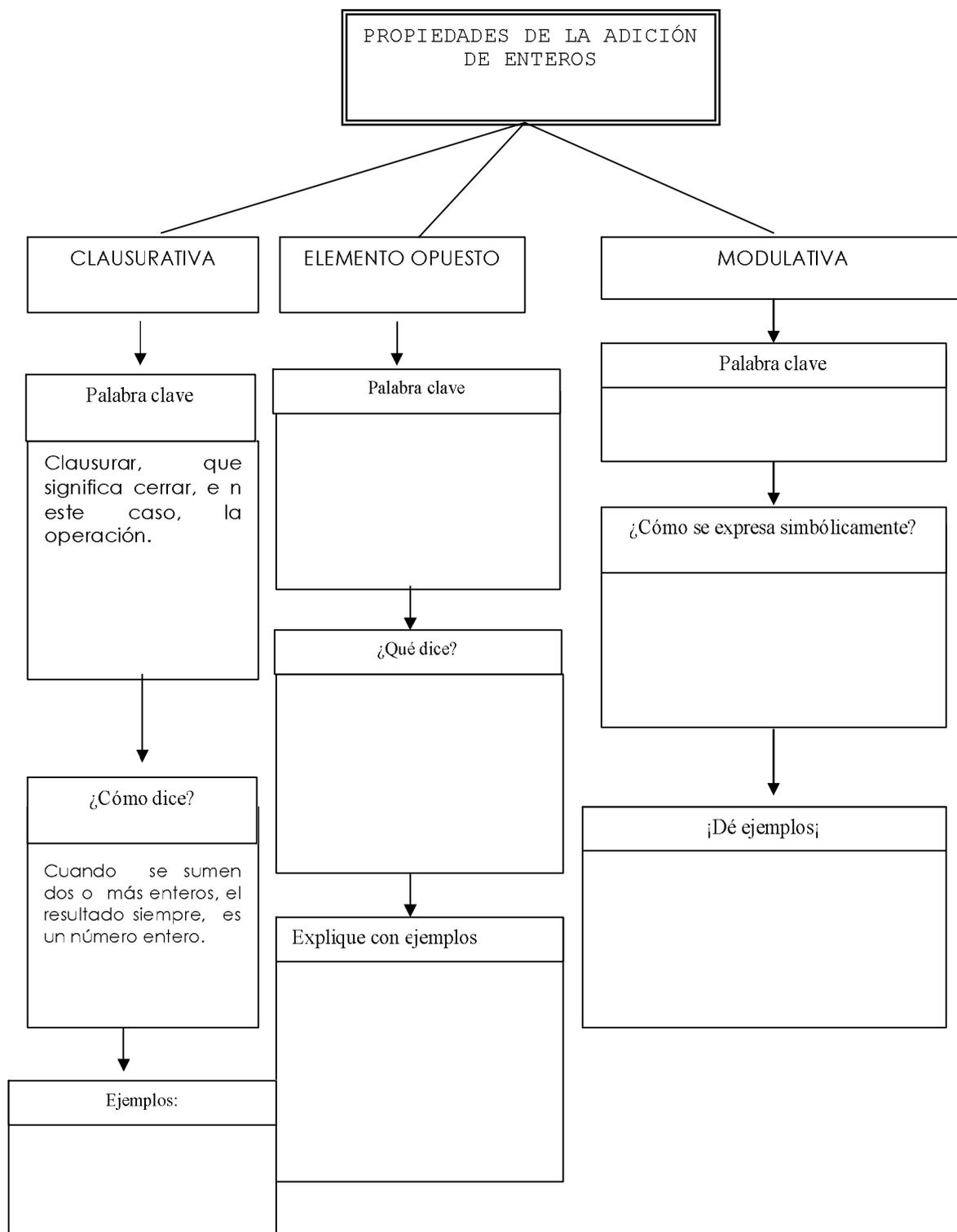
En clase de geografía, el profesor Yarumo explica a sus estudiantes, que: "...los corregimientos están incluidos en municipios, a su vez los municipios están incluidos en departamentos, y los departamentos están incluidos en un país".

Si los "corregimientos" representan a los paréntesis, los "municipios" a los corchetes y, el "pais", las llaves, ¿qué utilidad tiene cada signo de agrupación en la asociación de términos?

ACTIVIDAD 2: De acuerdo a lo consultado en texto; completa el siguiente mapa cognitivo:



ACTIVIDAD 3: Observa detenidamente el siguiente mapa conceptual: ¡Complétalo!



ANEXO 5
UNIVERSIDAD DE SUCRE
COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ
TALLER DE INDUCCIÓN 3. DIAGRAMAS NUMÉRICOS

Nombre _____ Grado _____ Fecha _____

Propósito: Familiarizar a los estudiantes con la elaboración de diagramas numéricos para la resolución de polinomios aritméticos.

Estrategias de enseñanza:

• **Objetivos:**

- Orientación del maestro: Explicará acerca de polinomios y diagramas numéricos
- Desempeño del alumno: Los alumnos se apropiaran de los conceptos y desarrollaran las actividades
- Evaluación: Revisión de cada uno de las actividades del taller

• **Estructuras textuales:**

- Polinomios aritméticos
- Diagramas numéricos

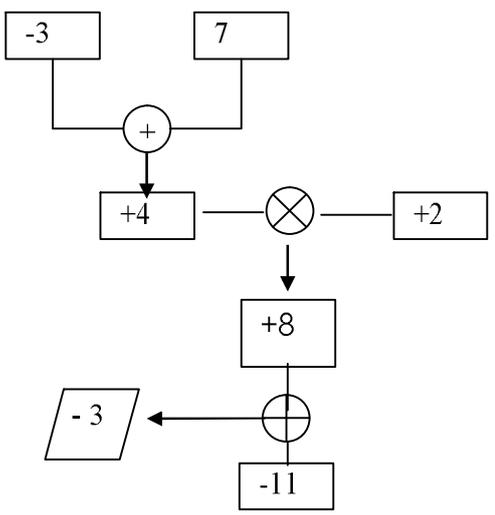
¿QUE ES UN POLINOMIO ARITMÉTICO?

Cuando se presenta un conjunto de términos, enlazados mediante operaciones donde se incluyen signos de agrupación, se forma lo que se conoce como Polinomio Aritmético; que se pueden ilustrar mejor mediante diagramas numéricos.

Los diagramas numéricos: son representaciones gráficos; que sirven para demostrar una proposición geométrica, resolver un problema o expresar de forma lógica o grafica la variación de sucesos.

Ejemplo 1

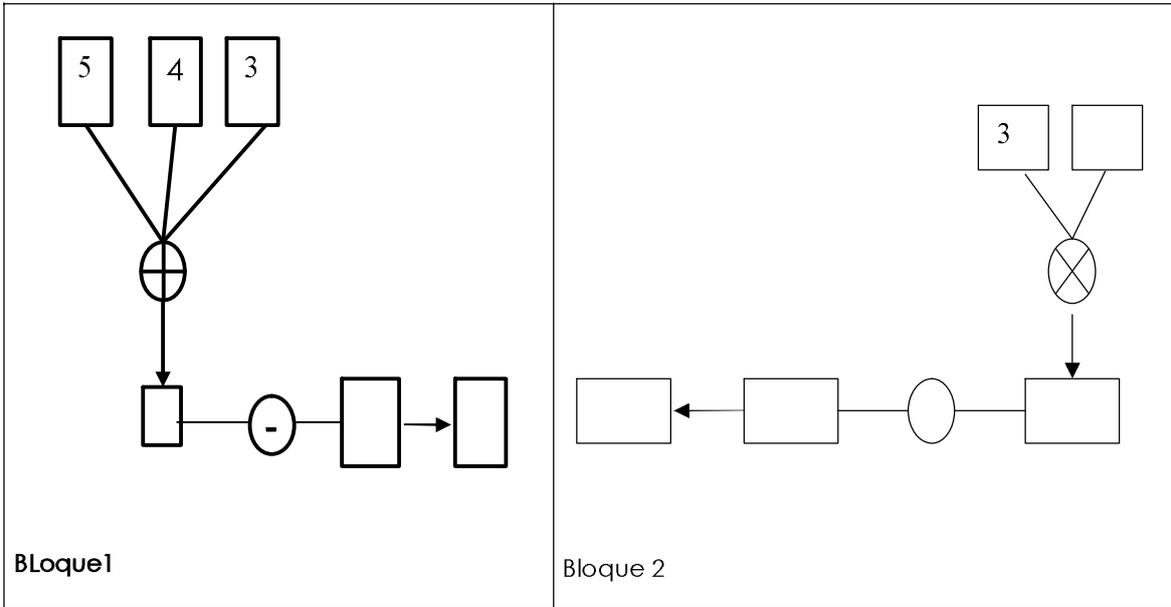
A partir del polinomio: $\{2 \times (-3+7)+(-11)\}$ se puede hallar la correspondiente solución mediante el siguiente diagrama numérico:

<p>Ten en cuenta, que para solucionar un polinomio aritmético, se eliminan primero, los paréntesis, luego, los corchetes y, por último, las llaves, teniendo cuidado con las propiedades y la ley de los signos.</p> <p>Para el diseño de un diagrama numérico, en las tarjetas se escriben los números enteros y en los círculos las operaciones. El resultado se presenta en un paralelogramo. Las flechas indican el sentido en que se aplican las operaciones.</p>	 <p>The diagram illustrates the evaluation of the expression $\{2 \times (-3+7)+(-11)\}$ using numerical cards and operation symbols. It starts with two cards, -3 and 7, which are added together (+). The result, +4, is then multiplied by 2 (x). The next step is adding -11 (+) to the result, +8. Finally, the result, -3, is presented in a parallelogram.</p>
--	---

Actividad 1

Complete cada una de los bloques y organiza el diagrama general que da solución al

siguiente polinomio aritmético: $\{[(5+4+3)-3]+[(3 \times 6)-(-4)]\}$.

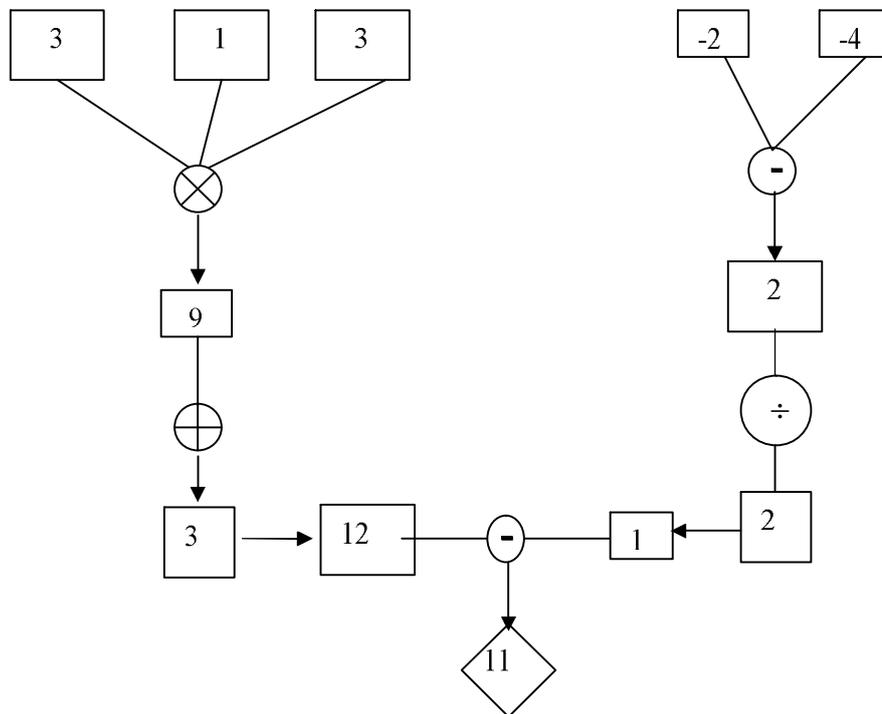


ACTIVIDAD 2.

1. Resuelve el siguiente polinomio mediante un diagrama numérico:

$$[(-6+(-3))] \times [8+(-4)]$$

2. A partir del siguiente diagrama numérico, deduce el polinomio correspondiente:



Polinomio correspondiente:

ANEXO 6

FORMATO 1

UNIVERSIDAD DE SUCRE
COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ DE COROZAL
CONSTRUYENDO DIAGRAMAS NUMÉRICOS

NOMBRES		EDAD	

INSTRUCCIONES	<ul style="list-style-type: none">• Analizar detenidamente el polinomio aritmético e identifica los bloques con letras o números relacionados con el orden en que se van a realizar las operaciones.• Elabora tu diagrama numérico.
---------------	--

POLINOMIO ARITMÉTICO A DIAGRAMAR

$$\{[8 - (-4)] - [-2 - 15]\} - \{[-12 + 14] + [-12 - 1]\}$$

Elabora un mapa conceptual que explique la forma para resolver el polinomio

Elabora el diagrama numérico que soluciona el polinomio aritmético

ANEXO 7

FORMATO 2

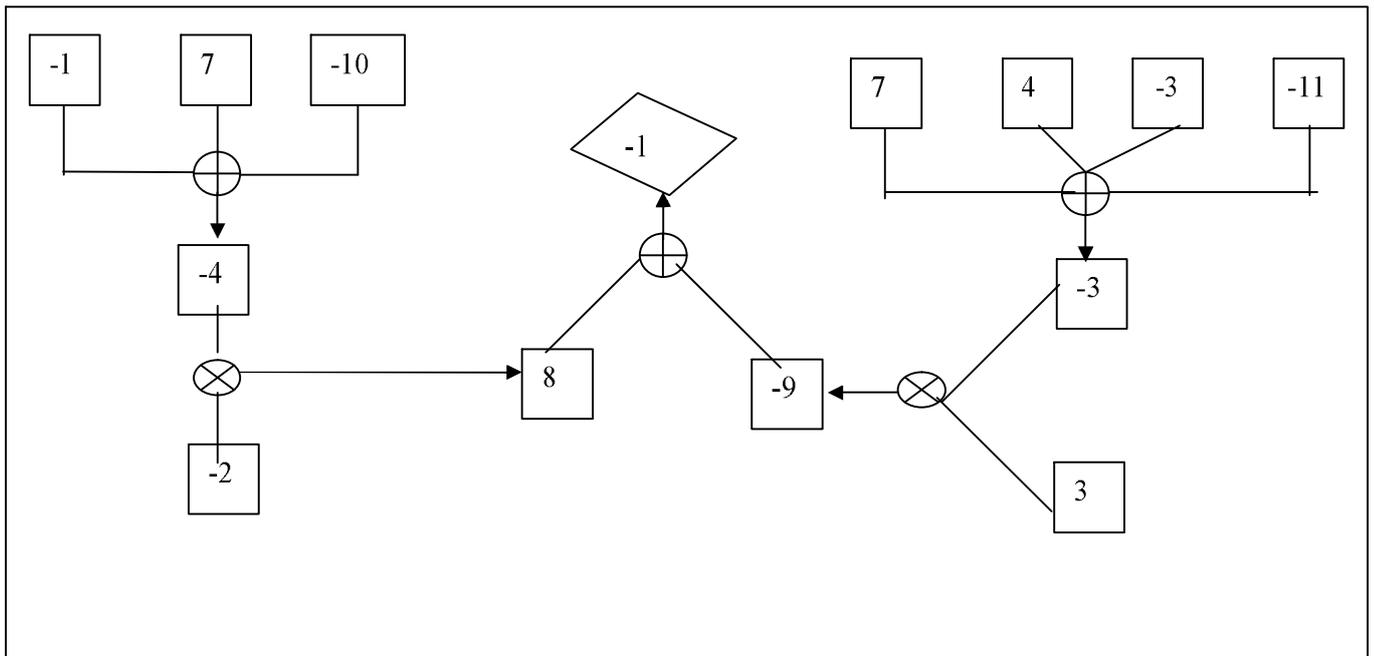
UNIVERSIDAD DE SUCRE
 COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ
 INTERPRETO DIAGRAMAS NUMÉRICOS

NOMBRE		EDAD	
--------	--	------	--

INSTRUCCIONES	Analiza detenidamente el diagrama numérico y deduce el polinomio que representa
---------------	---

ADICIÓN	SUSTRACCIÓN	MULTIPLICACIÓN	PARÉNTESIS	CORCHETE	LLAVE
+	-	X	()	[]	{}

EL POLINOMIO QUEDA:



ANEXO 8. FORMATO 3
 UNIVERSIDAD DE SUCRE
 COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ DE COROZAL
 ¡SOMOS CREATIVOS!

NOMBRE	FECHA	CURSO																		
<p>INSTRUCCIÓN 1: Plantea de manera libre un polinomio aritmético en los enteros →</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%; margin-top: 5px;"></div>																				
<p>INSTRUCCIÓN 2: Construye de manera creativa el diagrama numérico que representa el polinomio aritmético en los enteros →</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">○</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">↗</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">◻</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">{ }</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">[]</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">()</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">-</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">+</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; text-align: center;">/</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">x</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">□</td> <td></td> </tr> </table> </div>			○	↗	◻	{ }	[]	()	-	+	/							x	□	
○	↗	◻	{ }	[]	()	-	+	/												
						x	□													
<p>INSTRUCCIÓN 3: Participa en el concurso del mejor y más creativo diagrama numérico elaborándolo en una cartulina</p>																				

ORIENTADORES: Lisbeth Martínez y Amaury Arrieta

ANEXO 9

UNIVERSIDAD DE SUCRE COLEGIO GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ

INTERPRETACIÓN DE SITUACIONES-PROBLEMA REFERIDAS A POLINOMIOS ARITMÉTICOS

Nombre: _____ No. _____

Propósito: Resolver algunas situaciones aplicando mapas conceptuales y diagramas numéricos.

- Lee atentamente las situaciones que se presentan.
- Ten en cuenta que, la **consignación** aumenta tu saldo, es decir, el capital crece o es POSITIVO, EL RETIRO disminuye tu saldo, es decir, tiene signo NEGATIVO.
- La suma de todos los movimientos con sus respectivos signos te arroja el SALDO.
- Organiza el polinomio aritmético que arroja el saldo.
- Utiliza un diagrama numérico correspondiente e identifica en él, las soluciones a las preguntas 1 y 2.

Situación 1. En el sistema bancario se pueden efectuar por vía electrónica, telefónica o directa, dos tipos de transacción: La consignación, cuando deposita o acumula dinero en una cuenta corriente o de ahorro y, el retiro o giro, cuando Ud. Solicita sus aportes.

Teniendo en cuenta lo anterior, analiza el caso del señor Pérez, quien realiza en su cuenta bancaria los siguientes movimientos:

Consigna su prima semestral de \$750.000, el lunes.

El martes retira, \$180.000.

El jueves consigna \$97.000.

El viernes gira un cheque por \$ 220.000.



1. ¿A cuánto asciende las consignaciones y los retiros?



2. ¿Cuánto dinero le queda en el banco?, ¿Cuál es su saldo?

Situación 2. Un ciclista realiza tres recorridos sobre una misma línea recta. El primero es de 8 Km hacia el frente del punto de partida. El segundo es de 25 km hacia atrás del punto de llegada del primer recorrido. El tercero, y último fue 17 km hacia delante del punto de llegada del segundo recorrido. Al final de los tres recorridos:



¿Queda el ciclista delante o detrás del punto de partida?



¿A qué distancia?

Organiza el diagrama numérico correspondiente e identifica en él, la solución a las preguntas planteadas.

EVIDENCIAS FOTOGRAFÍAS

