

**USO DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS ENCAMINADAS A
DESARROLLAR FORMAS DE USO E INTERPRETACIONES
ADECUADAS DEL SIGNO IGUAL**

NADID ROBLES GARCIA

UNIVERSIDAD DE SUCRE

SINCELEJO – SUCRE

2006

**USO DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS ENCAMINADAS A
DESARROLLAR FORMAS DE USO E INTERPRETACIONES
ADECUADAS DEL SIGNO IGUAL**

NADID ROBLES GARCIA

Director: JAIRO ESCORCIA

UNIVERSIDAD DE SUCRE

SINCELEJO – SUCRE

2006

NOTAS DE ACEPTACIÓN

PRESIDENTE DEL JURADO

JURADO

AGOSTO 1 DEL 2006

JURADO

Dedicatoria

Al Todo poderoso dedico este esfuerzo porque gracias a Él ha sido posible su realización .

A mi esposa Maira, a mis hijos Jesús Nadid y Esteban David, ellos son la razón que ha puesto el Señor para todos mis esfuerzos en el excelente y largo camino de la vida.

A mis padres Cristina y Manuel por el apoyo constante que me brindaron.

A mis familiares y seres queridos por las voces de alientos y constante apoyo en mis esfuerzos.

Agradecimientos

A Dios todo poderoso por permitirme la fuerza de voluntad y los medios que hicieron posible la realización de este trabajo.

A mi director Jairo Escoria Mercado por la orientación que me brindo al momento de escoger la herramienta que me permitieron desarrollar con éxito este trabajo.

A la Universidad de Sucre por la oportunidad brindada para alcanzar la meta de ser profesional de la educación

Al departamento de matemáticas y física por permitirme formarme como maestro en el área de matemáticas.

En fin a todas aquellas personas que de una u otra forma se involucraron y colaboraron con la realización de este trabajo.

**Únicamente el autor es responsables de las ideas
expuestas en el presente trabajo (resolución 02 del 2003).**

TABLA DE CONTENIDO

	PAG
INTRODUCCION	9
1 PROBLEMA	12
1.2 PLANTEAMIENTO Y FORMULACION DEL PROBLEMA	12
2 OBJETIVOS	15
2.1 GENERAL	15
2.2 OBJETIVOS ESPECIFICO	15
3 JUSTIFICACION	16
4 MARCO TEORICO	19
4.1 ANTECEDENTES	19
4.2 BASES TEORICAS	21
5 FORMATO PARA OBTENER POSIBLES INTERPRETACIONES O USOS DEL SIGNO IGUAL	29
5.1 CLASIFICACION	29
5.2 CUESTIONARIO	30
5.3 EL POR QUE DE CADA ITEM	32
5.4 ANALISIS DE RESULTADOS Y PRESENTACION DE DATOS	33
5.4.1 ESQUEMA CONVENCIONAL PARA LA PRUEBA APLICADA	35
5.4.2 ESQUEMA PORCENTUAL DADO POR LAS RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES	37
5.5 ANALISIS DE DATOS DE LA PRUEBA APLICADA A LOS 30 ESTUDIANTES DEL GRADO SEPTIMO DE ACUERDO AL CUADRO PORCENTUAL	38
5.5.1 SIGNO IGUAL COMO OPERADOR	38
5.5.2 SIGNO IGUAL COMO SIMBOLO RELACIONAL	40
5.5.3 EL SIGNO IGUAL IGNORADO	41

5.5.4	EL SIGNO IGUAL COMO RELACIÓN DE EQUIVALENCIA	41
5.5.5	EL SIGNO IGUAL COMO SIMBOLO ASIMÉTRICO	43
5.5.6	NO CLASIFICABLE	43
6	METODOLOGIA	44
7	ESTRATEGIAS	45
7.1	APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS	59
7.2	CUESTIONARIO	61
7.3	ANALISIS DE LOS RESULTADOS DESPUES DE APLICADA LAS ESTRATEGIAS	62
8	CONCLUSIÓN	70
9	BIBLIOGRAFÍA	72

INTRODUCCION

En el desarrollo de una clase a un grupo de estudiantes de Séptimo le pedí el resultado de operaciones aritméticas donde interviene en forma notoria el sino igual en operaciones como la siguiente $2 + 3 = \square + 2$, lo relevante es que los alumnos no miran el signo igual como una relación de equivalencia, sino como necesidad de cierre, es decir, inmediatamente dan el resultado de la operación indicada al lado izquierdo de la igualdad. El hecho de dar el resultado después del signo igual y no detenerse a mirar si se trata de equilibrar una relación de equivalencia, es una característica que es reflejada con mas transcendencia en alumnos en alumnos que cursan grado séptimo, llegando también a grados Superiores.

Decidí socializar lo notado anteriormente a un grupo de compañeros en el área de matemáticas, que interaccionan con alumnos de séptimo grado en otras instituciones, coincidimos en anotar que las mismas dificultades que tenían los alumnos de séptimo en la institución donde me desempeño también existían en sus homólogos en otras instituciones. Esto me ha permitido el desarrollo de una propuesta, de trabajo con la cual se pretende determinar algunas estrategias que posibiliten la interpretación y el uso correcto del signo igual en la solución de polinomios aritméticos. La necesidad de mostrar características

de las interpretaciones y usos del signo igual, puede dotar al alumno, de aritmética hacer uso adecuado de este signo. Los lineamientos curriculares del M.E.N¹ relacionan este uso en el planteamiento y resolución de problemas.

Está propuesta está basada en algunos estudios realizados por Moros y otras (1997) como: “Dificultades en la Interpretación o Usos del Signo Igual en Alumnos de Quinto Grado”. Donde mostraron esta dificultad en los alumnos de quinto y se hizo referencia al signo igual como operador, como símbolo relacional, como signo ignorado.

Behr, Erlwanger y Nichols (1976 y 1980), estudios realizados en 1976 con niños de primero a sexto, sobre interpretaciones dadas a expresiones con igualdades, destacaron que asumen el signo igual como una “Señal para hacer algo”.

Camargo Leonor (1994) “Errores de Significado y uso de la igualdad en estudiantes de educación básica secundaria”. Algunos de estos errores son : la necesidad de cierre donde no existe, operador inmediato, otros.

1 Ministerio de Educación Nacional

VERGNAUD (1995) “Problema de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias”

Esperamos que el análisis a realizar se constituya en herramienta indispensable para el docente del área de matemáticas.

1. PROBLEMA

1.1. DESCRIPCIÓN

En el manejo del signo igual (=) se pueden presentar errores que causan dificultad a los alumnos durante los estudios primarios y que luego trascienden a los otros niveles sino son resueltos al iniciar la básica secundaria, que le permita diferenciar el uso adecuado del signo igual en la solución de situaciones problemáticas provenientes de la cotidianidad, de las matemáticas o de otras ciencias. Por ejemplo, dado cualquier conjunto de objetos se puede ordenar este conjunto en subconjunto así; {monedas en mi bolsillo}, pueden ordenarse en subconjuntos de monedas que poseen el mismo valor. {botes de pinturas} pueden ordenarse en subconjuntos del mismo color.

A lo largo de toda la primaria con base en la forma como se presentan las tablas de sumar, restar, multiplicar, y dividir, va introduciendo al niño en unos esquemas que limitan a ver una expresión aritmética como la búsqueda de un resultado inmediato memorístico sin el más mínimo análisis de la expresión y elementos que la constituyen.

En quinto grado, se pierde una gran oportunidad cuando se ve el tema de las igualdades, por la falta de relación con el contexto que el estudiante vive, para que él se dé cuenta que un problema se puede sintetizar a

través de una ecuación, luego la solución de la ecuación a través de la aplicación de las propiedades uniforme, analizando la ecuación de forma total identificando los elementos y términos que la conforman e interpretando y explicando las propiedades que cumplen las operaciones básicas. Llegamos a la solución de la ecuación que es también la solución del problema.

En clases de matemáticas se pidió que resolvieran polinomios de la forma $5+7= \square$ buscar el numero que hace falta en cada caso, así, $5+7= \square +2$; $12+1= \square +3$, cuando resolvieron los polinomios colocaron en el recuadro el valor de la primera expresión que encontraron, causando un desequilibrio en la igualdad dejando ver que no analizaron la expresión y el significado del signo igual.

Estos usos inadecuados del signo igual que se presentaron en sexto grado y que el profesor sigue adelante desarrollando temas donde intervienen el uso del signo igual sin detenerse a analizar el nivel de comprensión del Estudiante, nos llevan a plantearnos una pregunta:

¿Qué estrategias didácticas implementar en procura de interpretaciones y uso correcto del signo igual en los polinomios aritméticos?.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar algunas estrategias didácticas que permitan la interpretación y uso correcto del signo igual.

2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Analizar las estrategias didácticas utilizadas tradicionalmente en la enseñanza de matemáticas en 5º y 6º.
- Comparar resultados obtenidos por partes de los estudiantes beneficiados en cuanto al uso e interpretación del signo igual, antes y después de aplicadas las estrategias propuestas.

3. JUSTIFICACIÓN

Los alumnos de séptimo grado del Liceo Evangélico Interamericano de la ciudad de Magangue, han presentado dificultades en usar adecuadamente el signo igual, se hace importante tratar este problema en forma particular en este grado, razon por la cual este trabajo se encamina a diseñar estrategias para clarificar conceptos que le permitan al estudiante usar en forma adecuada el signo igual y evitar problemas que trascienden del bachillerato a la universidad si no son clarificados a tiempo. Estos problemas tienen su manifestación a medida que los estudiantes avanzan en los grados, causando dificultad cuando hacen extrapolación del conocimiento en otras ciencias, un mal uso del signo igual, una mala interpretación que puede generar dificultades en el aprendizaje de otros conceptos matemáticos fundamentales.

Se observa en los cursos superiores y de primer año en el nivel superior cuando se pregunta por el resultado de operaciones como las siguientes:

$$X^2 + X = \boxed{}$$

Lo sorprendente en este caso es que la gran mayoría de los encuestados da como resultado $2 X^2$ lo que deja mucho que decir sobre todo las dificultades en

el uso del signo igual. En la enseñanza de la básica primaria deben ser corregidos para evitar dificultades más adelante. En un diálogo informal con docentes de matemáticas del grado séptimo de otras instituciones dejan ver lo importante que es realizar este trabajo, para proporcionarle estrategias pedagógicas que le faciliten obtener mejores resultados en el manejo del curso. Se cuenta con la disponibilidad del tiempo necesario para su desarrollo, así como también el apoyo de la institución, cuerpo docente, bibliografía necesaria en bibliotecas, Internet y orientación de especialistas en la Universidad de Sucre.

A lo largo del desarrollo de éste trabajo se beneficiarán los alumnos de séptimo grado del Liceo Evangélico Interamericano, se le dará participación a otras instituciones beneficiándolas con los resultados que se obtengan en el mejoramiento de sus actividades pedagógicas, a nivel de seminarios e información escrita.

Viabilidad: La Institución apoyará en forma incondicional la ejecución de este proyecto, porque le representa un gran mejoramiento en su calidad educativa y

proyección a la comunidad cuando plantea alternativas de solución a un problema de aprendizaje.

Pertinencia: Para el avance del mejoramiento pedagógico es de suma importancia abordar este tema, con la perspectiva de dar unas alternativas de solución al problema de interpretación y uso del signo igual, de la misma forma generarles estrategias didácticas que ayuden al docente en ejercicios a guiar adecuadamente la interpretación y usos del signo igual.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. ANTECEDENTES:

En el campo de la investigación de la equivalencia en su uso, se cuenta con estudios como los de Skemp y Vergnaud (1995) y a nivel nacional tenemos Dora Castillo y Gilberto Jiménez (1998) Santa fe de Bogotá D.C.

Los estudios que se tienen amplían la teoría que manejan los educadores y posibilitan el trabajo para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en este tema al momento que crecen los métodos de la enseñanza matemática.

En el trabajo “**Dificultades en la Interpretación o Usos del Signo Igual en Alumnos de Quinto Grado. Un Estudio Exploratorio**” realizado por Moros y otros (1997) hace énfasis en las investigaciones de Behr, Erlwanger y Nichols (1976 y 1980), en un estudio que realizaron en 1976 con niños de primero a sexto año, sobre interpretaciones dadas a expresiones con igualdades, donde observan que los niños interpretan el signo igual como orden de realizar algo.

Herscovies and Kieran (1980) plantean que estudiantes de secundaria tienen una tendencia a ver que las operaciones, se ordenan al lado izquierdo y el resultado se escribe al lado derecho del signo igual.

Adda (1982) y Hughes (1986) plantean el siguiente significado que suele asociarle al signo = en contextos aritméticos, utilizado por personas adultas, y en (1997) Camargo, encuentra que prevalece el uso del signo igual como operador en estudiantes de secundaria, también se encuentra el trabajo realizado por Dora Castillo y Gilberto Jiménez en (1998) “Interpretaciones y usos del signo igual en estudios en los grados quintos y séptimo de educación básica”. Donde mostraron un análisis comparativo de los grados quinto y séptimo donde enfatizaron:

- signo igual como operador
- signo igual como símbolo relacional
- signo igual ignorado
- signo igual como relación de equivalencia
- signo igual como símbolo asimétrico.

4.2. BASES TEORICAS

- **Pensamiento Matemático:**

Un problema matemático es aquel que desencadena una serie de procesos y estructuras lógicas, en la cual uno de los anteriores sean esquemas y algoritmos adecuados en el proceso de resolución del problema.

El pensamiento matemático es muy amplio, la estructura lógica cuando un polinomio de la forma $a + x = b$ es solucionado, tiene una característica, el lector por lo general deduce el realizar algo, sin darle la interpretación adecuada a signo igual; esto se da por los esquemas que vienen desde la primaria hasta la secundaria y trascienden hasta la universidad por no haber sido clarificado al inicio de la vida académica.

RELACIÓN DE EQUIVALENCIA:

Una relación R en un conjunto A es una relación de equivalencia si:

- R es reflexiva, esto es para todo $a \in A$, $(a, a) \in R$
- R es simétrica, esto es $(a, b) \in R$ implica $(b, a) \in R$.
- R es transitiva, esto es $(a, b) \in R$ y $(b, c) \in R$ implican $(a, c) \in R$.

La formalidad en las definiciones de la relación de equivalencias en los libros de matemáticas, no está al alcance de personas que no hayan tenido contacto con este concepto por ser abstracto, el concepto de equivalencia no permite ser asimilado por niños, por eso se hace necesario tratar la temática desde los primeros grados en forma ascendente, de acuerdo al desarrollo infantil y su vida cotidiana.

Skemp (1993) propone como significado lo siguiente “Vale lo mismo para un cierto propósito o un cierto sentido”.

Es claro que el niño trabaja la relación de equivalencia en situaciones cotidianas al hacer comparaciones entre elementos que se hallan en su medio. Es entonces como establece criterios de clasificación dando cualidades a conjuntos y de manera intuitiva forma equivalencias entre ellos.

El uso que el niño le da a la equivalencia en situaciones cotidianas posibilita la apropiación, esto se observa cuando el niño hace caracterización en clases de conjuntos.

En el libro escrito por Vergnaud² (1991, pág. 35) titulado “El niño, las matemáticas y la realidad problemas de la enseñanza en la escuela primaria” expone lo siguiente: “Estas permiten poner en una misma clase los elementos entre los cuales existe una relación de equivalencia y forma así clases ajenas”. El trabaja la equivalencia a partir de la formación de clases al colocar a unos elementos en una misma clase mediante criterios establecidos y que algunos textos de estudio aparecen con el nombre de proporciones lógicas.

La presentación formal del concepto de equivalencia no permite la asimilación de los niños, por tanto se hace necesario tomar la temática desde los primeros grados en forma secuencial.

• **LA IGUALDAD**

La igualdad relaciona cantidades del mismo valor a izquierda y derecha del signo igual.

² Vergnaud, p 35, Problema de la Enseñanza de la matemática en la escuela primaria

La consideración de Vergnaud (1995) es “Una relación particular de equivalencia” la cual cumple con las propiedades transitivas, simétricas y reflexivas.

Vergnaud (1995) expresa. “..., tiene la particularidad adicional de afirmar que lo que esta a la derecha del signo de igualdad no es otra cosa que lo que esta a la izquierda no afirma solo una equivalencia sino también una identidad”.

Además él considera la igualdad como una identidad así “Solo existe un objeto evidentemente idéntico así mismo desde el punto de vista de todas las propiedades posibles” (Pág. 41); por tanto la igualdad como una identidad representa en sus dos miembros el mismo valor, también representa la ecuación como una igualdad con incógnita.

• USOS DEL SIGNO IGUAL

Para los estudiantes desde la básica primaria hasta la universidad el signo igual no tiene la función de símbolo de relación ni de equivalencia.

Moros y otro plantean que:³

³ Moros y otros (1997), pág 14 y 22

Entre las posibles dificultades están aquellas que se generan al utilizar el signo igual solo como una orden para realizar algo, como lo reportan Behr et al (1980) y Kieran (1981), quienes señalan que los niños consideran que a la izquierda del signo se encuentran las órdenes a ejecutar y a la derecha los resultados.

Por ejemplo Austin y Howson plantean que en expresiones como: $8-6=2$ este símbolo se traduce como “quedan” y en $3+5=8$ como “hacen” “son” “resultan”, los niños suelen añadir más significados a saber “lo mismo” “da”, “equivale”, etc. Tomando el signo “=” como indicador de resultado de una acción (p.c.. el niño al interpretar la expresión $4+5=5+4$ no lo ve como una relación sino como la indicación de hacer algo $4+5=5+4=9$).

Para Diekson y sus colegas (1980 p. 380) estos hechos revelan que “los niños son iniciados con las sumas en edades tempranas, cuando el maestro se ve obligado a traducir $2+3=5$ mediante frases como”2 y 3 hacen 5 para poder dar significado al simbolismo. El niño persiste después con esa verbalización, por ser improbable que en una etapa posterior se vea concientemente forzado reexaminar y reinterpretar el significado de estos símbolos”.

Keiran⁴ (1981 p 318 – 319) al indagar sobre las interpretaciones que dan los de segundo y sexto grado a las expresiones con igualdades plantea:

Al entrar a la escuela los niños tienen una sólida institución acerca de la adición y sustracción. (Ginsburg, 1977), estas intenciones son simbolizadas al principio en su curso de aritmética, algunos niños aprenden rápidamente a leer y escribir los símbolos escritos de aritmética simple, pero no necesariamente lo que hace el maestro. Mientras podamos mirar en oraciones equivalentes (incluye las propiedades reflexivas, simétrica y transitiva) los niños de escuela primaria indica Ginsburg, interpretan “+ C” = en términos de acciones a ser ejecutadas.

Unos niños en segundo grado dijeron que en $3+4=$ “el signo igual significa que adiciona” otros leen “ $3+5=8$ ” como “3 y 5 hacen 8”. Muchos de primero y segundo grado cuando le preguntaron como leen $- \underline{\hspace{1cm}} = 3+4$, respondieron = raya igual a 3 mas 4 pero entonces agregaron “ello es retrasado” ¿usted lee como retrasado? Y entonces cambio a $3+4= \underline{\hspace{1cm}}$ como puede ser visto una consecuencia de la interpretación que hacen los niños en las igualdades en

4 Keiran (1981), pág. 318 - 319

términos de acciones es que ellos encuentran dificultades en la lecturas de las expresiones aritméticas que no reflejan el orden de los cálculos.

Ginsburg también encontró que muchos niños no pueden leer enunciados que expresan relaciones como $3 = 3$ cuando Behr y otros preguntaron a niños de sexto grado acerca del significado de “ $3+3$ ” una típica respuesta fue “esto podría significar $6-3=3$ ó $7-4=3$ ”. Behr y sus colegas enfatizaron que no hubo evidencia para sugerir que los niños en su pensamiento acerca de la igualdad al avanzar a grados superiores; en efecto, los niños parecen ver el signo igual como una señal de hacer algo.

Otro tipo de expresiones que Behr presentó a los alumnos, involucró igualdad como $4+5= 3+6$. Una respuesta común fue: después del igual estaría su respuesta. Al final ningún otro problema. Seguido por la transformación de la igualdad inicial en dos expresiones $4+5=9$ y $3+6$ y la comparación de los dos resultados de estas expresiones.

Moros y Otros (1997), en su trabajo presentan las siguientes categorías de análisis sobre el uso e interpretación del signo igual “Escogidas con el fin de clasificar las respuestas dados por los demás”.

Operador	Hacen la operación y da el resultado siempre que ve el signo igual, precedido de una operación. (Suma, resta, multiplicación o división) opera sin interesarse en mantener la relación.
Operador con necesidad de cierre	Dado o no la relación de igualdad desconoce dicha relación, operando en dos oportunidades, llegando a formar falsas igualdades.
Con operador de resultado asociado a la necesidad de cierre	Realiza las operaciones indicadas a cada lado del signo igual y compara los resultados dados.
Separador:	El signo igual separa el proceso del resultado.
Símbolo relacional sin necesidad de cierre	Encuentra una expresión que tiene el mismo valor que la relación dada o nó.
Símbolo relacional asociadas a la necesidad de cierre	Dada o nó la relación de igualdad, reconoce dicha relación pero tiene la necesidad de cerrarla.
Ignora el signo igual	Omite el signo igual realizando las operaciones en forma horizontal colocándolo al final seguido el resultado.
Símbolo que refleja el orden de sus cálculos	En una expresión dada conserva el orden del proceso al lado izquierdo y al lado derecho.
Símbolo Asimétrico	Al corregir una expresión, siempre lo hace en el resultado.
Relación de equivalencia	Reconoce las propiedades d la igualdad: reflexiva simétrica y transitiva.
No Clasificable No Responde	La respuesta no permite conducir el uso o la interpretación dada al signo igual.
	No contesta o manifiesta, no entender.

5. FORMATO PARA OBTENER POSIBLES INTERPRETACIONES O USOS DEL SIGNO IGUAL

5.1. CLASIFICACIÓN

Se tomaron una nueva categorización tomando como base las categorías establecidas en el trabajo que Moro y otros (1997), sobre el uso interpretaciones que los estudiantes hacen del signo igual y se clasifica así:

* **Operador:** El estudiante hace la operación y da el resultado, ve el signo igual siempre precedido de un signo de operación suma, resta, multiplicación, división en algunos casos desconoce la relación de igualdad operando en dos oportunidades formando falsas igualdades ejemplo:

Al pedirle que complete la expresión $15+5= \square +17$ o $8+3= \square$

El alumno resuelve así, $15+5=20+7=57$ y $8+3=17$.

***Símbolo relacional:** Dada una expresión matemática de igualdad, el niño encuentra otra que tenga el mismo valor, con igual o diferente operación en ocasiones reconoce la relación pero tiene la necesidad de cerrarla, en otra realizas las operaciones y compara los resultados. Ej.: Al pedirle que sustituya

una igualdad aritmética utilizando, a) una multiplicación 3×5 b) una operación distintas ala multiplicación $3 \times 5 =$ responde a) $3 \times 5 = 15 \times 1$; b) $3 \times 5 = 18 - 3$.

***Ignora el signo Igual:** El niño no tiene en cuenta el signo igual; en ocasiones lo remplaza por otro signo y hace operaciones. Ej.: Diga si la siguiente igualdad es verdadero o falso (V o F), responde $23+5=7+21=28$.

* **Relación Equivalente las propiedades de la igualdad simétrica, reflexiva, transitiva** Ej: $3=3$ (reflexiva) $2=x$ entonces $x=2$ (simétrica); $p=3$ y $3=q$, entonces $p=q$ (transitiva).

* **No clasificable:** La respuesta dada no permite concluir el uso o la interpretación del signo igual o no responde la pregunta.

5.2. CUESTIONARIO: El presente cuestionario forma parte de una investigación sobre el uso e interpretación del signo igual.

INSTITUCIÓN _____ NOMBRE: _____
CURSO: _____ FECHA: _____

1. Dada la siguiente expresión explique que significa el signo (=)

$$8+3=$$

2. Complete $15+5=\boxed{}+7$

3. Escriba en palabra como se lee la siguiente expresión

$$\boxed{} = 3+8$$

4. Diga si la siguiente expresión es verdadera (V) o falso (f), justifique su respuesta $3=3$ porque.

5. Diga si es verdadero (v) o falso (f) las expresiones.

- a) $23+5=7+21$ (porque) b) $4+5=3+2$ (porque), en un caso de la falsa corrija la expresión.

6. Construya una igualdad aritmética utilizando.

- a) Una multiplicación $3 \times 5 = \boxed{}$

- b) Una operación distinta a la multiplicación $3 \times 5 = \boxed{}$

7. En la siguiente expresiones hay errores, corrija y explique porque

- a) $13=6+8$ porque b) $14+2=17$

8. Si x es un numero natural y se tiene que $2=x$, se puede deducir que $x=2$
¿Porque?
9. Si p y q son números naturales, $p=3$ y $3=q$, solo seleccione la respuesta correcta y explique por qué
- a) p es mayor que q () b) p es igual que q ()
c) q es mayor que p () d) p y q no se pueden comparar
10. Jorge va al supermercado y compro una bolsa de dulce en \$ 1200, 4cajas de bocadillos \$ 800, cada una y 2 paquetes de galletas a \$ 750 cada uno.
Escribir el procedimiento que se utiliza para hallar la respuesta.

5.3 EL POR QUÉ DE CADA ÍTEM:

En relación con el ítem 1, se busca ver si el estudiante utiliza el signo igual como operador; en la medida que no explica que significa el signo igual. Sino, que coloca después de este, un resultado. El estudiante suele explicar que el signo igual significa que debe escribir una respuesta o un resultado después de este.

- En relación con los ítem 2, 5, 6, se busca saber si el signo igual es reconocido como un símbolo relacional, se puede dar el caso que los ítem el estudiante lo utiliza como operador.

- Con relación con los ítem 3 y 7 se busca observar respecto al uso asimétrico del signo igual. si un ítem 3 cambia el orden de la expresión y escribe el resultado después del signo igual manifiesta que no reconoce la simétrica de este. Lo que indica que es temático o rígido en el orden de sus cálculos ahora en el ítem 7los literales a y b muestra el uso asimétrico del signo igual sin remplaza el 13 por el 14º remplaza el 6por el 5 o el 8por 7.
- En los ítems 4, 7, 8 y 9, se busca mirar el estudiante tiene relación de equivalencia.
- Ahora con el ítem 10 se busca mirar sobre el uso que le dan al signo igual en el desarrollo de un problema.

5.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS Y PRESENTACIÓN DE DATOS.

Se tomaron unas categorías precisamente establecidas tomando como base las categorías establecidas en el trabajo de moros y otros (1997), sobre el uso e interpretaciones que los estudiantes nacen del signo igual los cuales se clasifican así:

CATEGORIAS	RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES	BREVE EXPLICACION
OPERADOR	1. Para el primer (1) Item: - Es el resultado de una operación. - Significa el que separa la pregunta del resultado. - El signo que me sirve para dar una respuesta. - El signo igual es el que dà el resultado de suma, resta, multiplicación, división. 2. Para el segundo (2) item: 	La explicación que dan los estudiantes indica que es una “orden para realizar algo, después del signo igual se escribe el resultado”. No tiene en cuenta el segundo número de la expresión de la derecha del lado igual, puesto que no lo consideran parte de la igualdad. * El niño escribe el lado izquierdo las operaciones y desarrolla al lado derecho el

	<p>* $15 + 5 =$ 20 $+ 7 = 27$</p> <p>Para el tercer (3) ítem: $3 \times 5 = 15$</p>	resultado.
SIMBOLO RELACIONAL	<p>Para el quinto (5) Item:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Verdadera porque $23 + 5 = 7 + 21$ * Verdadero porque en ambas sumas dá el mismo resultado. * Falso $23 + 5 = 25$ y $7 + 21 = 28$ * Falso porque no da el mismo resultado de la otra suma. 	* Los estudiantes establecen la equivalencia entre las cantidades entre los dos miembros de la igualdad.
	<p>Para el Itedm número (6)</p> <p>$3 \times 5 = 5 \times 1$ $3 \times 5 = 5 \times 3$ $3 \times 5 = 18 - 3$ $3 \times 5 = 10 + 5$ $3 \times 5 = 30/2$</p>	* El niño habla expresiones equivalentes a la escrita al lado izquierdo del signo igual y las escribe al lado derecho.
NO TIENE EN CUENTA EL SIGNO IGUAL	<p>Para el Item número (7)</p> <ul style="list-style-type: none"> * $8 + 6 = 13$, porque 8 naranjas y 6 guayabas completan 13 naranjas y guayabas. * $14 + 2 = 17$; Juan me regaló gayabas me comí 17 y dejé 2. 	* Se puede ver el estudiante, no tiene en cuenta el signo igual, quiere encontrar una relación entre la expresión dada y la realidad pero no la puede expresar.
RELACIONES DE EQUIVALENCIA -REFLEXIVA - SIMETRIA - TRANSITIVA	<p>Para el Item número (4):</p> <ul style="list-style-type: none"> * Verdadero porque es la misma cantidad. * Verdadero porque $3 = 3$. * Verdadero porque hay un igual, lo que quiere decir que $3 = 3$. 	* El Alumno identifica la igualdad como una identidad.
	<p>Para el Item número (8)</p> <ul style="list-style-type: none"> * X es un número que representa a 2. * X es el mismo número 2. 	El dinero es capaz de trasladar la propiedad de un elemento a otro que tiene la misma característica.
RELACION DE EQUIVALENCIA	<p>Para el Item número (9):</p> <ul style="list-style-type: none"> * Porque los dos números son equivalentes. * Porque p y q es el mismo número. * Porque p y q son iguales. * Porque p y q representan el 3 por eso es lo mismo. 	<p>* El estudiante reconoce dos valores iguales a un tercero.</p> <p>Pág. 3.</p>
COMO SIMBOLO ASIMETRICO	<p>Para el Item (3).</p> <ul style="list-style-type: none"> * $8 + 3 = 11$ * $3 + 8 = 11$ * $11 = 8 + 3$ es al revés $8 + 3 = 11$ <p>Para el Item (7)</p> <ul style="list-style-type: none"> * $6 + 8 = 14$ * $6 + 8$ no da 13 * $14 + 2$ no puede dar 17 * $14 + 2 = 16$ * $14 + 2 = 17$, el resultado no es sumando los dos número. 	<p>* El niño cambia la expresión y escribe el resultado después del signo igual. muestra rigidez en el orden de sus cálculos.</p> <p>*corrigió el resultado al lado derecho del signo lo cual demuestra el significado asimétrico del signo igual.</p>
NO TIENE CLASIFICACION	<p>Para el Item (6)</p> <ul style="list-style-type: none"> * No responde <p>Para el Item (8)</p> <ul style="list-style-type: none"> * X es un número natural porque representa los números naturales. 	* Las respuestas dadas no tiene clasificación en ninguna de las categorías.

5.4.1. ESQUEMA CONVENCIONAL PARA LA PRUEBA APLICADA.

	ITEM	ITEM									
Código del Alumno en orden de lista	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
701-1	Oper.	Oper.	S.Tel	P.Ref	Oper.	Oper.	Asim	N-res	Tran	N-cia	
701-3	Oper	Asim	Oper	P.tet	Srel	Srel	Asim	n.res	Tran	Oper	
701-4	Oper	Asim	S.rel	P.ret	Srel	Srel	Asim	Oper	Tram	N,cla	
701-5	Oper	Asim	Oper	P.tel	Oper	Oper	Asim	Sim	Tran	N-cla	
701-6	Oper	Asim	Srel	P.rel	Srel	N.res	N.res	Sim	Tram	N.cla	
701-7	Oper	Asim	Srel	O,rel	Stel	N.res	Asim	sim	N.res	Oper	
701-8	Oper	N.cla	Srel	Prel	Srel	N.res	Asim	Sim	N.res	Oper	
701-9	Oper	Asime	Srel	N.res	Srel	Srel	Asim	N.res	N.cla	N.cla	
701-10	Oper	Sime	Srel	Ptel	Srel	Srel	Asim	N.cla	Tram	n.cla	
701-11	Oper	Asime	Srel	P.rel	Srel	Oper	Asim	Sim	Tram	Oper	
701-12	Oper	Asime	Srel	P.res	Opel	Oper	Ig-si	Sim	Tram	N.cla	
701-13	Oper	Asime	Srel	Pret	Srel	Oper	Asim	N.cla	Tram	N.cla	
701-14	Oper	Asime	Oper	P-ret	Opel	Oper	Asim	Sim	N.cla	S.rel	
701-15	Oper	Asime	Srel	Pret	Srel	Srel	Asim	Sim	Tram	N.cla	
701-16	Oper	Asime	Srel	P.res	S.rel	Srel	Asim	Sim	Tran	N.cla	
701-17	Oper	Asime	Srel	P.res	S.rel	Srel	Asim	Sim	N.cla	N.cla	
701-18	Oper	Asime	Oper	N.res	Srel	Ser	Asim	Sim	N.cla	N.cla	
701-19	Oper	Asime	S.rel	Oper	Oper	Srel	Asim	Nela	Tran	N.cla	
701-20	Oper	Asime	S.rel	P,ret	Srel	Oper	Asim	N.cla	Tran	N.cla	
701-21	Oper	Asime	Srel	Pret	Ster	Srel	Asim	Sim	Tran	Oper	
701-22	Oper	Sime	Ster	Oper	Srel	Srel	N.cla	Sim	Tran	N.cla	
701-23	Oper	Sime	Srel	R ret	Srel	Srel	Asim	Sim	Tran	Oper	
701-24	Oper	Asime	Sriel	Rret	Srel	Oper	Asim	Ncla	n.res	N.cla	
701-25	Oper	Asime	Oper	P,ret	Srel	Oper	Asim	N.cla	N,res	N.cla	
701-26	Oper	Asime	Srel	Pret	Oper	N,cle	Asim	Ncla	Tran	Oper	

701-27	Oper	Asime	<u>Srel</u>	N.cla	Srel	N.res	Asim	N.cla	Tram	Oper
701-28	Oper	Asime	<u>N.cla</u>	P.ret	Oper	Oper	N-res	N-res	N-res	N-res
701-29	Ncla	Asime	<u>Stel</u>	Pret	Oper	Oper	Asim	Sim	Tran	N.cla
701-30	Oper	Oper	<u>N.te</u>	N,res	Stel	N.tes	Asim	Sim	Tran	Oper

SIGNIFICADO DE LAS CONVENCIONES.

OPER: OPERADOR

ASIM: ASIMETRÍA

SIME: PROPIEDAD SIMETRICA

S – REL: SIMBOLO RELACIONAL

P – REF: PROPIEDAD REFLEXIVA

TRAM: PROPIEDAD TRANSITIVA

N – CLA: NO CLASIFICABLE

N – RES: NO – RESPONDE

IG – SI: IGNORA EL SIGNO IGUAL

5.4.2. ESQUEMA PORCENTUAL DADO POR LAS RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES.

CATEGORIAS								
				RELACIÓN DE EQUIVALENCIAS				
ITE M	OPERADO R	SIMBOLO RELACIONA L	N. ITEM ENCUENT R A EL SIGNO	REFLEXIV A	SIMETRIC A	TRANSITIV A	NO CLASIFICABL E	NO RESPOND E
N. 1	28 Es. 93.4%						1 Es. 3.4%	
N. 2	6 Es. 20%						1 Es. 3.4%	
N. 3	8 Es. 26.7%	25 Es. 83.4%			6 Es. 20%			
N. 4	13 Es. 43.4%			25 Es. 83.04%				
N. 5	2 Es. 6.7%	22 Es 73.4%						
N. 6	2 Es. 6.7%	8 Es. 26.7%					2 Es. 6.7%	4 Es. 13.4%
N. 7			2 Es. 6.7%		28 ES. 93.4%			
N. 8	1 Es. 304%				15 Es. 50%		1 Es. 3.4%	
N. 9						22 Es. 73.4%	2 Es. 6.7%	
N. 10	2 Es. 6.7%	2 Es. 607%					8 Es. 26.7%	

5.5 ANÁLISIS DE DATOS DE LA PRUEBA APLICADA A LOS 30 ESTUDIANTE DEL SÉPTIMO DE ACUERDO AL CUADRO PORCENTUAL.

Signo Igual Como Operador:

En el ítem número uno (1) el 93,4% de los estudiantes que utilizan el signo igual como operador; ellos utilizan en términos de hacer operaciones o de dar un resultado después de este signo lo que puede ser considerado como separador entre unas acciones a ejecutar sobre operaciones indicadas y colocar el resultado al final. La pregunta que se hizo. Explique el significado del signo Igual (=), n la siguiente expresión $8+3=$

Las respuestas que con mayor regularidad aparecen en esta pregunta son:

“El signo igual es el que da resultado de la suma, resta, divisiones, multiplicación etc.”.

“Significa que puede señalar el resultado por eso lo llaman igual” “Significa el signo que se va a lucir para dar una respuesta”, “Es la parte más importante de un problema para hacer una respuesta” “Es el resultado de una operación” significa el resultado de una operación” “Significa el que separa el resultado de una operación.

En el ítem numero dos (2) se pide que complete $15 + 5 = \square + 7$ estudiante en un 20% usaron el signo igual como operador su respuesta en general fue escribir en el recuadro el numero 20 y numero solo de los casos formo una falsa igualdad. Escribiendo $15+5= 20+7=27$, considerando que es el curso séptimo el porcentaje es demasiado alto en el sentido de utilizar el signo igual como operador y no como símbolo de relación lo que puede ser un indicador de falta de orientación en el manejo del signo igual (=) como una relación de equivalencia.

En el ítem número tres (3) Escribe en palabra la siguiente expresión $\square = 3+8$, el 26,7% utilizaron en este ítem el signo igual como operador que el saber si el estudiante usaba el signo igual como símbolo asimétrico.

En el ítem número cuatro (4): Si le solicita el estudiante diga si es verdadero (v) o falso (f), justifique su respuesta $3=3$ ¿porque? Los estudiantes al utilizar el signo igual como operador responde verdadero porque. $3x1=3$ y $3+0=3$, el porcentaje es del 43,4% que lo utilizo como operador en tanto se averiguaba si tenia la propiedad reflexiva de la igualdad.

En el ítem número cinco (5): Donde se indaga si utilizan el signo igual como símbolo relacional, los estudiantes de séptimo grado, en un 6.7% lo utilizan como operador y corrigen ala expresión $23+5= 7+21$ escribiendo $23+5=$ no es 7 sino 28, como se puede observar no tienen en cuenta el segundo numero de la expresión de la derecha del lado igual puesto que no lo considera parte de una

igualdad, es valido el primer número como respuesta, de la misma manera en $4+5=3+2$ y escriben cuatro mas cinco no es igual a tres es nueve.

En el ítem número seis (6): Se le pide a los estudiantes construir una igualdad aritmética utilizando una multiplicación $3 \times 5 = \square$ y una operación distinta a la multiplicación $3 \times 5 = \square$. El 6,7% utilizaron el signo igual (=) como operador.

En el ítem número ocho (8): Se pregunta por la propiedad simétrica de la igualdad tan solo uno de los alumnos corrige $x=2$, explique que $x=2$ si remplaza “x” por otro numero el resultado no es correcto; este alumno corresponde al 3.4%.

5.5.2 EL SIGNO IGUAL COMO SÍMBOLO RELACIONAL

En las preguntas 2, 5 y 6, se pregunta sobre la capacidad que tiene los estudiantes de utilizar el signo igual como un símbolo relacional y se presentaron los siguientes resultados por cada ítem.

En la pregunta N° 5, el 73,4% utilizan el símbolo igual como símbolo relacional en la pregunta se pedía: diga si es verdadero (v) o falso (f), la expresión $23+5=7+21$ ¿porque? B) $4+5=3+2$ ¿porqué? La respuesta que se representaron fueron en el litoral (a) “v por que da la misma respuestas que la otra” “v por que $23+5=28$ y $7+21=28$ da el mismo resultado “ v porque en

ambas sumas da el 28” “ f por que $4+5=9$ y $3+2=5$ no da el mismo resultado “f por que en la primera suma da 9 y en la segunda 5”.

En la pregunta 2 se le pide al estudiante que complete $15+5= \square +7$, el 83,4% interpretaron en términos de la igualdad establecida y completaron el numero 13”.

En la pregunta 6; Se le pide a los niños completar la igualdad aritmética, a) una multiplicación 3×5 , se encontró que el 26,7% usaron el signo igual como símbolo relacional, el porcentaje desminuyó con relación a los dos ítems anteriores, puede ser que no hayan entendido la pregunta.

5.5.3. EL SIGNO IGUAL IGNORADO.

En la pregunta número 7 aparecen dos estudiantes que ignoran el signo igual que corresponde al 6.7% en el contexto de la prueba no es un porcentaje relevante.

5.5.4. EL SIGNO IGUAL COMO RELACIÓN EQUIVALENCIA

Mediante las preguntas 4, 8 y 9 se buscan conocer si el estudiante tiene apropiada la relación de equivalencia con el manejo de las propiedades reflexivas, simétricas y transitivas.

El 83.4% de los estudiantes manejan adecuadamente la propiedad reflexiva, se manifiesta en las respuestas dadas en la pregunta 4 que se presenta así:

Diga si es verdadera (V) o falsa (F), justifique su respuesta: $3 = 3$ ¿Por qué?... las mas comunes fueron “V”, porque $3 = 3$, a menos que fuera otro número”. “V porque es la misma cantidad”, “V porque si hay una igualdad eso significa que $3 = 3$ ”. “V por que el número no está sumando con otro, ni restando, por eso $3 = 3$ ”.

En la pregunta número tres (3) se pregunta sobre el uso asimétrico del signo igual el 20% de los encuestados usan el signo igual como simétrico ya que tambien la expresión del lado izquierdo con el lado derecho, haciendo una comparación dicen que “ $11 = 3+8$ es lo mismo que $3+8=11$.

En la pregunta número ocho (8) se dice si la x representa un numero natural y sabe que $2=x$ se pueden concluir que $x=2$ ¿Por qué?, los alumnos responde “x es un numero que representa el 2 y el numero 2 es igual x” “si porque 2 es x y el igual es 2” “x es el mismo 2” “si por que x y que nos dan y nos representan cualquier numero, por ejemplo x=2.

En relación a la pregunta número nueve (9) se desea saber sobre la propiedad transitiva, si p y q son números naturales y $p=3$ y $3 = q$ selecciona la respuesta correcta y explique por que () p es mayor que q () q es mayor que p () p es igual a q ; () p y q no se pueden comprar los alumnos en 73,4% escribieron $p=q$ dando respuesta como la siguiente “ por que los números son equivalentes” por que p y q es el mismo número” “por que p y q representan números naturales p y q son iguales” “por que son equivalentes el mismo número, es decir p y q son iguales”

5.5.5 EL SÍMBOLO IGUAL COMO SÍMBOLO ASIMÉTRICO

En las preguntas número 3 y 7, donde el estudiante corrige, dando el resultado de la operación después del signo igual.

En la pregunta número tres (3), donde se dice escribe en palabras como se lee la siguiente expresión $\boxed{} =3+8$, refleja el uso del signo igual (=) como símbolo asimétrico cuando responde “ $3+8=11$ ” o “ $8+3=11$ ” en algunos casos reciben el numero 11en el cuadro y en sus palabras dicen “es al revés” y luego escriben “ $8+3=11$, los encuestados en 73,4% considera al signo igual como un símbolo asimétrico.

En la pregunta número siete (7), la tendencia es corregir el resultado y justifica escribiendo “ $6+8=14$, porque le escribieron en números menos” porque $6+8=14$ y no dan 13 da 14. Porque la suma da 16 y no 17. Porque 17 es un número más que el resultado correcto que es 16, y un porcentaje del 93,4% interpreta el signo igual como un símbolo asimétrico.

5.5.6. NO CLASIFICABLE: Los porcentajes más altos en esta categoría corresponde en los ítems 8, 9 y 10, debido a los que los alumnos dieron repuestas que no permitirán conocer lo que se quiso preguntar, correspondientes a los siguientes porcentajes respectivamente 3,4%, 6,7%, 26,7%.

6. METODOLOGÍA

El interés de la Investigación reside en su carácter analítico descriptivo ya que intenta descifrar el por que del uso y la interpretación confusa del signo igual en presiones aritméticas elementales en un grupo de 30 alumnos del grado séptimo. Se tomarán muestras a la población indicada, bajo la conducta de entrada; como responden al desarrollar polinomios aritméticos, dando interpretación y uso del signo igual, se hará un análisis con los resultados obtenidos y, con base en estos se trabajará en el diseño de algunas estrategias que mejoren el desempeño académico de los estudiantes del séptimo grado.

7. ESTRATEGIAS

7.1 ESTRATEGIA N° 1

Para tratar el concepto de igualdad

7.1.1 Usando el laboratorio

Materiales:

Balanza

Pesas diferentes

Papel blanco

- Se formarán grupos de 3 alumnos
- En la mesa de experimento y frente a una balanza, se procederá así:
 - a. Se establecerá la convención derecha - izquierda
 - b. En el extremo derecho se ubicará una pesa de 100 gr.
 - c. En el extremo izquierdo se ubicará el equivalente a 100 gr.
 - d. El paso c se realizará con pesas de 25 gr., ubicando una a continuación de la otra.

- El estudiante observará que la balanza llega a su punto de equilibrio. Este hecho debe ser notorio, para introducir el concepto de igualdad.
- La experiencia se realizará con pesas de diferentes masas.

7.1.2 Usando el marcador y tablero

- El docente escribirá la expresión $2 = b$
- Pedirá que comparen la expresión escrita en el tablero con la experiencia realizada en el laboratorio.
- Tomando las intervenciones de los alumnos, se formará la siguiente definición de igualdad: “**Una igualdad es como una balanza, tiene dos lados y la balanza dos brazos. Cuando la balanza está en equilibrio el objeto que está al lado izquierdo pesa lo mismo que el que está al lado derecho. En la igualdad la cantidad del lado derecho vale lo mismo que la del lado izquierdo**”

7.1.3 COMO INTRODUCIR ALGUNAS PROPIEDADES DE LA IGUALDAD

Propiedades:

i. Sumar en los dos lados la misma cantidad

Ejemplo: En la igualdad $(7+6)=13$ al sumar 15 en ambos lados se tiene :

$$(7 + 6) + 15 = 13 + (5 + 10)$$

$$\text{Porque } 28 = 28$$

ii. Restar a los dos lados la misma cantidad

Ejemplo: $10 - 3 = 7$

Al restar 2 a los dos miembros de la igualdad: $10 - 3 - (2) = 7 - (2)$

$$7 - 2 = 7 - 2$$

$$5 = 5$$

iii. Multiplicar cada miembro de la igualdad por la misma cantidad

Dada la igualdad $2 + 8 = 20 - 10$

Multipliquemos la igualdad por 3

Se aplica propiedad distributiva $3 \cdot (2 + 8) = 3 \cdot (20 - 10)$

Se efectúan las operaciones $6 + 24 = 60 - 30$

Se cumple la igualdad $30 = 30$

iv. Dividir los dos miembros de una igualdad por la misma cantidad

Ejemplo: $18 = 7 + 11$

Divídalo a cada lado de la igualdad entre 2 $18 \div 2 = (7 + 11) \div 2$

$$18 \div 2 = 3,5 + 5,5$$

$$9 = 9$$

7.2 ESTRATEGIA N° 2

La igualdad como operador y como equivalencia

7.2.1 Usando el laboratorio

Materiales:

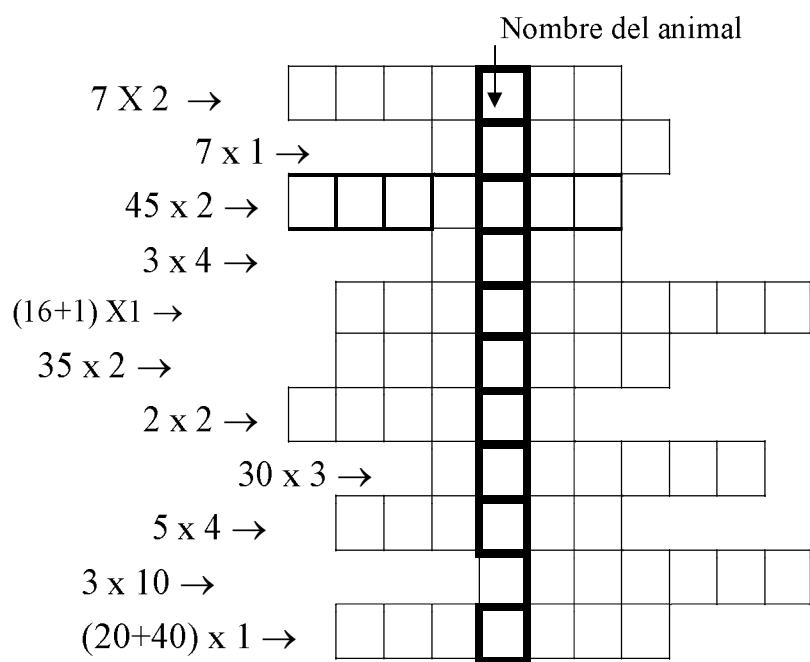
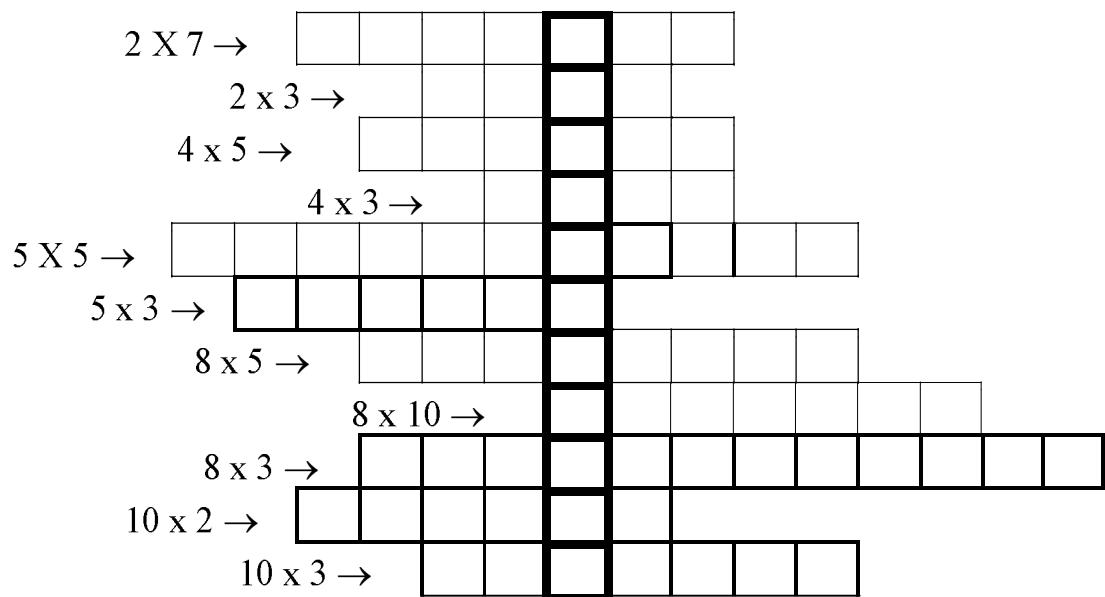
2 Crucigramas

Lápiz

Borrador

- Formando grupos de 3 alumnos
- Facilitándoles copia del material de trabajo
- El grupo resolverá dos crucigramas correctamente
- Comparará los resultados, los cuales escribirá en forma literal
- Encontrará el nombre de un animal en la columna vertical central.

↓ Nombre del animal



7.2.2 Usando el marcador y tablero

- El docente escribirá una expresión como $4 = 4$ y preguntará: ¿Cuál es el significado de la expresión?
- El docente observará que el pensamiento del niño cambia acerca de la igualdad después del laboratorio.
- Se sugiere que se haga énfasis en enunciados que expresan relaciones como la escrita en el tablero.
- El alumno observa que al aparecer los símbolos (+, X o =), le estarán indicando una acción a ser ejecutada, donde “+”, “X” quiere decir que la operación y el símbolo “=” se usa para escribir la respuesta.
- Se sugiere al docente realizar un comentario en relación al paso de la aritmética al álgebra, en el cual necesitará un notorio cambio en la interpretación representacional del concepto de operaciones tales como la adición.

7.2.3 PROGRAMAR ACTIVIDADES DESESCOLARIZADAS

- Estas actividades buscan un cambio de ambiente escolar para evitar la “falta de atención” o el “olvido”.
- Sugiere introducir conceptos del álgebra, para evitar malformaciones y dificultad en la comprensión de expresiones relacionadas mediante la igualdad, en donde no se presentan resultados numéricos.

- Es necesario dedicarle tiempo suficiente a la propiedad simétrica, ya que se encuentran frecuentes confusiones con la propiedad conmutativa de la adición y de la multiplicación.

7.3 ESTRATEGIA Nº 3

LA IGUALDAD COMO OPERADOR (I)

- Iniciar con la verbalización en situaciones problema de la vida diaria.

Por ejemplo: Suponga que en una tienda un niño realiza la siguiente compra:
10 naranjas ácidas, 5 plátanos verdes, 8 plátanos amarillos, 6 naranjas dulces.

- “Haga notar que las naranjas sean ácidas o dulces, pertenecen a la misma familia, al igual con los plátanos verdes o amarillos”. El alumno planteará dos operaciones, una con naranjas y otra con plátanos, haciendo uso del signo igual.

Solución:

Sean a: Naranjas ácidas

V: Plátanos verdes

d: Naranjas dulces

A: Plátanos Amarillos

Formación de las operaciones:

10a más 6d es igual a y 5V más 8A es igual a:

En forma matemática:

$$10 + 6 = \boxed{} \quad \text{y} \quad 5+8= \boxed{}$$

$$10a + 6d = \boxed{} \quad \text{y} \quad 5V + 8 A = \boxed{}$$

7.4 ESTRATEGIA N° 4

LA IGUALDAD COMO OPERADOR (II)

- Iniciar con un planteamiento de una situación problema de la vida diaria
“Está a opción del docente”

Ejemplo: En una papelería venden lápices a \$250 cada uno, si una caja tiene 60 lápices, ¿cuánto será el valor de la caja?

- “Escribir el ejemplo en el tablero después de esperar un poco de tiempo, el suficiente para que el alumno realice el planteamiento de la operación.” Se espera que el alumno realizará una multiplicación.

Solución:

1 lápiz cuesta \$250

planteando el problema

60 lápices cuestan

Entonces

$60 \times 250 =$

Valor de la caja de lápices.

- En esta simple operación el estudiante aplicará el signo igual como operador, es decir, dada una operación el siguiente es el resultado.

Se recomienda enfatizar sobre el signo igual.

7.5 ESTRATEGIA N° 5

EL SIGNO IGUAL COMO SÍMBOLO RELACIONAL (I)

- Se le suministrará material didáctico como plastilina, tempera, papel periódico.

Con estos materiales y en grupos de 3 ó 5 alumnos, el docente pedirá que realicen operaciones que previamente el habrá diseñado así:

Ejemplo: Dibujar objetos de color azul para indicar una multiplicación “2 X 6” y otros objetos de color rojo para construir una igualdad aritmética así:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & \text{A} & \text{z} & \text{u} & \text{l} & \text{r} & \text{o} & \text{j} & \text{o} \\
 & \boxed{} \\
 & & & & & & & & \\
 & & \text{X} & \boxed{} & \boxed{} & = & \boxed{} & & \\
 & & 2 & \text{X} & 6 & & 3 & & \\
 & & & & & & & \text{X} & \\
 & & & & & & & 4 & \boxed{} \quad \boxed{}
 \end{array}$$

- El estudiante observa que en ambos extremos de la igualdad el resultado es el mismo, mostrando el signo igual como símbolo relacional.
- Ahora pida que construya una igualdad aritmética distinta a la multiplicación dada, así: **AZUL** **ROJO**

Ejemplo:  \times $\circ \circ \circ$ $=$ $\circ \circ \circ$ $+ \circ \circ \circ$
 $\circ \circ \circ$

- Con este nuevo ejemplo mirará la igualdad aritmética como símbolo relacional.

7.6 ESTRATEGIA N° 6

EL SIGNO IGUAL COMO SIMBOLO RELACIONAL (II)

- Inicie la clase mostrando un cuadro “matemático” donde aparezca un crucigrama con operación así:

$3 \times 2 \rightarrow$	$5 + 1$	8×2		3×4
$7 + 3 \rightarrow$				5×6
$\square \leftarrow$	9×2	4×5	5×3	$\rightarrow \square$

- Espere que realicen la operación indicando que formen igualdad aritmética con una operación distinta a la dada.
- Este ejercicio será fundamental en la diferencia del símbolo de relación y operador.
- Ahora sugiera actividades como estas con diferentes cuadros.
- La presentación de la actividad varía de acuerdo con la creatividad del docente; el cual puede utilizar colores o trabajar en grupos previamente seleccionados.

7.7 ESTRATEGIA N° 7

RELACIÓN DE EQUIVALENCIA

REFLEXIVA:

- Esta estrategia busca reconocer la propiedad reflexiva.

El docente utilizará técnicas grupales, por ejemplo:

La llamada 3 mosqueteros, que consiste en formar grupos de 3 con el lema de los 3 mosqueteros: Uno para todos. Se tomaron situaciones problema, donde los integrantes resolverán operaciones e indicaran la relación entre los resultados así: $1 + 1 = 1 + 1$; $2 \boxed{} 2$; en el recuadro, uno de los estudiantes, el cual ha sido elegido al azar representará al grupo ante los demás alumnos del aula de clases. La respuesta será evaluada y el resultado de ésta será para los 3 participantes.

- El ejemplo varía notablemente de acuerdo con la creatividad del docente.
- En el papel cognitivo, todos tienen un mismo nivel de responsabilidad, porque el error de uno es error de todos, al igual que el éxito.
- Aquí se puede introducir el concepto de la propiedad reflexiva, por ejemplo:

$$8 = 8; \quad p = p; \text{ etc.}$$

- Esta estrategia es aplicada en otros temas de acuerdo con la creatividad didáctica del docente.

7.8 ESTRATEGIA N° 8

RELACIÓN DE EQUIVALENCIA

TRANSITIVA

- Utilice un ejemplo verbal, por ejemplo:

“Juan es hijo de Carlos, Carlos es hijo de Luis, entonces Juan es familiar de Luis”

- Esta clase de ejemplos lleva al estudiante a reconocer la propiedad transitiva.

Si $5 + 4 = 9$ (Una relación dada)

Y $9 = 7 + 2$) (Otra relación dada)

Entonces $5 + 4 = 7 + 2$ (Relación Transitiva)

- Esto significa que la expresión simbólica $5 + 4$ representa el mismo número que el símbolo 9, al igual que la expresión $7 + 2$.

- El docente explicará que la igualdad se puede leer de dos maneras:

a. Como una identidad al nivel del número representado

b. Como una equivalencia entre diferentes representaciones simbólicas de ese número.

- La relación de igualdad establece dos cosas a la vez. La identidad única del significado y la equivalencia de los diferentes significantes.

Sugerencia: Se recomienda al docente que diseñe nuevos ejemplos preferiblemente situaciones problema, donde pueda mostrar la transitividad.

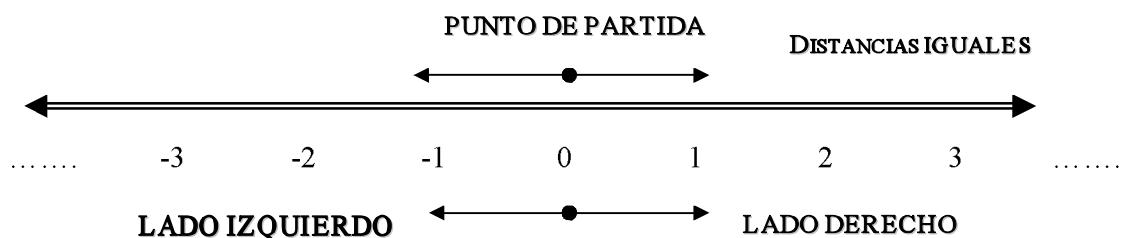
7.9 ESTRATEGIA N° 9

RELACIÓN DE EQUIVALENCIA

SIMETRIA

- Facilite a los estudiantes una regla de 100cm a los grupos de 3 alumnos que previamente ha formado.

Dibuje en el tablero la recta numérica así:



Ejemplo: Dos corredores parten de una ciudad en sentido contrario. Si el primer corredor recorrió 2 Km. Y el segundo recorrió exactamente la misma distancia ¿Cuánto recorrió el segundo?

Solución: Sea A lo que recorre el Primer corredor y B lo del segundo corredor .Como $A=2$ Km. y $B = A$ entonces $B=2\text{km}$ lo que indica que el

segundo corredor recorrió 2 Km..También se establece que el primer corredor recorrió la misma distancia del segundo, es decir $A=B$. Situación que hace notar la relación simétrica.

- El razonamiento que use el alumno puede ser similar al anterior. Hágale notar que la simetría está aplicada desde el punto de partida.

Nota: Esta experiencia la puede aplicar utilizando un espejo plano mostrando que la distancia de la imagen al espejo es igual a la distancia del objeto al espejo.

- Haga énfasis en la simetría de la imagen y el objeto.

7.10 APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS

Los docentes de matemáticas de la institución se comprometieron a desarrollar temas propios y afines donde se usa el signo igual aplicando estas estrategias que se le dieron a conocer.

7.10.1 CUESTIONARIO

Nombre: _____

Curso:

Institución: _____

Fecha:

1. Para usted que significado tiene el símbolo “=” en la expresión $(3+2) = \boxed{\quad}$
2. Escriba si es verdadero (V) o si es falso (F) en la expresión:
 - a. $20 + 5 = 20 + 8$ () ¿Por qué?
 - b. $5 + 4 = 8 + 3$ () ¿Por qué?
3. Complete: $(18 + 2) + 5 = \boxed{\quad} + 20$
4. Construya una igualdad aritmética utilizando
 - a. Una multiplicación $3 \times 5 =$
 - b. una operación distinta a la multiplicación $3 \times 5 =$
5. Escriba en palabras como se lee la siguiente expresión: $\boxed{\quad} = 4 + 9$
6. Diga si la siguiente expresión es verdadera (V) o falsa (F). Justifique su respuesta $10 = 10$ ¿Por qué?
7. Corrija la expresión dada y explique el por qué de su corrección
 - a. $18 + 5 = 16$
 - b. $13 = 7 + 8$
8. Si X representa un numero natural y se sabe que $15 = X$ se puede concluir que $X = 15$
9. Si a y b representan números naturales, y se sabe que $a = 5$ y $5 = b$ marque únicamente la expresión verdadera y explique el por qué de la selección
 - a. a es menor que b
 - b. a es mayor que b
 - c. a es igual a b
 - d. a y b no se pueden comparar

- 10.** Luis compró una bolsa de dulces en \$1000, 3 refrescos a \$800 cada uno y siete paquetes de galletas a \$1400 cada una. Escriba el procedimiento para encontrar la respuesta

7.11 ANALISIS DE RESULTADOS

7.11.1 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DESPUES DE APLICADAS LAS ESTRATEGIAS

CATEGORIAS	RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES	BREVE EXPLICACION
OPERADOR	<p>Para el primer ítem</p> <ul style="list-style-type: none"> – Resultado de una operación – Separa los dos lados de una equivalencia <p>Para el segundo ítem</p> <ul style="list-style-type: none"> – Falso (F), $20 + 5 + 3 = 20 + 8$ es lo correcto – Falso (F), lo correcto es $20 + 5 = 20 + 8 - 3$ 	<p>Según lo que dicen los estudiantes separa los lados de una equivalencia como un operador.</p> <p>Tiene en cuenta el segundo miembro de la igualdad y lo corrige.</p>
SIMBOLO R RELACIONAL	<p>Para el tercer ítem : 5 es el número</p> <p>Para el cuarto ítem $3 \times 5 = 1 \times 15 = 15$</p>	<p>El niño no tiene en cuenta el signo igual y responde adecuadamente para mantener la igualdad.</p> <p>El niño desarrolla la operación formando otra igualdad equivalente y dando el resultado.</p>
SIMBOLO ASIMETRICO	<p>Para el quinto ítem Cuál es el resultado de sumar $4 + 9$ Preguntar por el resultado de $4 + 9$</p>	<p>El alumno responde en forma correcta a la pregunta haciendo uso de la asimetría.</p>
RELACION DE EQUIVALENCIA	<p>Para el sexto ítem Verdadero porque existe la igualdad Verdadero porque $10 = 10$ Verdadero porque se mantiene la igualdad como una balanza.</p>	<p>El niño reconoce la igualdad como una identidad, y lo relaciona con lo visto en el laboratorio.</p>
REFLEXIVA	<p>Para el séptimo ítem $18 + 5 = 13$ y no es 16, en la operación están desarrollando algo. $15 = 7 + 8$, preguntan por dos números que sumados dan 15 y no 13.</p>	<p>El estudiante es capaz de trasladar la propiedad de un elemento a otro que tiene la misma característica o representa un mismo valor.</p>
SIMETRICA	<p>Para el octavo ítem X es el número que representa a 15 X tiene que ser 15 porque esta el igual.</p>	<p>El estudiante identifica correctamente la igualdad, interpretando la simetría con dos elementos con iguales características.</p>

TRANSITIVA	Para el noveno ítem Porque se da una igualdad Porque son iguales Porque el tercer es igual al primero.	El alumno reconoce dos valores iguales para un tercero.
-------------------	--	---

7.11.2 ESQUEMA PORCENTUAL DADO POR LA RESPUESTA DE LOS ESTUDIANTES DESPUES DE APLICADA LAS ESTRATEGIAS

CATEGORIA								
				EQUIVALENCIAS				
ITEM	OPERADOR	SIMBOLO RELACION	NO TIENE EN CUENTA EL SIGNO	REFLEXIVA	SIMETRICA	TRANSITIVA	NO CLASIFICA	NO RESPONDE
Nº 1	30 Estud. 100%							
Nº 2		28 estud. 93.4%		2 estud. 3.4%				
Nº 3					30 Estud. 100%			
Nº 4		25 estud. 83.4%			5 estud. 16.6%			
Nº 5		30 Estud. 100%						
Nº 6		22 estud. 73.4%			8 estud. 26.6%			
Nº 7	30 Estud. 100%							
Nº 8		2 estud. 6.7%				28 estud. 93.4%		
Nº 9		8 estud. 6.7%				22 estud. 73.4%		
Nº 10	30 Estud. 100%							

**7.12 ANALISIS COMPARATIVO DE LOS DOS ESQUEMAS
PORCENTUALES ANTES Y DESPUES DE LAS ESTRATEGIAS
APLICADAS**

CUADRO 1
ANTES DE LA ESTRATEGIA

CATEGORIAS								
ITEM	OPERADOR	SIMBOLO RELACIONAL	N. ITEM ENCUENTA EL SIGNO	RELACION DE EQUIVALENCIAS			NO CLASIFICABLE	NO RESPONDE
				REFLEXIVA	SIMETRICA	TRANSITIVA		
N. 1	28 Es. 93.4%						1 Es. 3.4%	
N. 2	6 Es. 20%						1 Es. 3.4%	
N. 3	8 Es. 26.7%	25 Es. 83.4%			6 Es. 20%			
N. 4	13 Es. 43.4%			25 Es. 83.04%				
N. 5	2 Es. 6.7%	22 Es 73.4%						
N. 6	2 Es. 6.7%	8 Es. 26.7%					2 Es. 6.7%	4 Es. 13.4%
N. 7			2 Es. 6.7%		28 Es. 93.4%			
N. 8	1 Es. 304%				15 Es. 50%		1 Es. 3.4%	
N. 9						22 Es. 73.4%	2 Es. 6.7%	
N. 10	2 Es. 6.7%	2 Es. 607%					8 Es. 26.7%	

CUADRO 2
DESPUES DE LA ESTRATEGIA

CATEGORIA							
				EQUIVALENCIAS			
ITEM	OPERADOR	SIMBOLO RELACION	NO TIENE EN CUENTA EL SIGNO	REFLEXIVA	SIMETRICA	TRANSITIVA	NO CLASIFICA
Nº 1	30 Estud. 100%						
Nº 2		28 estud. 93.4%		2 estud. 3.4%			
Nº 3					30 Estud. 100%		
Nº 4		25 estud. 83.4%			5 estud. 16.6%		
Nº 5		30 Estud. 100%					
Nº 6		22 estud. 73.4%			8 estud. 26.6%		
Nº 7	30 Estud. 100%						
Nº 8		2 estud. 6.7%				28 estud. 93.4%	
Nº 9		8 estud. 6.7%				22 estud. 73.4%	
Nº 10	30 Estud. 100%						

Al comparar los porcentajes en los cuadros esquemáticos, se observa que el porcentaje en la categoría “no tiene en cuenta el signo”, es nulo, lo que deja ver

la efectividad de la estrategia y la importancia de dedicarle el tema de la igualdad.

En las categorías siguientes, el resultado fue satisfactorio, la aprensión cognitiva muestra que se dio una reorganización de ideas.

En los ítems N° 1, 7 y 10 el 100% de los estudiantes respondió adecuadamente, clasificándolo como operador, mostrando fijación de un esquema conceptual diferente antes de aplicar las estrategias.

En el ítem N° 2, el 93, 4% de las respuestas dadas es clasificado como símbolo de relación y solo el 3.4% lo considera como reflexiva.

En el ítem N° 3, el 100% de los estudiantes dieron una respuesta que fue clasificada en simetría; evidentemente aquí se preguntaba por esa propiedad.

En el ítem N° 4, de los 30 estudiantes encuestados, 25 estudiantes respondieron en forma correcta, ubicando sus respuestas como símbolos de relación que era el objetivo que se buscaba y 5 estudiantes se clasificaron en simetría.

En los ítems Nº 8 y 9, los resultados fueron satisfactorios; ubicados en la categoría que se esperaba “Propiedad Transitiva”. Se encontró una pequeña tendencia al símbolo de relación.

En el ítem Nº 5, el resultado fue de acuerdo con el objetivo que nos trazamos: Símbolo de relación.

Dentro de las respuestas dadas por los estudiantes, todas tiene significado. No quedó ninguna sin responder. De acuerdo con lo anterior, se deja ver lo importante que es disponer de un tiempo pertinente en temas como la igualdad, logrando que la fijación del concepto sea base fundamental en cursos superiores.

**ALGUNOS COMENTARIOS Y RECOMENDACIONES DE
DOCENTES QUE ASISTIERON A LA SOCIALIZACIÓN DE
ESTE TRABAJO Y APPLICARON EN SUS RESPECTIVAS AULAS
LAS ESTRATEGIAS DADAS A CONOCER.**

1. Este trabajo será incluido como alternativa de solución a problemas del área de matemáticas en la región del Sur de Bolívar, el cual se publicará en el mes de Julio de 2006 y distribuido a todos los centros educativos.

José Martelo

Jefe Casa de la Cultura

2. Fue bueno conocer un trabajo de este tema. Tuve una experiencia gratificante después de aplicar las estrategias que el autor nos recomendaba.

Dairo Palencia

Prof. Inst. Ed. Juan Arias

3. Es fascinante saber que podemos dar solución a muchos problemas en la enseñanza y usos del signo igual; antes no contábamos con herramientas que nos ayudaran a superar en los grados básicos estos problemas, hoy tenemos una serie de estrategias que tienen efectividad.

Delmiro Luna

Prof. Inst. Ed. Liceo Vélez

4. La efectividad de las estrategias sugeridas por el expositor ayudaron a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes. la dificultad que manejaban en el manejo del signo igual fue superada.

Yerlis Noriega

Inst. Ed. Versalles

5. Le recomendaré a los docentes que sea incluida en el plan de área de la institución que dirijo. Me pareció nuevo el tema a tratar y muy interesante las estrategias que sugiere el autor.

Robert Rada

Rector Inst. Ed. Barbosa

6. Aplicué las estrategias y dio buenos resultados. Mejoró el rendimiento académico, porque lo hice extensivo a otros temas.

Dekler Pabuena

Prof. Inst. ED. Fátima Olalla

7. Felicito al autor de esta investigación por compartir sus experiencias con nosotros, por darnos a conocer un trabajo que nos sirve de plataforma para incursionar en temas que relacionan la interpretación y usos del signo igual.

Ubaldo Vanegas

Prof. Inst. Ed. San José

8. El tema de las ecuaciones siempre ha sido un problema por parte de los estudiantes, este trabajo me dio herramientas metodológicas que me han facilitado la enseñanza del mismo y lo he aplicado a temas posteriores que relacionan el uso del signo igual.

• Lenin Perez

Prof. Inst. Ed. Yatí

CONCLUSIONES

Es pertinente realizar una socialización a docentes en ejercicio, para dar a conocer estos casos, el resultado que se obtuvo al aplicarla a 19 docentes deja una inquietud por parte de los mismos para ser extensivo a otros corregimientos. Ellos se comprometieron a ejecutar las estrategias que se dieron a conocer y días después, 16 de ellos reconocieron la efectividad de las mismas.

El problema del signo igual es corregido cuando se le dedica tiempo suficiente en los temas que intervienen

RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

- Es necesario que el docente aplique un tiempo pertinente al tema de las ecuaciones aditivas, dando un énfasis al signo igual y explorando el concepto previo a este.
- Se tenga mas usos del laboratorio, donde el estudiante ejercite su creatividad en cada uno de los temas que relacionen el uso del signo igual.
- Se trabaje en conjunto con los docentes de otras disciplinas, donde intervenga el uso del signo igual, para efecto se socialicen los objetivos trazados en el área de matemáticas que relacionen este tema.
- Se tenga mucho cuidado en el cambio de la aritmética al álgebra, donde el signo igual sea visto como que simboliza una relación más que una operación.
- Incitamos a los lectores a crear ensayos que lleven al mejoramiento de este trabajo para ser extensivo a otros niveles.

BIBLIOGRAFÍA

- Colombia Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos Curriculares. Bogotá 1998.
- DE ZUBIRIA SAMPER. Julián. Los modelos Pedagógico. Santa Fe de Bogotá: FANDI, 1994.
- VERGNAUD, Gerard. “El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Madrid, Trillas, 1995.
- SKEMP, Richard, Psicología del aprendizaje de las matemáticas. Madrid: Morata 1993.
- KIERAN, Carolyn. Conceptos asociados con el símbolo de equivalencia. En: Educación de estudiantes de matemáticas.
- MOROS DE TORRES, Consuelo et.al. “Dificultades en la interpretación o usos del signo igual en alumnos de quinto grado: un estudio exploratorio. Santa Fe de Bogotá D.C. 1997. Trabajo de Grado (Especialista en Educación Matemática).

- CAMARGO, Leonor, “Errores de significado y uso de la igualdad en estudiantes de educación básica secundaria. Santa Fe de Bogotá D.C. 1994 Trabajo de Grado (Especialista en Educación Matemática).
- LIPCHUTZ, Seymour. “Teoría de Conjuntos y temas a fines. México. Mc Graw Hill, 1968
- PIAGET. Génesis del conocimiento. Madrid. 1982. Colombia. Federación Colombiana de Educadores. Educación y Cultura.

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

