TRABAJO PRE – ALGEBRAICO CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

LICETH OTERO MARTÍNEZ

EMERSON MARTÍNEZ MARTÍNEZ

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

SINCELEJO

2001

TRABAJO PRE – ALGEBRAICO CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

LICETH OTERO MARTÍNEZ Cod. 11364719353

EMERSON MARTÍNEZ MARTÍNEZ Cod. 11392258204

Este trabajo es presentado como requisito para optar al Título de Licenciado en Matemáticas

Director:

MARCOS BETÍN SEVERICHE

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

SINCELEJO

2001

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Entre las ramas de las matemáticas encontramos disciplinas como la Aritmética y el Álgebra, las cuales sirven para solucionar gran parte de los problemas que se presentan a nivel de la vida cotidiana de las personas.

A través de los años se ha visto, y así lo demuestran los planes de estudio, que el currículo durante los primeros cursos está basado solamente en el estudio de la Aritmética, y que tópicos como el Álgebra, que podrían ayudar a los estudiantes a desarrollar destrezas de pensamiento como conjeturar, generalizar, son reservados para ser estudiados en los grados octavo y noveno.

Estudios en educación matemática han evidenciado que en el paso de la aritmética al álgebra se presentan espacios de dificultades que han sido objeto de numerosas investigaciones como las hechas por Kieran[1] (1989) quien plantea que los estudiantes al comenzar el estudio del álgebra, traen nociones y enfoques que usaban en el trabajo aritmético, pero, que no son suficientes para abordar el trabajo algebraico.

---

1 KIERAN (1989). La Transición Aritmética – Álgebra. Grupo Pretexto. Pág. 20.

También, está el estudio de Kucheman (1968) que habla sobre los seis significados que le puede dar el estudiante a la letra en el álgebra, y por último, citamos el grupo PRETEXTO (1.997), quienes en su trabajo de la Transición Aritmética - Álgebra, realizado en colegios de Santa Fe de Bogotá, señalan problemas puntuales en el tránsito de la Aritmética al Álgebra.

Como mencionamos anteriormente, se han hecho numerosos estudios, acerca del paso de los números a las letras, pero pocos han tratado de buscar alternativas de solución a la brecha que ha existido entre el pensamiento aritmético y el algebraico o a las dificultades a que se enfrentan los alumnos debido al cambio brusco que experimentan en su tránsito del aritmética al álgebra.

Con el presente trabajo se espera contribuir a facilitar en los estudiantes la transición que existe de la Aritmética al Álgebra; por medio de una propuesta de aula en la que a través de situaciones problemáticas pre - algebraicas planteadas a los estudiantes del grado séptimo, éstos pongan en práctica el conocimiento aritmético que traen de la primaria, y empiecen a familiarizarse con el lenguaje algebraico, es decir, poner en juego a través de actividades matemáticas nociones de álgebra desde el grado séptimo, que les permita familiarizarse con el lenguaje simbólico y así hacer menos traumático el paso de los números a las letras.

Nuestro trabajo se ha dividido en 4 capítulos, el primero hace referencia al problema de investigación, y a los objetivos que deseamos alcanzar.

En el segundo capítulo se dan a conocer trabajos relacionados con la investigación, también se exponen algunos aspectos importantes que hablan de la institución donde se realizará el proyecto. Además se hace mención de las etapas por las cuales ha pasado el álgebra a través de la historia y de los períodos por los que atravesó el lenguaje algebraico para llegar a constituirse.

El tercer capítulo se refiere a la metodología empleada, se hace descripción de la población de estudio, de la forma cómo se diseñaron las actividades y de las técnicas de recolección y análisis de la información.

En el último capítulo aparecen las actividades que se diseñaron, se hace el análisis de la aplicación de éstas, y se dan las recomendaciones y conclusiones ha que se llegó con este proyecto.

1. PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El álgebra, es una materia que crea gran expectativa en los alumnos que vienen de séptimo grado, y es donde la mayoría de éstos presentan dificultades en el manejo de algunos conceptos y símbolos.

Investigaciones en Educación Matemática, como las hechas por Kucheman, Collis, entre otros, informan de problemas relacionados con el paso de los números a las letras, como son:

- Manejo inadecuado de las cuatro operaciones fundamentales y leyes de los signos.

- Dificultad para identificar o entender lo qué es una variable y una constante.

- Fallas en la utilización de signos de agrupación (paréntesis, llaves, corchetes).

- La asimilación y comunicación de un lenguaje extraño como lo es el lenguaje algebraico para los alumnos que la ven por primera vez, el cual es diferente al lenguaje que ellos manejaban, ya que es puramente simbólico.

- El nivel sintáctico[2] que es elemento esencial en el álgebra, asociada al uso de la notación formal, sobre todo para los estudiantes que después de una larga trayectoria aritmética por la enseñanza infantil y primaria se encuentran en secundaria con nuevas reglas sintácticas algebraicas contradictorias muchas veces con las aritméticas.

Ejemplo: **a x b = b x a** lo que no es lo mismo en aritmética

Ya que:

$37 \neq 73$

Así como este ejemplo existe gran diversidad de casos, en que se evidencian diferencias en las reglas que rigen al lenguaje aritmético y al algebraico.

---

2 FERNANDEZ GARCÍA, Francisco. El paso de la Aritmética al Álgebra. Una propuesta didáctica. Pág. 17.

📖 La interpretación que se le da a la letra por parte de los estudiantes en álgebra puede variar, como lo manifiesta Kucheman[3] en sus estudios realizados, quien encontró que entre tales interpretaciones están: letra evaluada, no usada, como objeto, como incógnita, como número generalizado y como variable.

📖 Los términos procedentes del vocabulario común, puesto que algunas palabras tienen en castellano un significado muy diferente a como se utilizan en matemáticas, como por ejemplo: raíz, solución, producto, etc.; la utilización de tales palabras implica una confusión semántica para los estudiantes y no es fácil evitarlo.

📖 El hecho[4] de que el álgebra pueda ser vista como la formulación y manipulación de proposiciones generales sobre los números, hace que la experiencia previa que el estudiante ha tenido con la estructura de expresiones numéricas en la escuela, tenga efecto sobre la habilidad para asignarle sentido al álgebra, por ejemplo la concatenación de símbolos cambia sustancialmente: mientras en aritmética concatenar símbolos (números) lleva implícitamente la suma de los valores posiciónales (25 = 20 + 5 ó 25 = 2 decenas más 5 unidades; 3 ½ = 3 + ½), en álgebra concatenar

---

3 KUCHEMAN (1978). La Transición Aritmética – Álgebra. P. 30 – 31.

4 Ibit. Pág. 20, 21, 22.

lleva implícito el producto (2a significa 2xa). Así, es posible que el estudiante relacione 2a y 2+a como expresiones equivalentes o también que sintácticamente asuma a + a como aa ó como: a^2 ($a + a = aa = a^2$). En este sentido, resulta importante destacar un hecho encontrado en la investigación desarrollada sobre la variable en matemáticas por el grupo pretexto (1996): h^2 no se relaciona directamente con el producto h.h sino como conteo de haches (hh ó h + h), que aparecen dos veces independientemente de la operación.

🕮 Relacionado con lo anterior, puede mencionarse la dificultad que tienen los estudiantes para aceptar la falta de cierre, por ejemplo, aceptar como respuesta la expresión a + b, prefiriendo cerrarla, lo cual induce a escribir a + b = ab e incluso 2 + 3a = 5a. En este mismo sentido, cuando se les pide sumar 3 con b, pueden llegar a formular la suma, 3 + b, pero no la aceptan como respuesta, escribiendo en consecuencia 3 + b = 3b. Puede generalizarse esta situación, diciendo que el estudiante no acepta que proceso y resultado pueden ser lo mismo, dificultad que ha dado en llamarse **dilema proceso – producto**, es decir, la dificultad generada por interpretar el signo "=" con una orden de operar (Kieran, 1981) y para aceptar la relación de igualdad como una relación de equivalencia.

En vista de las dificultades expuestas y atendiendo a que el estudio del álgebra se deja casi exclusivamente para los grados 8° y 9°, creemos conveniente involucrar a los estudiantes del grado séptimo, a nivel de aula, en trabajos que incluyan conceptos fundamentales y elementales del álgebra para que éstos se sientan mejor preparados en los grados octavo y noveno, que es donde se hace mayor énfasis en el trabajo algebraico.

Por ello se plantea:

¿En qué medida el trabajo pre – algebraico con los estudiantes de séptimo grado, facilitaría el paso de la aritmética al álgebra?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Muchos de los fracasos que se presentan en el área de las matemáticas radican en el paso que existe de la aritmética al álgebra, ya que los diferentes estudios que se han hecho acerca de esto, así lo demuestran.

Este proyecto de aula es de gran importancia dentro de esta línea de investigación matemática, puesto que trata de solucionar en parte una de las tantas dificultades por la que atraviesan la mayoría de los estudiantes cuando se promueven del grado séptimo al grado octavo, como lo es la transición del trabajo con números (naturales y enteros) al trabajo con letras.

Esta investigación está enfocada a buscar alternativas de solución a algunos de los problemas que presentan los estudiantes de básica secundaria en el área de las matemáticas, específicamente en la transición que hay de los números a las letras; además, se espera que estas alternativas de solución se conviertan en estrategias metodológicas de los docentes de matemáticas y a la vez sentar las bases para impulsar al estudiante a un buen desempeño en esta área.

Los docentes desde el grado séptimo podrían abrir espacios para desarrollar algunos conceptos del álgebra para que así el alumno se sienta familiarizado con ésta, cuando entre de lleno a verla y no sea un obstáculo en la resolución de problemas.

Consideramos que el trabajo puede realizarse, ya que se cuenta con los recursos humanos y materiales como son la institución, alumnos, docentes, etc., además de contar con las suficientes bases teóricas y el tiempo necesario para realizar dicha investigación.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

- Introducir a los estudiantes de séptimo grado del Colegio de Bachillerato Mariscal Sucre (Sampués) al estudio del álgebra escolar, mediante el trabajo con actividades que involucren expresiones algebraicas sencillas que le signifiquen, a fin de prepararlos para el trabajo en álgebra.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Afianzar la comprensión de las operaciones matemáticas básicas en los alumnos de séptimo grado.

- Familiarizar al estudiante de grado 7° con el lenguaje algebraico y expresiones simbólicas.

- Diseñar actividades que involucren expresiones algebraicas sencillas relacionadas con: Perímetro, longitud, área, volumen y expresiones con variables y paréntesis.

- Solucionar situaciones problemáticas pre – algebraicas donde el estudiante ponga en práctica el conocimiento aritmético que tiene.

1.4 DELIMITACIÓN

Esta propuesta pedagógica está centrada en el estudio de nociones de conceptos fundamentales del álgebra, atendiendo a los diferentes estudios realizados por autores como Kieran (1989), Kucheman (1981), además de la investigación hecha en colegios oficiales de Santa Fé de Bogotá por el Grupo PRETEXTO de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, así como los aportes teóricos de Francisco Fernández García (Universidad de Granada), y de David Ausbel, y Jean Piaget.

Esta investigación se desarrolla en los cuatro (4) cursos del grado séptimo, los cuales reúnen 120 estudiantes en la jornada matinal del Colegio de Bachillerato Mariscal Sucre, en el año lectivo 2001 con la participación de diez estudiantes, por cada grado séptimo y con los profesores del área de matemáticas del respectivo grado.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

Al realizar la revisión bibliográfica sobre el tema en estudio, se encontró un trabajo de tesis realizado en Cúcuta en la Universidad Francisco de Paula Santander, titulado "Estado actual de las bases matemáticas para el aprendizaje del álgebra, en los colegios diurnos de Cúcuta". Este tenía como objetivo evaluar el aprendizaje de los conceptos básicos matemáticos que son indispensables para la comprensión y el aprendizaje del álgebra, a fin de investigar si el bajo rendimiento académico en el álgebra radicaba en el deficiente aprendizaje de temas de la aritmética.

Algunas conclusiones a las que se llegó en esta investigación se tomaron en una escala de cero a cinco y fueron:

- El aprendizaje del álgebra es inferior a tres en una escala de cero a cinco.

- Las posibles causas del bajo rendimiento provienen de la relación alumno – profesor, metodología utilizada por este último, o porque el alumno no ha pasado la etapa operacional concreta a la formal.

Otro antecedente es el trabajo de investigación realizado a nivel de la Universidad de Sucre, cuyo título es "Incidencia de los factores de tipo metodológico, secuencial de temas y programáticos en la adquisición de las bases matemáticas para el aprendizaje del álgebra". Realizado por Rocío Elena Cuello Velilla.

Éste tenía como objetivo identificar las causas de tipo metodológico, programático, secuencial de los temas, que inciden en la adquisición de los conceptos matemáticos básicos para el aprendizaje del álgebra.

Entre las conclusiones a que se llegó en este trabajo de investigación, encontramos:

- Los docentes en un 81.8% y los alumnos en un 38.2% están de acuerdo en que los profesores al planificar los temas tienen en cuenta dificultades de los alumnos, grado de complejidad de los temas, e intereses de los alumnos.

- Los docentes (100%) consideran que la forma como se desarrollan los temas incide en la adquisición de los conceptos básicos para el aprendizaje del álgebra.

- Los docentes (63.6%) y los alumnos (78.2%) opinan que la escasez del tiempo incluido incide en la adquisición de los conceptos básicos matemáticos para el aprendizaje del álgebra.

Siguiendo con los antecedentes a nivel regional encontramos el trabajo realizado en la Mojana titulado “Interpretaciones de la letra en el álgebra escolar; un estudio exploratorio con estudiantes de noveno grado de los colegios San José de Majagual y Bachillerato de Guaranda (Sucre)”, este trabajo fue realizado basado en los estudios de Kucheman de quien hablaremos más adelante, cuyos autores son: Albeiro Martínez Chávez y Donaldo Peña Coronado. Este trabajo consta de tres capítulos, el primero referente a los antecedentes teóricos sobre investigaciones de uso e interpretaciones que los estudiantes dan a la letra en su trabajo con el álgebra escolar, en el segundo capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de los cuestionarios aplicados a los estudiantes de noveno grado y el análisis de los mismos, así como también la clasificación de dichos estudiantes en los cuatros niveles de comprensión establecidos por Kucheman, por último, un tercer capítulo, donde se presentan algunas conclusiones basadas en los resultados obtenidos, entre los cuales encontramos:

- Las interpretaciones más comunes que los estudiantes le dieron a la letra fueron: letra evaluada, letra ignorada o no usada y letra como objeto.

- En cuanto a las interpretaciones de la letra como incógnita, número generalizado y variable, los resultados muestran pocas manifestaciones de ellas.

- Se resalta cierta tendencia a no usar o ignorar la letra, pues el estudiante tiende a operar lo que considera numérico y por tanto, lleva o pega la letra al resultado pero no la reconoce como representante de número.

Al interior del programa, dentro de esta línea de investigación, se encuentra el trabajo realizado a nivel de 8° - 9° por Canchila Omar y Benavides Edel en donde se pretende hacer un acercamiento entre el álgebra escolar y la geometría a través de la resolución de problemas, por medio del estudio de algunas expresiones algebraicas; tendiente a convertirse en una alternativa metodológica para la asignatura.

Algunas conclusiones a las que se llegó en este trabajo son:

- Los temas de expresiones algebraicas en octavo grado se están desarrollando de una forma descontextualizada, donde se da mayor prioridad a la utilización y manejo de algoritmos, sin detenerse un momento a pensar si lo que se está haciendo tiene importancia para el estudiante, o si les está mostrando un campo de aplicabilidad.

- La enseñanza del álgebra escolar en la mayoría de los casos no está acorde con lo planteado por el MEN en los lineamientos curriculares de matemáticas, en los cuales se propone que se debe potenciar el pensamiento espacial y variacional, así como el uso de sistemas geométricos para la enseñanza y el aprendizaje del álgebra.

2.2 MARCO CONTEXTUAL

2.2.1 Ubicación geográfica del Colegio de Bachillerato Mariscal Sucre.

El Colegio de Bachillerato Mariscal Sucre tiene aproximadamente una extensión de $1K^2$ y está ubicado en el municipio de Sampués.

Limita al norte con el Barrio Las Colinas, al sur con el Barrio El Oasis, al este con el Barrio Las Acacias, al oeste con el Barrio Santa Marta.

2.2.1.1. Filosofía de la institución. Conceptualización. La filosofía contempla las interrelaciones existentes entre los fenómenos del mundo, el hombre y la naturaleza; crea interrogantes permanentes y da respuestas precisas de dichos fenómenos, proporciona las explicaciones más generales del universo, del hombre, y de las instituciones, a su vez; permite esclarecer el por qué y para qué de todo lo existente.

2.2.1.2 Filosofía del plantel. Conscientes de que el alumno es un ser social por naturaleza, centro de la educación, parte activa y actor principal dentro del proceso de aprendizaje y su propia formación; que alcanza además su desarrollo interactuando con su grupo social y el ambiente que lo rodea, el "Colegio Mariscal Sucre" comprometido con las exigencias éticas, morales, culturales y educativas de cada uno de los estudiantes que ingresan a esta institución y con la sociedad en general, pretende proporcionar al alumno experiencias de aprendizaje, recursos y estrategias, que le permitan asumir vivencias enmarcadas en el rescate y formación de valores éticos, morales, sociales y culturales que le permitan un cambio de actitud frente a su entorno (Escuela – Comunidad) propiciando además el desarrollo de su autonomía, su creatividad, su participación y su capacidad crítica que lo conviertan en el gestor de su propio cambio como individuo, promoviendo su desarrollo personal en sus distintas dimensiones, con el fin de contribuir al desarrollo económico, político y socio – cultural de la región y del país, de acuerdo con los fines del sistema educativo colombiano.

2.2.1.3 Misión. Conceptualización. Es el objetivo supremo de la organización; expresar para qué se trabaja, orientada ésta hacia el exterior y hacia el futuro a largo plazo.

2.2.1.4 Misión de la institución. La misión del Colegio Mariscal Sucre en el Municipio de Sampués es dar a la sociedad, personas con una formación integral, con autonomía intelectual, social y ética; capaces de construir y producir conocimientos con miras a cumplir con el objetivo de crear y transformar su entorno; y la calidad de vida de la familia y la sociedad, fomentando la ética, la participación, la solidaridad, la autogestión, la convivencia armónica y la justicia social.

2.2.1.5 Visión. Conceptualización. Se refiere a lo que deseamos que sea la Institución Educativa en el futuro.

2.2.1.6 Visión de la institución. La visión del Colegio Mariscal Sucre, atendiendo a la misión que tiene en la comunidad de Sampués, es la de convertirse en un futuro, en polo generador de desarrollo social, económico, cultural, político y educativo como producto de la educación con calidad que se imparte en el plantel.

2.3 BASES TEÓRICAS

Para el desarrollo del trabajo, consideramos conveniente hacer una breve discusión de algunos aspectos teóricos que se tendrán en cuenta para la construcción de las actividades de aula; relacionados con:

- El lenguaje habitual, aritmético y algebraico.

- Marco histórico del álgebra, en particular álgebra geométrica.

- Interpretaciones de la letra.

- Sugerencias para el trabajo en la transición de la aritmética al álgebra por parte del Grupo Pretexto.

- Marco psicológico, dentro del cual hablaremos:

    - Material potencialmente significativo.
    - Proceso de aprendizaje según Piaget.
    - Estados del desarrollo cognitivo según Piaget.
    - Aprendizaje significativo según D. P. AUSBEL.

En la enseñanza de algunos tópicos de matemáticas, como el álgebra, hay que decidir sobre cuál es el momento adecuado para introducir el vocabulario y los símbolos apropiados, además, el papel del lenguaje en la asimilación de conceptos es de vital importancia en el aprendizaje de los niños.

Como se señaló en la formulación del problema, un aspecto esencial en el estudio del álgebra lo constituye el lenguaje usado.

2.3.1 El lenguaje habitual[5]. El lenguaje ordinario es un vehículo necesario para la comunicación de ideas. En matemáticas el simbolismo formal es la principal forma de realizar la comunicación, en especial la escrita. El lenguaje escrito de las matemáticas opera en dos niveles: El primero es el nivel semántico; donde los símbolos y las notaciones son dadas con un significado claro y preciso.

En este nivel existe un paralelismo con el lenguaje ordinario, puesto que existen términos que se escriben lo mismo pero que de acuerdo al contexto tiene diferentes significados.

Los símbolos matemáticos también tienen un segundo nivel, el nivel sintáctico; en el que las reglas pueden ser operadas sin referencia directa a

5 M. M. Socas, M. C. Camacho, M. Palarea, J. Hernández. Iniciación al álgebra.
Pág. 15.

ningún significado. Este nivel sintáctico es un elemento esencial en el desarrollo de las matemáticas, puesto que las reglas que rigen la aritmética son diferentes a las que rigen el álgebra.

En matemáticas, el lenguaje ordinario tiene que ayudar a interpretar el lenguaje simbólico, lo que produce un conflicto de precisión. El lenguaje ordinario puede expresar un significado a pesar de que se cometan abusos morfosintácticos, tales como roturas de reglas gramaticales o faltas de ortografía. El significado puede ser comunicado por alusión o asociación. El lenguaje ordinario puede también ser usado para expresar emociones, dar opiniones, discutir cualidades o valores. Por el contrario, el lenguaje de las matemáticas es más preciso, está sometido a reglas exactas, no comunica su significado salvo por la interpretación exacta de los símbolos y no puede expresar emociones, juicios o valores. Este es el conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario dentro del contexto matemático.

2.3.2 El lenguaje aritmético[6]. La aritmética se estructura con un sistema de notación muy particular, diferente del lenguaje ordinario, aunque comporta con él algunos rasgos específicos.

Los problemas de la aritmética tienen que obedecer a ciertas reglas: 7 + 4 = , a la vez que no admiten otras, 7 + = 4. Las reglas no son todas simples, en

---

6 Ibit. Pág. 19 – 20.

particular, los numerales, las divisiones largas, las fracciones, la jerarquía de las operaciones, los paréntesis, etc.; requieren de mucho adiestramiento para acometer las operaciones y los símbolos con significado.

Existen semejanzas, algunas no del todo triviales, entre el lenguaje ordinario y la aritmética (o matemáticas). En el lenguaje ordinario podemos encontrar elementos como los nombres, que a menudo, simbolizan personas u objetos, y elementos como los verbos, que con frecuencia, simbolizan acciones o relaciones. En aritmética los números 7, 35, ..., son como nombres y los signos +, - , =, ..., son como verbos. Existen reglas para combinar elementos en una oración del mismo modo que existen para ecuaciones: << 5x - = 8 >> no es una ecuación y tampoco es oración << Víctor el balón lento >>. Algunas ecuaciones están bien formadas, pero son falsas.

<< 7 + 5 = 15 >>, al igual que algunas oraciones están bien formadas pero son falsas, <<Arrecife es la capital de Canarias>>.

No obstante, la diferencia entre la aritmética y las expresiones verbales es también bastante notable.

El lenguaje ordinario ha desarrollado un amplio número de recursos estructurados tales como preposiciones, conjunciones, afijos, subordinación de frases, etc. Análogamente la aritmética (las matemáticas) posee elementos estructurados; los más significativos son los paréntesis, además, hay una gran cantidad de estructuras implícitas al realizar una tarea aritmética o al leer alguna afirmación, por ejemplo, en la jerarquía de las operaciones, la multiplicación se realiza antes que la suma.

2.3.3. El lenguaje algebraico[7]. Generalmente el lenguaje algebraico es considerado como el uso de letras y símbolos matemáticos para representar un proceso descrito verbalmente; las letras como variables proceden de épocas antiguas. La comunicación escrita del conocimiento geométrico requería el uso de figuras donde los puntos eran señalados con letras del alfabeto; inclusive en textos numéricos las letras eran usadas como numerales. De manera similar, las líneas, triángulos, cuadriláteros, eran designados por letras o combinaciones de letras que en el fondo indicaban puntos. La utilización de las letras como variables en geometría no propició el nacimiento de un lenguaje algorítmico.

El paso decisivo hacia una notación algebraica más útil fue dado por Viéte (sobre 1600), quien también indicó por letras las magnitudes indeterminadas y las variables en expresiones algebraicas. Esta notación fue el comienzo del desarrollo de un lenguaje algebraico propio, que consigue separarse más

---

7 Ibit. Pág. 22- 23.

y más del lenguaje ordinario. Las letras son primeramente usadas para indicar números arbitrarios y más tarde también para funciones arbitrarias.

Estos lenguajes en cierta forma guardan relación desde el punto de vista en que los estudiantes deben manejar tanto el lenguaje ordinario como el aritmético para que puedan comprender y manejar el lenguaje algebraico; por tanto si un estudiante no maneja el lenguaje habitual mucho menos podrá hacerlo con el lenguaje algebraico, lo que le ocasionaría muchas dificultades como es el caso de traducir enunciados del lenguaje habitual al lenguaje aritmético y por ende, al lenguaje algebraico, como éstas podrían derivarse infinitas dificultades.

2.3.4 Marco histórico del álgebra[8]. El álgebra se caracteriza por sus métodos, que conllevan el uso de letras y expresiones literales sobre las que se realizan operaciones. Está presente en toda la matemática, pues cualquier problema termina convirtiéndose en un cálculo más o menos algebraico.

Para dar una idea de los inicios del álgebra es imprescindible remontarse al concepto de número. Los números eran percibidos por los antiguos como una propiedad inseparable de una colección de objetos, propiedad que ellos no podían distinguir claramente. Más adelante, aparecen las operaciones con

8 Ibit. Págs. 38 - 41.

números como reflejo de las relaciones entre los objetos concretos, y los hombres fueron descubriendo y asimilando las relaciones entre los números.

Finalmente, a medida que la vida social se hizo más intensa y complicada, fueron apareciendo problemas más complejos que impulsaron a perfeccionar los nombres y <<símbolos>> de los números.

La primera etapa hacia los signos matemáticos y las fórmulas en general, la constituye la aparición de los símbolos numéricos, que aparentemente se produjo al mismo tiempo que la escritura y que jugó un papel fundamental en el desarrollo de la aritmética. Todavía es este tiempo, cualquier ley o la resolución de un problema matemático se expresaba con palabras, pues la utilización de signos para las operaciones aritméticas y la designación literal para la incógnita tuvo lugar mucho más tarde.

La palabra <<ÁLGEBRA>> proviene del título de un libro Al-jarbr (algunos usan al-gebr) w'almuqabalah, escrito en Bagdad, alrededor del año 825 por el matemático y astrónomo Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi (Mohammed hijo de Musa nativo de Khwarizm), que muestra en sus trabajos la primera fórmula general para la resolución de ecuaciones de primero y segundo grados.

El título Al-jarbr w'almuqabalah significa <<ciencia de la restauración y oposición>> o <<transposición y eliminación>> o, como expresa Carl Boyer, la transferencia de términos al otro miembro de la ecuación (al-jarbr) la cancelación de términos iguales en ambos miembros de la ecuación (al-muqabalah).

Para estudiar la historia del álgebra dividiremos su desarrollo en tres fases:

La primera fase, que comprende el período de 1700 a. de C. a 1700 d. de C.; se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. Dentro de esta fase encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viéte (1540 – 1603), marca el inicio de una nueva etapa en el cual Descartes (1596 – 1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones. Posteriormente, Euler (1707 – 1783) la define como la teoría de los <<cálculos con cantidades de distintas clases>> (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones).

Cabe señalar en este período los trabajos de George Peacock (1791 – 1858), tendentes a fundamentar y justificar las operaciones con expresiones literales. A él se debe el <<principio de permanencia>> que decía:

> *<<Todos los resultados del álgebra aritmética que se deducen por aplicación de su regla y que son generales en su forma, aunque particulares en su valor, son igualmente resultados del álgebra simbólica, donde son generales tanto en su valor como en su forma>>*

Entendiendo por álgebra aritmética, aquella donde las letras representan números naturales y los signos + y – tienen el significado aritmético ordinario, y el álgebra simbólica, donde siguen actuando las leyes del álgebra aritmética, pero se elimina la restricción a los naturales.

El principio de permanencia afirmaba que todas las reglas que se verifican con los naturales, por ejemplo, conmutativa y asociativa de la suma y de la multiplicación, y distributiva de la multiplicación respecto de la suma, seguían verificándose para todos los demás números u objetos representados por las letras. Así, la importancia del significado de los símbolos quedó relegada a un segundo término ante la primacía de los símbolos por sí mismos y sus leyes de combinación; por ejemplo, la adición significará cualquier proceso que se ajuste a determinadas leyes.

Hasta este momento, finales del siglo XVIII y primera mitad del XIX, el álgebra era la ciencia de las ecuaciones y sus problemas fundamentales radicaban en la teoría de resolución de ecuaciones algebraicas.

En la segunda mitad del siglo XIX, el álgebra presentó un notable impulso debido a grandes matemáticos, entre los cuales destacamos las ideas de Galois (1801 – 1832) sobre la teoría de ecuaciones algebraicas. Teorías tales como la de grupos, determinantes y matrices, por citar algunas, alcanzaron un profundo desarrollo.

Todo esto favoreció el nacimiento el álgebra abstracta contemporánea (3° fase) llamada algunas veces álgebra moderna. En este período se prescinde de los números de ahí el nombre de abstracta, y los objetos utilizados pueden ser cualesquiera (matrices, vectores, tensores, etc.) sobre los cuales se definen ciertas operaciones que verifican unas determinadas propiedades, construyéndose el álgebra a partir de axiomas previamente definidos.

La notación algebraica presenta también tres períodos claramente diferenciados:

- El período retórico o verbal, en el cual las operaciones se describían con palabras. Este período se extiende desde los babilonios (1700 a. de C.) hasta Diophante (250 d. de C.).

- El período sincopado o abreviado, cuando empieza a utilizarse algunas abreviaciones para simplificar la resolución de los problemas. Este período comienza con Diophante y dura hasta comienzos de siglo XVI.

- El período simbólico aparece en el siglo XVI y utiliza ya diferentes símbolos y signos matemáticos. Esta notación que fue más o menos estable en tiempo de Isaac Newton (1642 – 1727), se mantiene actualmente sin uniformidad total. Este período coincide con la 2ª fase anteriormente indicada que como hemos señalado, está asociada al nombre de Viéte, el cual comenzó a denotar por letras no sólo las incógnitas, sino números dados previamente.

Descartes (1596 – 1650), también contribuyó de manera importante con nuestra notación moderna.

De los períodos por los que atravesó el álgebra, consideramos indispensable para el presente trabajo detenernos en el álgebra geométrica, ya que consideramos brinda muchos elementos que posibilitarían una comprensión significativa de los conceptos algebraicos.

2.3.5 El álgebra geométrica[9]. Los griegos, aunque se cree que conocían los métodos de los babilonios (métodos puramente algebraicos) para la resolución de ecuaciones, desarrollaron métodos geométricos para resolverlas y comprobar diversas propiedades.

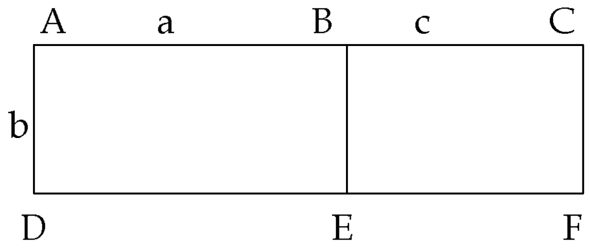
En el libro II de los elementos, de Euclídes (300 a. de C.) (el más corto de todos ellos), hay 14 proposiciones que permiten resolver problemas algebraicos. Actualmente, nuestra álgebra simbólica los resolvería rápidamente, pero el valor didáctico del álgebra geométrica es importante.

Uno de los tantos ejemplos que ilustra el álgebra geométrica es la forma de probar la propiedad distributiva que es la primera proposición del libro II de los elementos de Euclídes. A continuación mostraremos esta situación.

> *<<Si tenemos dos líneas rectas y cortamos una de ellas en un número cualquiera de segmentos, entonces el rectángulo contenido por las dos líneas rectas es igual a los rectángulos*

9 Ibit. Págs. 41, 42.

contenidos por la línea recta que no fue cortada y cada uno de los segmentos anteriores.>>



AD.AC = AD.AB + AD.BC

b(a+c) = b.a + b.c

Como podemos ver, es la propiedad distributiva del producto respecto de la suma. De forma análoga se demuestran las propiedades asociativas y conmutativa del producto.

Por otra parte, para la realización y diseño de nuestras actividades, nos hemos apoyado primero en teoría de autores como Kieran (1989)[10], quien plantea que los estudiantes al comenzar el estudio del álgebra traen enfoques que usaban en el trabajo aritmético pero que no son suficientes para realizar el trabajo algebraico.

Además, está la investigación hecha por Kucheman[11] (1981) que habla sobre las seis diferentes interpretaciones que le puede dar el estudiante a la letra en contextos algebraicos y que pueden tipificarse así:

---

10 KIERAN. (1989). La transición aritmética – álgebra. p. 19 – 20.
11 Ibit. p. 30 - 31

2.3.6 interpretaciones de la letra.

1.- *Letra evaluada:* A la letra se le da un valor numérico en lugar de tratarla como un valor desconocido. Por ejemplo, al preguntársele: si e+f= 8, ¿cuánto es e+f+g?, el muchacho responde 12, en lugar de 8+g.

2.- *Letra no usada:* Aquí la letra se ignora, o a lo más es reconocida (pero sin dársele un significado). Por ejemplo, al solicitársele "súmele 2 a 3n", el muchacho escribe 5 ó 5n en vez de 3n+2.

3.- *Letra como objeto:* La letra es vista como un nombre para un objeto, o como el objeto propiamente dicho. Por ejemplo, ante expresiones como "2n + 3n" se piensa en "2 naranjas y 3 naranjas", simplemente como "2 enes y 3 enes, lo cual significa 5 enes juntas". Si bien esta manera de operar puede servir para resolver fácilmente algunos ejercicios (por ejemplo en la suma de términos semejantes), puede ser errónea o carecer de significado en otros, como cuando se planeta que una libra es igual a cuatro marcas, en un cierto instrumento para pesar, y se traduce como:

l = 4m (lo cual no se tiene, en este caso, si l y m son números).

4.- ***Letra como incógnita:*** Aquí la letra se piensa como un número particular pero desconocido y el muchacho se lanza a operar con la letra vista de esta manera, a pesar de la falta de cerradura del resultado (Como en las respuestas 8+g y 3n+2).

5.- ***Letra como número generalizado:*** La letra se ve como representante de valores o capaz de tomar varios valores más que como un valor específico, como en "qué puede usted decir de C si C + D = 10 y C es menor que D".

6.- ***Letra como variable:*** La letra representa un rango de valores y el muchacho es capaz de describir el grado con el cual los cambios en un conjunto se determinan por los cambios en otro (lo cual significa establecer al menos una relación de segundo orden).

Un ejemplo es "**a = b + 3**; ¿qué le pasa a **a** sí **b** es incrementado en 3?" donde los muchachos necesitan encontrar una relación como "a es siempre tres más que b", mejor que "este a es tres más que este b", lo cual no dice nada acerca de su relación con los cambios de b.

De las seis interpretaciones que el estudiante le da a la letra en álgebra para el diseño de nuestras actividades, tendremos en la letra como incógnita, como variable y evaluada, las cuales están dentro de las que el estudiante en este período más usa, según investigaciones realizadas y mencionadas anteriormente.

Para el presente trabajo se considera fundamental los aportes hechos por el grupo PRETEXTO[12] en su investigación Transición Aritmética – Álgebra, basados en los estudios de Kucheman, aportes que deben tenerse en cuenta para el trabajo de aula a realizar. El trabajo del Grupo Pretexto se ha caracterizado bajo el nombre de **Problemas puntuales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas** entre las cuales está: la proporcionalidad en aritmética, la variable en álgebra, límite en cálculo y enunciados condicionales en lógica.

Si bien no aparecen explícitamente en los momentos de transición, grados sexto a octavo determinan en una alta medida la posibilidad de comprensión tanto de la relación entre aritmética y álgebra, como del álgebra misma.

Es de resaltar las sugerencias de actividades hechas por el Grupo Pretexto[13], que se consideran pueden ser abordadas desde el trabajo aritmético y permite un transito más natural hacia el trabajo algebraico, como:

---

13 Ibid. Pag. 26

- Tomando como base la capacidad desarrollada por los estudiantes en el trabajo aritmético, plantear exigencias en cuanto a explicitar y dar cuenta de los procesos realizados y en tal sentido, descentrar el interés en la búsqueda de respuestas, así como tematizar las convenciones de notación.

- Posibilitar trabajos con la igualdad como relación de equivalencia. Un tema propicio para un trabajo en este sentido, lo constituye las fracciones, pues, además de tematizar la igualdad como relación de equivalencia, permite "romper" con la idea de unidad fija de medida, en tanto aquí, como ya se mencionó la unidad varia. Otro tema
 que permite el trabajo con clases de equivalencia, y que hace uso del algoritmo de Euclídes, en los Naturales, ligando bases y sistemas de numeración, es el de clases residuales.

- Propiciar experiencias con procesos de generalización y búsqueda de patrones, en particular, como posibilidad de acercamiento a la noción de variable, además de la necesidad de que "el número generalizado" varíe en diferentes universos numéricos.

- Propiciar actividades a partir del trabajo con los conjuntos numéricos, inicialmente ligadas a la variación –tanto en conjuntos discretos como densos-, que posibiliten interpretaciones de la letra como representación indistinta y simultánea de individuos en estos conjuntos. En particular se propone un trabajo de tipo constructivo para "dar existencia" a los números racionales, basado en el "saber previo" del estudiante. Sobre estructura multiplicativa en el conjunto de los números naturales.

- Proponer actividades que favorezcan discusiones en torno a la idea de continuidad de la variable, ligada a la noción de infinito.

- Posibilitar percepciones de la variación a partir del análisis de tablas o del análisis de gráficas, que representan relaciones entre parámetros.

- Proponer actividades que requieran de diversas interpretaciones de la letra.

2.3.7 Marco psicológico. Para la presente investigación también nos apoyamos en un marco psicológico, en el cual encontramos el aprendizaje significativo, en este tipo de aprendizaje, el alumno tiene un método para vincular los aspectos sustanciales (opuestos a los de aprendizaje literal) de los nuevos conceptos, de la información o de las situaciones con los componentes importantes de la estructura cognoscitiva existente de formas diversas que hacen posible la incorporación de relaciones derivadas, elaboradas, correlativas, confirmativas, calificadoras o representativas. Según la naturaleza de la tarea de aprendizaje (por ejemplo, de recepción o de descubrimiento) la meta puede ser o bien descubrir o simplemente aprender e incorporar tales relaciones. Por el contrario, en el aprendizaje memorístico la meta del alumno es descubrir una solución para un problema o interiorizar el material palabra por palabra como un fin en sí mismo distinto y aislado. Naturalmente, este aprendizaje no se produce en un vacío cognoscitivo. El material está vinculado a la estructura cognoscitiva, pero no de una forma sustancial sino arbitraria que permita la incorporación de una de las relaciones antes especificadas. Por lo que se refiere al aprendizaje por descubrimiento, la distinción entre el aprendizaje memorístico y significativo es semejante a la que hay entre “ensayo y error” y resolución de problemas y comprensión.

El material potencialmente significativo.

Como ya se ha indicado, una meta o método significativo de aprendizaje da como resultado un proceso y una consecuencia de aprendizaje con sentido siempre que el material de aprendizaje (tarea) sea en sí mismo potencialmente significativo. En este caso, la insistencia en el uso del calificativo “potencial” es algo más que una simple cuestión académica.

Si el material de aprendizaje fuera simplemente considerado significativo, el proceso de aprendizaje (aprehensión del significado y conversión del mismo en algo útil) sería por completo superfluo; el objeto del aprendizaje se habría alcanzado ya, por definición, antes de que se intentara ningún aprendizaje e independientemente del tipo de método de aprendizaje que se hubiera empleado. Es cierto que algunos de los elementos componentes de una tarea de aprendizaje corriente, por ejemplo, las palabras individuales de un nuevo teorema geométrico, podrían ya tener significado para el alumno; pero el objeto del aprendizaje en esta situación es el significado de las proposiciones relacionadas con un todo, los significados individuales de sus elementos componentes. Así, aunque el término “aprendizaje significativo” supone necesariamente el uso de tareas de aprendizaje potencialmente comprensivas, no implica que el aprendizaje de material con sentido como opuesto al material memorístico sea el rasgo distintivo del aprendizaje significativo. Se puede percibir el material de este tipo y reaccionar en la forma correspondiente a él, pero no constituirá una tarea de aprendizaje siempre que el mismo término “significativo” connote que el objeto del aprendizaje se hubiera consumado previamente.

El proceso de aprendizaje según Piaget.[14]

- La asimilación es la incorporación de un nuevo objeto, experiencia o concepto al conjunto de esquemas existentes, un niño, a cualquier edad, tiene una serie de mecanismos que sabe utilizar; en el momento en que puede usar estas acciones para responder a un nuevo estímulo, se dice que

14 PIAGET, Jean. Módulo de teoría del aprendizaje. P. 103

está asimilando. Por ejemplo, una vez que el niño sabe mamar el pecho, se le presenta un tetero por primera vez; él asimila el pezón de caucho del tetero al esquema de mamar y es capaz de responder al nuevo estímulo.

- La acomodación es el proceso mediante el cual el niño cambia sus acciones para manejar nuevos objetos y nuevas situaciones. Los movimientos bucales que se utilizan para chupar la leche de un pezón de caucho son un poco diferentes de los que se usan para mamar del pecho. Cuando el niño se da cuenta que ciertos movimientos diferentes de la lengua y de las mandíbulas resultan en una mejor succión de leche, se acomoda al chupo de caucho y desarrollará un nuevo esquema de mamar.

La psicología genética de Jean Piaget del criterio básico de la asimilación: ésta se presenta cuando los estudiantes utilizan sus ideas previas para trabajar la información nueva, la comprenden y la incorporan a la estructura que ya poseen. Es decir, el proceso por el cual se toman elementos del ambiente para ser incorporados en la estructura cognoscitiva de la persona, se llama asimilación. La segunda concepción básica, con el mismo fundamento piagetano, admite la acomodación, que tiene lugar cuando el esquema conceptual previo de los alumnos es inadecuado para procesar la nueva información; caso en el cual se necesita la sustitución de los conceptos existentes en la estructura conceptual de los estudiantes, por lo que se requiere de un cambio conceptual que, en síntesis significa sustituir los conceptos existentes por otros en los que se produce indispensablemente el cambio conceptual. De acuerdo con Piaget, aunque a un nivel conceptual se distingue la asimilación de la acomodación, es evidente que ambos son factores indisociables en la realidad concreta de cualquier acto adaptivo, ya que involucran acciones complementarias para lograr esa adaptación. Por otra parte tenemos que el proceso de desarrollo de la inteligencia, tal como lo ve Piaget, se desarrolla en cada niño a través de determinados estadios que son parte de un proceso continuo, en el cual una característica del pensamiento infantil se cambia gradualmente en un tiempo determinado y se integra en formas mejores de pensamiento. El niño puede estar en más de un estadio al mismo tiempo. Piaget[15] distingue tres estadios de desarrollo cognitivo, cualitativamente diferentes entre sí, que se subdividen en subestadios.

1. **Estadio sensoriomotor**, abarca desde el nacimiento hasta los dos primeros años de vida. Período sensorial y de coordinación de acciones físicas.

2. **Estadio de operaciones concretas,** abarca desde los dos a los once o doce años de edad. Consiste en la preparación y realización de las

15 M. M. Socas, M. C. Camacho, M. Palarea, J. Hernández. Iniciación al álgebra. Pág. 74.

operaciones concretas de clases, relaciones y números. Este segundo estadio se subdivide en:

a. Período preoperacional (dos a siete años). Período de pensamiento representativo y prelógico.
b. Período operacional concreto (siete a once años). Período de pensamiento lógico concreto.

3. **Estadio de operaciones formales**, se inicia alrededor de los once a doce años y alcanza su pleno desarrollo tres años más tarde. Período del pensamiento lógico ilimitado. Los trabajos iniciales de Piaget, los posteriores de Collis y los de Chelsea C.S.M.S. Project, señalan un camino en el desarrollo en los niños del estadio operacional concreto al estadio operacional formal, en el contexto particular de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

En síntesis[16], los estadios del desarrollo cognitivo, tal como podrían derivarse de los trabajos de Piaget y propuestos por Collis (1980), serían los cinco estadios siguientes:

(0) Preoperatorio (cuatro a seis años).

(1) Temprano de operaciones concretas (siete a nueve años).

---

16 Ibit. Págs. 77, 78.

(2) Final de operaciones concretas (diez a doce años).

(3) De generalización concreta (formal temprano) (trece a quince años).

(4) De operaciones formales (dieciséis años en adelante).

El estadio (2) (final de operaciones concretas) se caracteriza, siguiendo con el ejemplo del sistema de numeración, por la capacidad del niño para trabajar con cierto número de operaciones en secuencia si los números se mantienen pequeños, y con números grandes si forma parte de operaciones simples. Así los alumnos reconocen la unicidad del resultado de una operación simple con números pequeños y de este modo pueden realizar tareas de comparación de expresiones como 5+8+7, con 5+8+3, ó 525 x 218 con 532 x 218. En el caso de números pequeños sin recurrir a la clausura y en el caso de números grandes que se escapan a la visualización física, el niño se repliega a la clausura, es decir, cierra cada parte por separado y compara.

El Estadio (3) (de generalización concreta). En este estadio los niños pueden usar cierto número de operaciones, no asequible físicamente, en la medida en que tienen una garantía de que los elementos y sus combinaciones pueden clausurarse en cualquier momento y proporciona un resultado único que puede ser aplicado a la realidad física. Aún necesitan la garantía de la clausura, pero esto no significa que necesiten cerrar secuencialmente operación por operación. Pueden determinar sí el siguiente par de expresiones:

$$\frac{325 \times 417}{417} \quad \text{y} \quad \frac{325 \times 405}{325}$$

son o no equivalentes, sin clausura.

Los alumnos de este nivel utilizan elementos generalizados (cifras grandes y letras en sustitución de números). Están dispuestos a entender y usar con significado la generalización

$$\frac{m.a}{m} = \frac{n.a}{n}$$

y trabajar con fórmulas como V = a x b x c, siempre que se les capacite para tener en cuenta que cada letra representa a un único número y que cada operación binaria puede clausurarse en cualquier momento.

Uno de los autores que ha influido mayormente en la elaboración y divulgación de las ideas modificadoras de las formas de aprender y de suministrar el conocimiento es D.P. Ausbel[17]. Su aporte fundamental ha consistido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de interacciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. En efecto, la crítica

---

17 AUSBEL., David. Modulo de teoría del Aprendizaje. P. 148

fundamental de Ausbel a la enseñanza tradicional reside en la idea de que el aprendizaje resulta muy poco eficaz si consiste simplemente en la repetición mecánica de elementos que el alumno no puede estructurar formando un todo relacionado. Esto sólo será posible si el estudiante utiliza los conocimientos que ya posee, aunque éstos no sean totalmente correctos.

La teoría del aprendizaje significativo es una introducción a la psicología del aprendizaje en el salón de clases, que se ocupa principalmente del problema de la enseñanza y de las adquisición y retención de estructuras de significado, más particularmente, del surgimiento de nuevos significados en el alumno.

El principio básico de esta teoría, reside en la afirmación de que las ideas expresadas simbólicamente, van relacionadas de modo no arbitrario; es decir, de manera sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por eso, la recomendación Ausbeliana se basa en averiguar primero, lo que el alumno ya sabe para proceder en consecuencia (Ausbel, Novak y Hannesian, 1976).

2.4 MARCO CONCEPTUAL

Aquí tendremos en cuenta los términos que se manejan en la investigación con su significado para el diseño de las actividades.

Álgebra

Es la rama de las matemáticas en la que las operaciones y cantidades son consideradas del modo más general posible, con abstracciones de los números concretos; su simbología está basada en letras.

Se ha evidenciado a través del tiempo que el álgebra surge como una necesidad para resolver problemas que no podía resolver la aritmética.

En el álgebra escolar, los contenidos buscan en el estudiante desarrollar destrezas del pensamiento, además, el álgebra ha sido vista como aritmética generalizada.

Expresión algebraica

Se llama expresión algebraica a la escritura de números y letras combinados entre sí mediante uno o varias operaciones matemáticas.

Ejemplo:

$2X, \qquad \frac{1}{2} X^2 Y + Z$

Para evaluar una expresión algebraica se debe reemplazar la letra por un número específico y efectuar las operaciones indicadas.

Variable

Según los autores citados por el grupo PRETEXTO en su trabajo La Transición Aritmética – Álgebra, llegan a una caracterización de la noción de variable: es precisamente el cambio, el pasar de un estado a otro, bien manteniendo la naturaleza primera, bien abandonándola, lo que la variable en matemáticas pretende capturar, así que referirse al cambio, a la variación, pueda aclarar esta problemática noción.

En matemáticas, la palabra variable la definen varios autores entre los cuales están: Couchy que la ve como una sucesión, Frege compara magnitudes con variables y habla de números variables concluyendo que magnitud es una sola, que los números variables no existen y que la palabra variable no tiene en el análisis justificación alguna. No podemos olvidar que Descartes fue el primero que habló de variable.

En álgebra, la variable es vista como letras que toman diversos valores dentro de los diferentes sistemas numéricos. Una expresión que contiene letras, números y signos; se puede decir que es una expresión variable.

Ejemplo:

Si $2X + 1$ es una expresión variable, entonces:

Si $X = 1$ la expresión queda: 3

Si $X = 2$ la expresión queda: 5

Términos algebraicos

Un término algebraico es cada uno de los sumandos en que se puede descomponer una expresión algebraica. Ejemplos:

a) xy es un término de la expresión:

   $xy - 1/9x^2$

Símbolo

Aquellos que, en virtud de una convención arbitraria, sólo sirve para designar una cosa o una operación determinada.

Debemos tener en cuenta la significación de los símbolos que se refiere a lo que representa cada símbolo, su comprensión y generalidad.

Incógnita

Es algo desconocido, en particular en matemáticas y especialmente en álgebra, incógnita puede ser vista como letra que se usa para indicar números particulares desconocidos.

2.5 MARCO LEGAL

Nuestro trabajo está fundamentado en los lineamientos curriculares para el área de matemáticas 1998, el cual está comprometido a la búsqueda de conocimientos acerca de los lineamientos pedagógicos y curriculares que el país necesita, y pretende ayudar a generar procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos por parte de los maestros, las comunidades educativas y los investigadores educativos del país, para así iniciar cambios en las prácticas de los docentes que están en pro del mejoramiento de los procesos de aprendizaje de los alumnos.

Además, nos apoyamos en la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) más específicamente en los siguientes artículos:

Artículo 20: **Objetivos de la educación básica**, donde tomamos el inciso siguiente:

c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico, para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

Articulo 22: **Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria**.

De este artículo el inciso siguiente:

c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Por otra parte, también tomamos fundamentos en el Decreto 2343/96, en la sección cuarta: Indicadores de Logros curriculares para los grados séptimo, octavo y noveno de la educación básica, numeral 7 (matemáticas); en los cuales el niño estará en capacidad de:

- Investiga y comprende contenidos y procedimientos matemáticos, a partir de enfoques de tratamiento y resolución de problemas y generaliza soluciones y estrategias para nuevas situaciones.

- Formula, argumenta y pone a prueba hipótesis, los modifica o descarta y reconoce las condiciones necesarias para que una propiedad matemática se cumpla; aplica estos procedimientos en la formulación, análisis y resolución de problemas.

- Hace estimaciones sobre numerosidad, resultados de cálculos y medición de magnitudes concretas, a partir de sus propias estrategias y las utiliza como criterio para verificar lo razonable de los resultados.

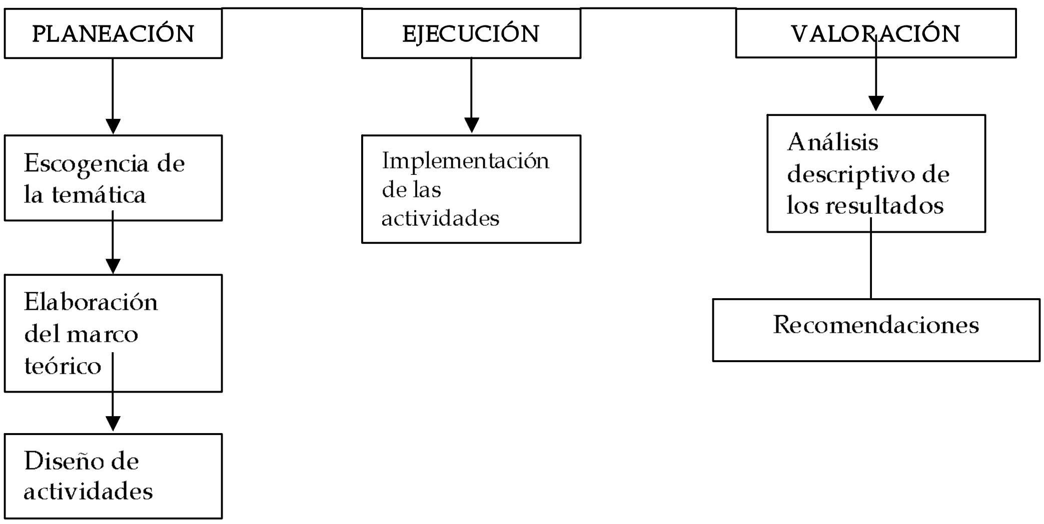
3. METODOLOGÍA

La metodología utilizada en el presente trabajo es la siguiente:

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Este trabajo se constituye en un proyecto de aula, se puede enmarcar dentro de la denominada investigación cualitativa – descriptiva. Un esquema del desarrollo del trabajo realizado es el siguiente:

Tabla N° 1. Proyecto de aula



3.2 POBLACIÓN DE ESTUDIO

La población de este estudio está constituida por los alumnos del grado séptimo, de la jornada matinal del Colegio de Bachillerato Mariscal Sucre.

Tabla N° 2. Distribución de edades en la población de estudio.

GRADOS	HOMBRES	MUJERES	EDAD (AÑOS)	No. ESTUDIO
	52	68		
7° A	2	8	11 - 13	10 Estudiantes
7° B	5	5	11 – 13	10 Estudiantes
7° C	1	9	11 – 13	10 Estudiantes
7° D	2	8	11 - 13	10 Estudiantes

3.3. INSTRUMENTOS

Para la recolección de la información del presente estudio se procederá a diseñar actividades que involucren expresiones algebraicas sencillas; utilizando para ello los conceptos de: perímetro, longitud, área, volumen, y además expresiones con variables y paréntesis, que le signifiquen y mediante esto poder iniciar el trabajo pre-algebraico con los niños de séptimo grado, a fin de hacer menos traumático el paso entre el trabajo aritmético al que viene acostumbrado y el trabajo algebraico que inicia en octavo grado.

Al plantear dichas actividades, éstas no se realizaron para todos los espacios de dificultades que manifiestan los autores (ver bases teóricas), más que todo, la construcción de algunas actividades se encaminó a la traducción de manera progresiva del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico.

Con respecto a la investigación hecha por Kucheman, que habla sobre las seis diferentes interpretaciones que le puede dar el estudiante a la letra en contextos algebraicos, para nuestro trabajo en las actividades haremos énfasis solamente a tres:

La letra como variable, letra como incógnita (aquí se puede notar fácilmente si el niño admite o no, la falta de cierre en el resultado), y la letra evaluada, para que de acuerdo con los estadios del desarrollo cognitivo que distingue Piaget en su estudio, y de acuerdo con la edad cronológica de los niños con que trabajamos que están alrededor de los 11, 12 y hasta 13 años estarían ubicados en el estadio de las operaciones concretas; además, los estadios del desarrollo cognitivo, tal como podrían derivarse de los trabajos de Piaget y los propuestos por Collis (1980), los ubicaríamos entre el estadio final de operaciones concretas y tal vez el de generalización concreta, buscando que hacia la noción de letra como variable sea menos traumático.

Para el desarrollo de algunas actividades hacemos uso del contenido geométrico buscando con ellas usar de manera significativa el conocimiento adquirido por los niños, así como propiciar el desarrollo de la competencia argumentativa; además no se descarta otro tipo de actividades que puedan ocurrir, pero que a la vez favorezcan dicha transición.

Las actividades serán aplicadas a los estudiantes una vez construidas, para luego ser evaluadas, y mediante esta información, se hará un análisis detallado, para ver si con estas actividades, se podría iniciar el trabajo pre-algebraico, y a la vez planearlo como alternativa o estrategia metodológica para los docentes del área de matemáticas, en la transición de la aritmética al álgebra.

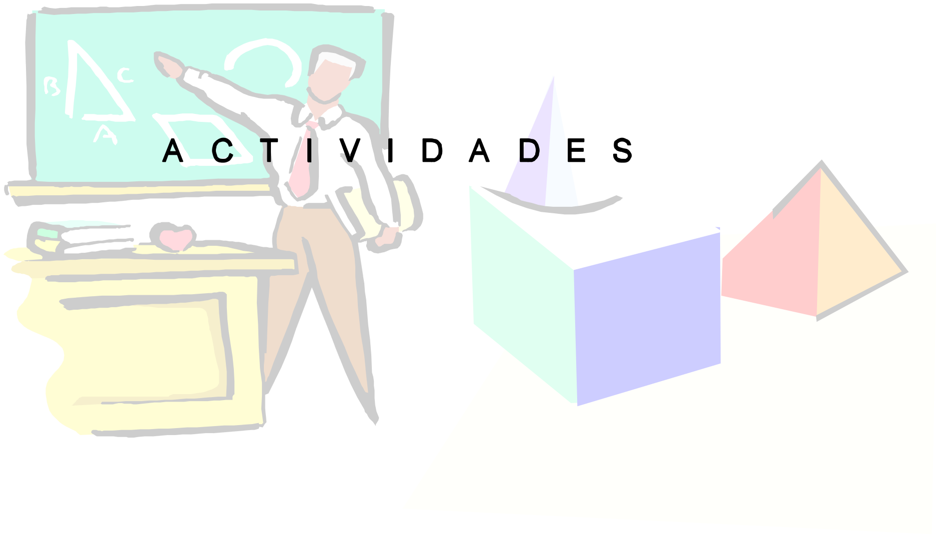
3.4 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

La investigación es de tipo descriptivo. Se tiene en cuenta la observación de la participación por parte de los niños en clases.

3.5 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS

Los datos a analizar en lo posible se analizarán en forma descriptiva, para así poder dar juicios valorativos.

4. ACTIVIDADES



UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
2001

Actividad N° 1 **Edad: 11 – 13 años**

Transición lenguaje ordinario – lenguaje aritmético – lenguaje algebraico

Objetivo:

* Familiarizar al estudiante con algunos de los lenguajes utilizados en matemáticas como son: El ordinario, aritmético, y algebraico, con el fin de posibilitar el tránsito entre ellos.

1. Escribe simbólicamente:

Lenguaje Ordinario	Lenguaje Aritmético	Lenguaje Algebraico
a. Cinco veces tres, más cuatro.		
b. La tercera parte de nueve.		
c. El doble de cuatro.		
d. Cinco veces, tres más cuatro.		
e. La suma de dos números es 23		
f. La quinta parte de diez.		
g. El triple de un número.		
h. La razón entre dos números.		
i. El producto de dos números.		
j. La diferencia de dos números.		

Actividad N° 2 **Edad: 11 – 13 años**

Transición lenguaje ordinario – Lenguaje algebraico

Objetivo:

***** Expresar en lenguaje algebraico algunas propiedades de los números naturales.

1. Escribe en forma algebraica las siguientes propiedades de los números naturales.

   a. La suma de dos números naturales es otro número natural.

   b. Si cambiamos el orden de los sumandos, la suma no se altera.

   c. El producto de dos números naturales es otro número natural.

   d. El orden de los factores no altera el producto.

   e. Si a cualquier número natural lo sumamos con el cero, el resultado es el mismo número natural.

   f. Si a un número natural lo multiplicamos por uno, el resultado es el mismo número natural.

g. Si a un número natural lo multiplicamos por cero, el resultado es cero.

h. Para multiplicar un número natural por una suma se multiplica por cada uno de los sumandos y se suman los resultados.

i. Para multiplicar un número natural por una diferencia se multiplican el minuendo y el sustraendo por el número y se restan los resultados.

Actividad N° 3 **Edad: 11 – 13 años**

Transición lenguaje ordinario - Lenguaje algebraico

Objetivo:

* Expresar en lenguaje algebraico algunos conceptos geométricos.

a. Expresa simbólicamente las definiciones:

☑ El perímetro de un cuadrado se halla sumando las longitudes de cada uno de sus lados. ______________________________.

☑ El perímetro de un triángulo se halla sumando las longitudes de sus tres lados: _________________________.

☑ El perímetro de un rectángulo se halla sumando las longitudes de sus cuatro lados. ______________________.

☑ El perímetro de un pentágono regular se obtiene sumando las longitudes de cada uno de su lados. ______________________.

Actividad N° 4 **Edad: 11 – 13 años**

Transición lenguaje corriente – Lenguaje Algebraico

1. Sabiendo que:

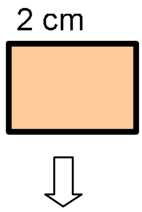
a. El área de un cuadrado se obtiene hallando el producto de las longitudes de dos de sus lados; Expresa simbólicamente ____.

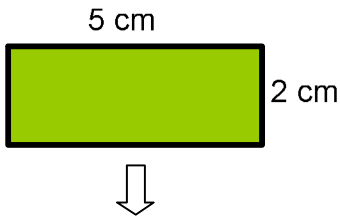
b. El área de un rectángulo se obtiene hallando el producto de las longitudes de la base y la altura. Expresa simbólicamente __________________.

c. El área de un triángulo se obtiene realizando el producto de las longitudes de su base y su altura y el resultado se divide entre dos. Expresa simbólicamente _______________________________________.

d. Para obtener el área de un trapecio hallamos el producto de la suma de sus bases por la altura y dividimos el resultado entre dos. Expresa simbólicamente ____________________________________.

2. Halla el área de las siguientes figuras:

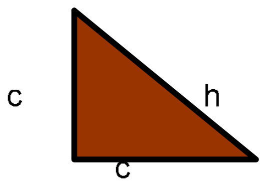




A = ______________________ A = ______________________

2. Expresa simbólicamente (algebraico):

a. El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



Actividad N° 5 **Edad: 11 – 13 años**

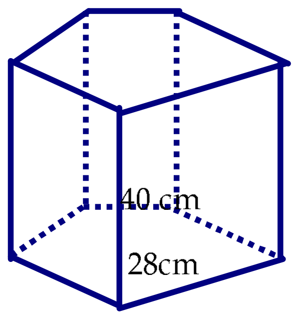
Transición Lenguaje ordinario – Lenguaje Algebraico

a. Expresa simbólicamente las siguientes definiciones:

♦ El volumen de un prisma es igual al producto del área de su base por la longitud de su altura: ___________________________

♦ El volumen de una pirámide es igual a la tercera parte del producto del área de la base por la medida de su altura: __________________________________.

b.



Si el prisma regular pentagonal (ver gráfica) tiene de base $28cm^2$ y de altura 40 cm. ¿Cuánto vale el volumen de dicho prisma?

Actividad N° 6 **Edad: 11 – 13 años**

Transición Lenguaje ordinario – Lenguaje Algebraico

Objetivo:

***** Familiarizar al estudiante con el lenguaje algebraico a través de enunciados y expresiones algebraicas

1. Aparea cada frase con la expresión algebraica correspondiente.

a. Cinco veces la suma de 2 y un número	4x
b. La suma de tres y un número	x – 7
c. La mitad de un número	3x + 4
d. El producto de un número y 8	5(2+z)
e. Cuatro veces un número	x + 2
f. Un número disminuido en 7	3 + b
g. Tres veces un número aumentado en 4	8n
h. Un número aumentado en 2	$\frac{1}{2}y$

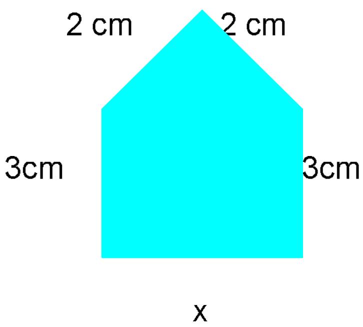
Actividad N° 7 **Edad: 11 – 13 años**

Interpretación de la letra

Objetivo:

***** Posibiltar el uso de la letra evaluada, como incógnita y como variable; utilizando el concepto de perímetro, área y volumen de figuras geométricas.

a.



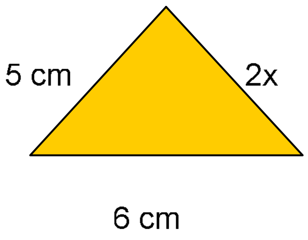
* ¿Cuánto vale el perímetro del pentágono si x = 4 cm ?

b. ¿Qué sucedería con el perímetro de la figura anterior si el lado x es aumentado en 2 cm?

c. El perímetro de un cuadrado es 40 cm ¿Cuál es el valor que le corresponde a las longitudes de sus lados?

Sugerencia: ilustra la situación

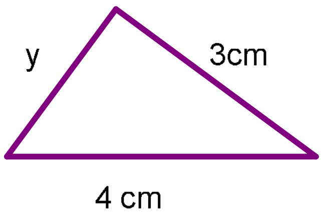
d.



*Halla el perímetro del triángulo

*Cuál es el perímetro del triángulo si x = 2cm

e.

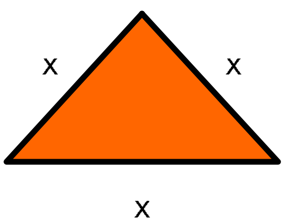


* Si se sabe que el perímetro de este triángulo es 9 cm ¿Cuál es la longitud del lado y?

* Si y se duplica en el 2 ¿Cuál es el perímetro del triángulo?

* Si el valor del lado y = 1 cm ¿Cuál es el valor del perímetro?

f.

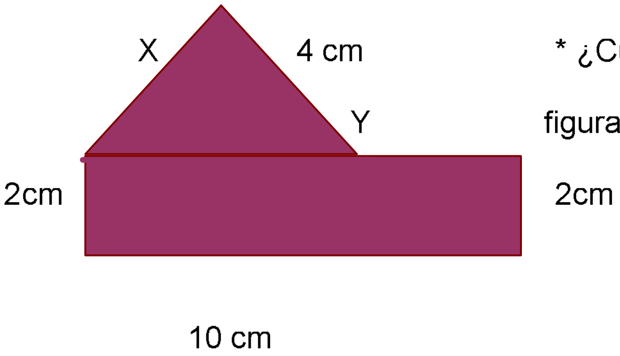


* ¿Cuánto vale el perímetro de este triángulo, si el valor de x = 8cm?

g.

*¿Cuánto vale el perímetro de la figura si X = 2 cm?

h.



* ¿Cuánto es el perímetro de la figura, si x = 4 cm y Y = 3 cm

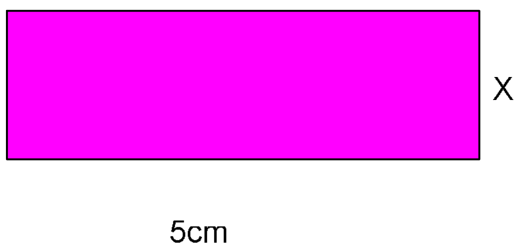
Actividad N° 8 **Edad: 11 – 13 años**

Interpretación de la letra

Objetivo:

***** Verificar en el estudiante el uso que le puede dar a la letra evaluada, como incógnita y variable, utilizando el concepto de área de algunas figuras geométricas.

a.

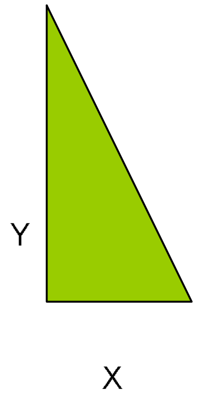


*Halla el área del rectángulo si la altura X es igual a 3 cm

b. ¿Qué le sucedería al área del anterior rectángulo si la altura X se triplica?

c. Si la base del rectángulo es aumentada en 3cm y X = 4cm ¿Cómo expresarías esta área?

d.



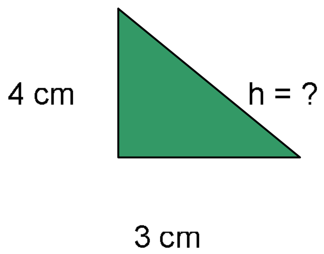
Halla el área del triángulo, si se sabe que la base X es igual a 4 cm y la altura Y = 7 cm

e. ¿Qué le sucedería al área del triángulo si X es aumentada en 5 cm y Y aumentada en 10cm? Justifica tu respuesta

f. ¿Qué le pasaría al área del triángulo si X queda estable y Y es disminuida en 3 cm? Justifica tu respuesta

g. Si el área de un rectángulo es 45 cm^2 y su base mide 4 cm ¿Cuánto vale su altura? ¿Cómo ilustras esta situación?

h.

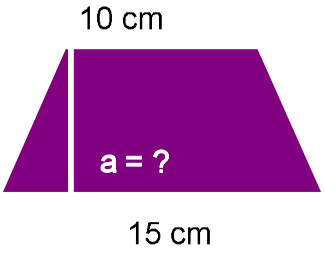


* Si se sabe que la longitud son:

3 cm y 4cm respectivamente,

¿Cuál es el valor de la hipotenusa?

i.



Observa la figura:

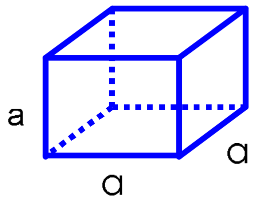
Si el área de este trapecio es $50cm^2$

¿Cuánto mide la altura?

Actividad N° 9 **Edad: 11 – 13 años**

Interpretación de la letra

a. ¿Cuánto vale el volumen del cubo sí a = 20 cm?



♦ ¿Qué le sucedería al volumen del cubo, si el valor de a se triplica? Justifica tu respuesta.

♦ ¿Qué le sucedería al volumen del cubo, si a es incrementado en 5cm?

b. Si el volumen de un prisma regular es de 32,6m^3 y el área de su base es de 163m^2. Calcula la altura de dicho prisma regular.

c. Halla el volumen de un cubo de 7cm de arista

d. ¿Qué le pasaría al volumen de un cubo (del inciso c) si sus aristas son incrementadas en 5cm? Justifica tu respuesta.

e. ¿Qué le pasaría al volumen de un cubo (del inciso c) si sus aristas son disminuidas en 3cm? Justifica tu respuesta.

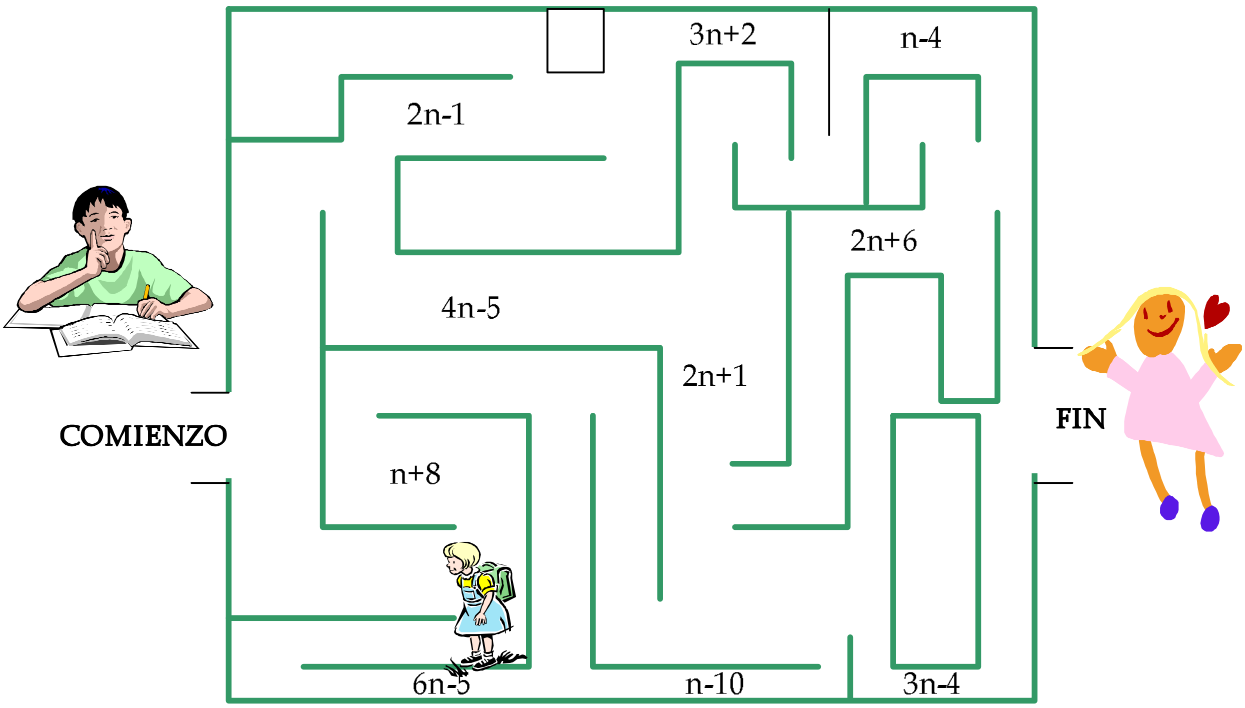
Actividad N° 10 **Edad: 11 – 13 años**

Interpretación de la letra

El siguiente es un laberinto algebraico, donde cada expresión algebraica que encuentres debe evaluarla con el número que llevas calculado hasta el momento; por ejemplo, si comienzas con el 2 y encuentras la expresión 2n – 1, sustituye n por 2 para obtener: 2.2 – 1 = 3.

En la siguiente expresión debe usar el 3 como valor de n.

Si llegas a la salida del laberinto con un 5 puedes salir; de lo contrario, quedas atrapado. Determina qué valor inicial, entre 2, 3, 4 ó 5 debe utilizar y qué camino te lleva a obtener 5.



Actividad N° 11 **Edad: 11 – 13 años**

Interpretación de la letra

Objetivo:

* Evaluar expresiones algebraicas.

♦ Evaluemos la expresión: $4x + 4y$ Si $x = 5$ $y = -9$

♦ Evalúo cada expresión para $b = -5$

a. $(8 - b) + 3$

b. $9 + (b - 2)$

c. $(26 + b) \div (30 \div b)$

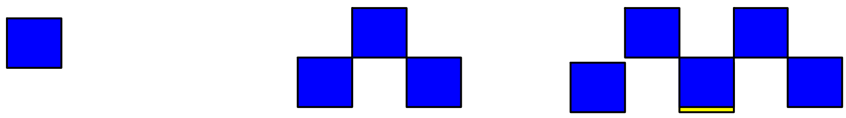
Actividad N° 12 **Edad: 11 – 13 años**

Generalización

Objetivo:

* Generalizar expresiones a partir de la visualización y análisis de la posición de las figuras.

Observa la siguiente gráfica:



1ra posición 2da posición 3ra posición

1. Responde las siguientes preguntas:

   a. Dibuja la figura correspondiente a la cuarta posición?

   b. Calcule el número de cuatro correspondientes a la novena posición.

   c. Calcule el número de cuatro correspondientes a la posición 100.

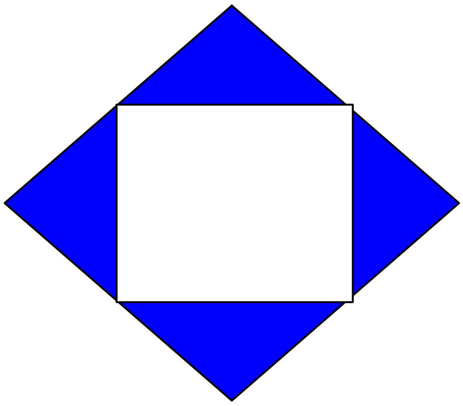
   d. Explica la forma cómo procedió para encontrar la respuesta del inciso anterior.

e. Escriba una expresión (fórmula) que sirva para encontrar la cantidad de cuadros que tiene la figura en cualquier posición (en general).

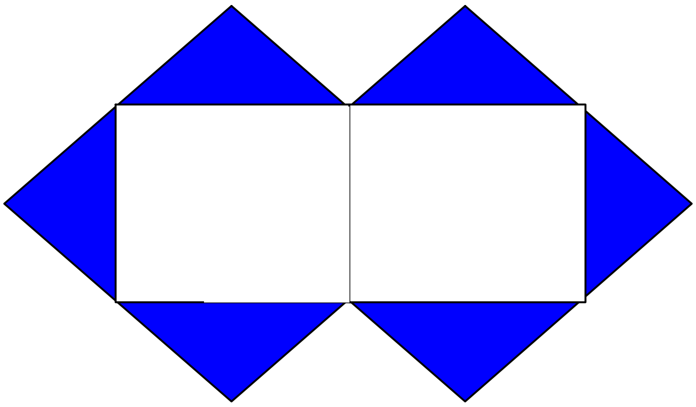
Actividad N° 13 **Edad: 11 – 13 años**

Generalización

1. Una baldosa blanca cuadrada necesita cuatro baldosa azules triangulares para rodearla completamente



Dos baldosas blancas cuadradas necesitan seis baldosas triangulares para rodearla completamente:



a. ¿Cuántas baldosas azules triangulares serán necesarias para rodear completamente cuatro baldosas blancas cuadradas alineadas?

b. ¿Cuántas baldosas azules triangulares serán necesarias para rodear completamente 10 baldosas blancas cuadradas alineadas?

c. ¿Cuántas baldosas azules triangulares serán necesarias para rodear completamente 20 baldosas blancas cuadradas alineadas?

d. Con la descripción que hiciste con el literal anterior ¿Cuántas baldosas serán necesarias para rodear completamente K baldosas blancas cuadradas alineadas?

Actividad N° 14 **Edad: 11 – 13 años**

Generalización

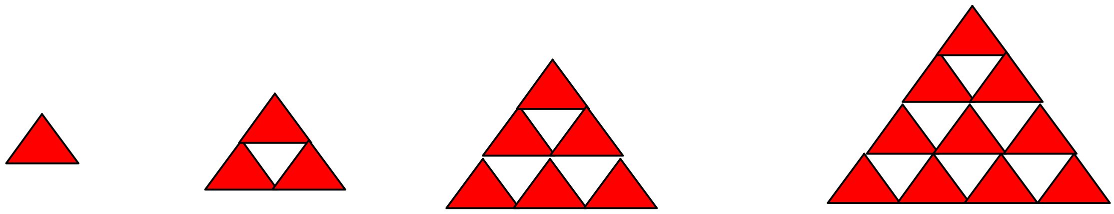
1. Analiza la secuencia, encuentra le patrón y responde:

- ¿Cuántos triángulos rojos hay en:

a. La séptima figura de esta secuencia?

b. La décimo quinta figura?

c. La vigésima figura?

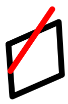
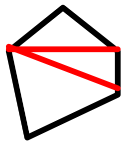
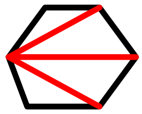
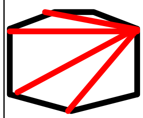


Actividad N° 15 **Edad: 11 – 13 años**

Generalización

1. Todo polígono de cuatro o más lado tiene diagonales.

Observa las figuras y analiza:

						
Lados del polígono	4	5	6	7	8	n
Diagonales desde un vértice	1	2	3	4	¿	¿

a. ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de ocho lados?

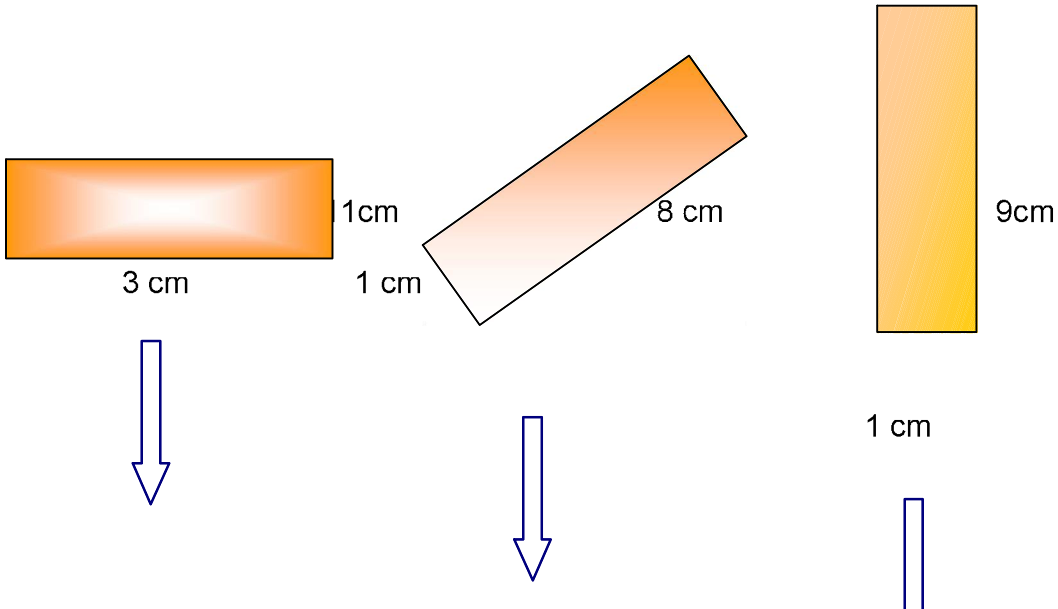
b. ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de n lados?

Actividad N° 16 Edad: 11 – 13 años

Generalización

Objetivo:

* Generalizar expresiones a partir del concepto de perímetro de algunas figuras geométricas.



P = 3cm + 3cm + 1cm + 1cm

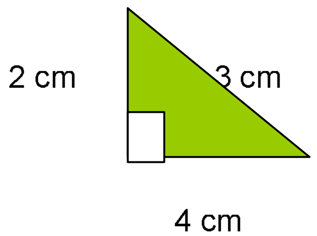
P= 1cm + 8cm + 1cm + 8cm

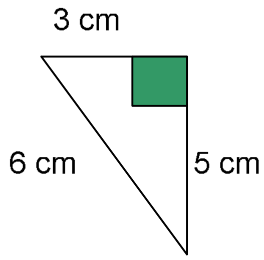
P = 1cm + 1cm + 9cm + 9cm

De acuerdo a lo que observas, generaliza: ______________________

____.

i.





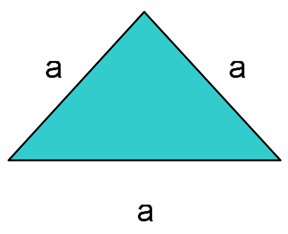
P = 4cm + 3cm + 2cm

P= 6cm + 5cm + 3cm

Generaliza lo que observas

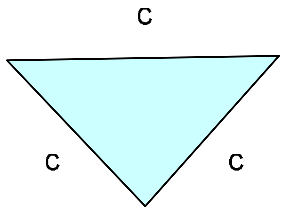
j. El perímetro de un polígono se halla sumando las longitudes de sus lados.

♦



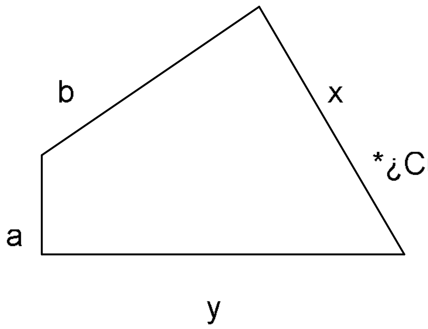
* ¿Cuánto vale el perímetro de este triángulo?

♦



* ¿Cómo hallarías el perímetro de esta figura?

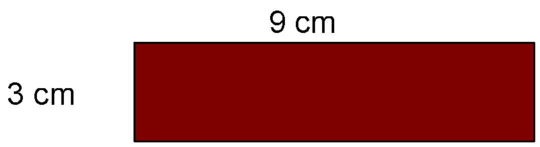
k.

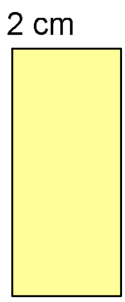


*¿Cuál es el perímetro esta figura?

l. De acuerdo a las figuras siguientes puedo generalizar que:

♦

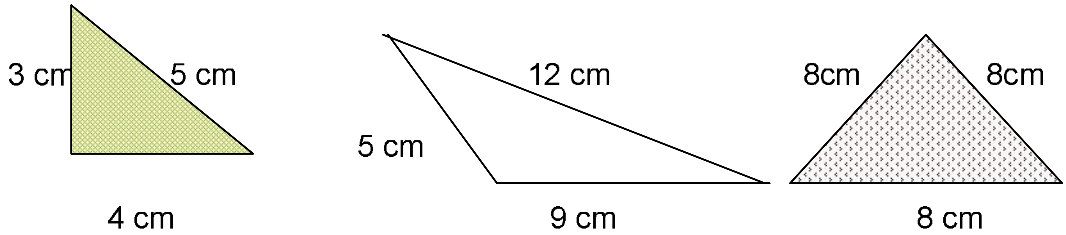




P = 3cm + 3cm + 9cm + 9cm

P = 2cm + 2cm + 7cm + 7cm

♦



P = (5 + 3 + 4) cm   P = (5 + 9 + 12) cm   P = (8 + 8 + 8) cm

El ___________________ de un triángulo cuyos lados miden a, b y c es

__________________.

Actividad N° 17 **Edad: 11 – 13 años**

Generalización

Objetivo:

* Verificar la validez de las generalizaciones dadas.

♦ Observa las siguientes generalizaciones y realiza ejemplos para que verifiques si son válidas o no.

a. $-(a + b) = -a + (-b)$

b. $\dfrac{(4a + b)}{2} = 2a + b$

Actividad N° 18 **Edad: 11 – 13 años**

Generalización

♦ Analiza los siguientes ejemplos, y trata de generalizar lo que observas con letras.

a. 3 x (8 x 5) = (3 x 8) x 5 ____________________________

b. 7 + 0 = 7 ____________________________

c. 4 x 3 = 3 x 4 ____________________________

d. 3 + (7 + 4) = (3 + 7) + 4 ____________________________

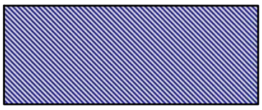
e. 8 + 2 = 2 + 8 ____________________________

f. 9 x 1 = 9 ____________________________

Actividad N° 19 **Edad: 11 – 13 años**

Construir expresiones algebraicas

♦ Fig. N° 1

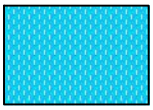


x

2 x

¿ Cómo expresas el área de este rectángulo?

♦ Fig. N° 2



b

¿ Cuál es la expresión correcta que representa el área del cuadrado

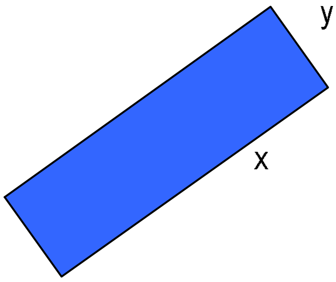
a. b
b. b^2
c. b + b
d. 2b

Actividad N° 20 **Edad: 11 – 13 años**

Construir expresiones algebraicas

Objetivo:

*Construir expresiones algebraicas a partir del concepto de perímetro; utilizando figuras geométricas.

♦ 

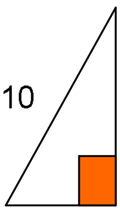
La expresión correcta que representa el perímetro del rectángulo es:

a. x + y

b. x x y

c. 2x + 2y

d. (2x)(2y)

♦ 

La expresión correcta que representa el perímetro de l triángulo rectángulo es: Justifica tu respuesta

a. 10 XY

b. X + 10 + Y

c. (X.Y) + 10

d. 10X + Y

Actividad N° 21 **Edad: 11 – 13 años**

Construir expresiones algebraicas

Objetivo:

- Explorar la definición de volumen mediante figuras geométricas para que el estudiante se familiarice con la simbología algebraica.

1. Exprese simbólicamente la siguiente definición:

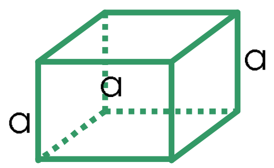
El volumen de un cubo es igual al producto de sus aristas 3 veces, es decir, la medida de su arista elevada al cubo.

¿Cuál es la expresión que representa el volumen del cubo?

a. 3a

b. a + a + a

c. a^3



4.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS ACTIVIDADES

Después de realizadas las actividades pre – algebraicas con los 10 alumnos de cada grupo del grado séptimo del colegio de Bachillerato Mariscal Sucre, podemos hacer el siguiente análisis:

En la actividad No. 1, cuando se les pidió que pasaran expresiones del lenguaje ordinario al lenguaje aritmético, como:

Cinco veces tres, más cuatro.

La mayoría lo expresó en forma de suma, así:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4$$

Este enunciado es concebido por ellos como una suma, y no como una multiplicación y una suma. Además, la gran mayoría de estos estudiantes no se percató en la diferencia que existe entre:

Cinco veces tres, más cuatro.

Y

Cinco veces, tres más cuatro.

Se observó notablemente que no tuvieron en cuenta al leer el enunciado la pausa que hace la coma, al estudiante le faltó analizar más la expresión.

En donde se les pidió que expresaran simbólicamente del lenguaje ordinario al lenguaje aritmético, enunciados como: la tercera parte de nueve, el doble de cuatro, la quinta parte de diez, ellos tan solo escribieron la respuesta, más no expresaron la operación que era lo que se les pedía, o sea, esto fue visto como una pregunta que debían responder; es decir, aquí se evidenció que ellos no analizan los enunciados propuestos en las actividades.

En los enunciados como: la razón entre dos números, la diferencia de dos números y el producto de dos números, no fue expresado al lenguaje aritmético por la gran mayoría de ellos, puesto que ellos desconocían el significado de las palabras: razón, diferencia, producto y éstos conocían el significado de las palabras pero en la vida cotidiana, más no en el contexto matemático; ya que están acostumbrados a manejar tales operaciones con las palabras: división, resta y multiplicación.

No asimilan muy bien la palabra “es” en un enunciado, como por ejemplo: la suma de dos números es 23, al pasar al leguaje aritmético tan solo algunos escriben: 12 + 11, 15 + 8 y el signo igual (=) es ignorado.

En la actividad No. 2, en el cual se les pidió que expresaran en el lenguaje algebraico algunas propiedades de los números naturales, como la definición de la propiedad clausurativa, conmutativa, asociativa, modulativa, entre otras, tanto de la suma como de la multiplicación, observamos algo favorable entre estas actividades, como fue lo bien que expresaron al lenguaje algebraico algunas propiedades de los números naturales, como por ejemplo en el enunciado: Sí a un número natural lo multiplicamos por uno, el resultado es el mismo número natural, ellos lo expresaron, así:

$$T \ X\, 1 = T$$

En las actividades No. 3, 4 y 5 también referente a la transición del lenguaje ordinario al algebraico, pero teniendo en cuenta algunos conceptos geométricos como: perímetro, área y volumen, fue favorable porque se observó que los estudiantes no presentaron ninguna dificultad; cuando se les pidió que expresaran simbólicamente definiciones como:

- El perímetro de un triángulo, se halla sumando las longitudes de sus tres lados,
- El área de un cuadrado se obtiene hallando el producto de las longitudes de dos de sus lados,
- El volumen de un prisma, es igual al producto del área de su base por la longitud de su altura.

Ellos respondieron:

$P = L + L + L$; $A = L \times L$; $V = b \times a$. Respectivamente.

En la actividad No. 6, que consiste en aparear cada frase con la expresión algebraica correspondiente, algunos de los estudiantes aparearon la frase:

La suma de tres y un número con la expresión: 3X + 4 y no con la expresión 3 + b; otros en cambio, presentaron dificultad con los términos: disminuido, aumentado, producto y la mitad de un número, porque desconocían su significado y por eso no sabían que hacer.

En las actividades No. 7, 8 y 9 en lo concerniente a las interpretaciones de la letra evaluada, como incógnita y como variable, utilizando los conceptos de perímetro, área y volumen por parte do los estudiantes a los cuales se les aplicaron las actividades, éstos en el momento de evaluar la letra no tuvieron ningún inconveniente, tal es el caso de lo actividad 7° , inciso a) donde se les pedía hallar el perímetro del pentágono cuyos lados medían; 3cm. 2cm, 2cm, **x**, y el lado **x** = 4cm.

Al reemplazar el valor de **x** por 4cm, no tuvieron ningún problema para hallar el perímetro, pero cuando se les preguntaba en el inciso b) ¿Qué sucedería con el perímetro de la figura si el lado **x** es aumentado en 2cm?. La mayoría se quedó corto para analizar el enunciado y tan sólo respondían que el lado **x** era quien aumentaba, mas no el perímetro.

Algo relevante en las actividades es que en el momento de evaluar letras acompañadas de números como: *2*x, ellos omiten la operación multiplicación, es decir que si **x** = 2cm, el lado era igual a: 2 x 2cm, pero éstos no sabían que hacer con **x**, ya que !a gran mayoría lo veía como unidad de longitud (cm); en pocas palabras ello tenían problemas para utilizar la letra como variable por lo manifestado anteriormente.

En lo referente a la interpretación de la letra como incógnita, se puede decir que fue aquí donde los estudiantes tuvieron más dificultades Y no precisamente con el manejo de letras, sino más que todo con procedimientos matemáticos, y en particular, con lo que tiene que ver con trasposición de términos, es decir, que no sabían despejar la incógnita; tal es el caso de cuando se les daba el valor del área de un rectángulo y su base, pero se desconocía la altura, ellos reemplazaban sin dificultad pero se truncaban al momento de despejar el valor de la altura.

Por otra parte, en el momento que el estudiante debía ayudarse con la ilustración de las figuras geométricas, éstos presentaron dificultades para ubicar la base y la altura de éstos.

En la actividad No. 10 y 11, donde se les pidió evaluar expresiones algebraicas, particularmente en la actividad No. 10 que consistía en un laberinto algebraico no presentaron ningún problema en reemplazar el valor y realizar las operaciones indicadas; cabe destacar que algunos encontraron la salida y otros no. En la actividad No. 11 no presentaron problemas en reemplazar el valor de la letra en las expresiones, pero si en el momento de dar el resultado de la operación, debido a que no tenían claro, la ley de los signos.

En la último etapa de nuestras actividades, o sea, lo correspondiente a generalización, en las actividades No. 12, 13, 14 y 15, donde tenían que generalizar expresiones a partir de la visualización y el análisis de la posición de las figuras, se observó que la gran mayoría de los estudiantes presentaban dificultad, en los incisos donde se les pedía que calculkaran el número de cuadros, y triángulos para una posición bastante alejada de la primera y segunda posición, lo mismo que para encontrar la expresión general que le ayudara encontrar cualquiera posición (fórmula); esto podría ser debido a que los estudiantes manifestaron que ellos trabajan muy poco con estos ejercicios.

En la actividad No. 16, donde se les pedía que generalizaran a partir del concepto de perímetro de algunas figuras geométricas los estudiantes no presentaron dificultad, puesto que tenían claro el concepto de perímetro.

En la actividad No. 17, donde tenían que verificar la validez de generalizaciones dadas, el inconveniente que presentaron al momento de realizar ejemplos con números, fue el mencionado anteriormente, o sea el manejo de los signos.

En la actividad No. 18, en el cual se les pedía que analizaran los ejemplos dados con números, y trataran de generalizar lo que observaban con letras, la mayoría de los estudiantes no presentaron problemas, puesto que se percataron de que eran las propiedades que ya habían trabajado anteriormente.

En las actividades No. 19, 20 y 21, en el cual se buscaba que el estudiante construyera expresiones algebraicas, a través de los conceptos de área, perímetro y volumen de algunas figuras geométricas, los estudiantes no presentaron problemas, puesto que las definiciones ya habían sido manejadas anteriormente.

Según el análisis anterior, podemos decir que las actividades propuestas en este trabajo ayudan a los estudiantes hacer más fácil el trabajo algebraico en el grado 8° y 9° siguiendo las recomendaciones expresadas a continuación: sin descartar otras actividades que se puedan realizar y profundizar con otros temas.

RECOMENDACIONES

Para que exista un proceso adecuado de enseñanza – aprendizaje del álgebra, éste debe incluir diferentes actividades que provean de oportunidades para desarrollar sus características, el uso de más de un lenguaje para representar un concepto favorece la comprensión de dicho concepto, es por eso que hemos involucrado al lenguaje habitual u ordinario como punto partida, como segundo al lenguaje aritmético para así llegar al algebraico y valernos de la geometría como ayuda de visualización para que el estudiante pueda comprender los enunciados.

Entre las recomendaciones a las que se llegó están:

- Se debe llevar al estudiante a que desarrolle y maneje destrezas del pensamiento como analizar y conjeturar, cuando se le plantee enunciados y problemas.

- Hacer más hincapié en el grado séptimo, en enunciados y problemas que conduzcan a que el estudiante plantee lo que se le pide.

- Trabajar con mayor detenimiento el tema de las incógnitas (o valor desconocido), porque el estudiante tan sólo se detiene a reemplazar con los datos que cuenta en el problema y después de esto se le obstruye el paso que viene, en otras palabras, no sabe “despejar” o emplear un procedimiento matemático que le permita hallar dicho valor.

- El aspecto semántico juega un gran papel, puesto que se le debe aclarar a los estudiantes algunas palabras utilizadas en matemáticas que son homófonas con otras utilizadas en la vida cotidiana, como son: producto, diferencia, razón, etc.

- Estas actividades podrían empezarse desde el grado sexto (6°), afianzando las operaciones básicas de los números naturales, además, se podrían seleccionar otros temas que conduzcan a actividades similares para que cuando lleguen al grado séptimo se les faciliten las actividades planteadas en este trabajo.

- Familiarizar más al estudiante desde el grado sexto con lo referente a los lenguajes matemáticos, es decir, llevar al estudiante a que exprese enunciados del lenguaje ordinario al lenguaje aritmético y viceversa, para que cuando llegue al grado séptimo, no se le presenten dificultades en las actividades propuestas en este trabajo (Lenguaje aritmético – Lenguaje algebraico).

BIBLIOGRAFÍA

ROJAS GARZÓN, Javier, BEJARANO RODRÍGUEZ, Jorge y otros. La Transición Aritmética - Álgebra, Grupo pretexto. Colección didáctica de las matemáticas. Santa fe de Bogotá, D.C. 1997.

FFRNÁNDEZ GARCÍA. Francisco. El paso de la Aritmética al Álgebra, una Propuesta Didáctica. Departamento de didáctica de las matemáticas. Universidad de Granada.

FERNÁNDEZ GARCÍA. Francisco, Una revista de didáctica de las matemáticas N° 14. Págs. 75 - 91. Octubre *1976.* Departamento de Didáctica de las matemáticas. Universidad de Granada.

MARTÍNEZ GÓMEZ. Jhonny Hernán, Módulo de teoría del aprendizaje (CECAR), Digitación e impresión ASED Ltda..

M.M. SOCAS, M, C, CAMACHO, M, PALAREA. J. Hernández. Iniciación al álgebra. Editorial Síntesis.

A N E X O S

LISTADO DE ALUMNOS 7°

GRADO 7° A

Denis Mercado	12 años
Yasith Ballesteros	11 años
Julio Salgado	12 años
Yesica Martínez	12 años
Kenia Martínez	11 años
Yormis Rivera	12 años
Tatiana Gómez	12 años
Didiar Muñoz	12 años
Samia Dager	12 años
Ana Lucía Simanca	13 años

GRADO 7° B

Samir Feria	12 años
Yina Márquez	12 años
Wilmer Martínez	12 años
Ana Anaya	12 años
Yeifri Luis Martínez	12 años
Mario Marrrugo	13 años
Reinaldo Pineda	13 años
Norelys Tovar	12 años
Cindy de Ossa	11 años
Yasmith Montes	12 años

GRADO 7° C

Julio Tapias	12 años
Tachy Molina	13 años
Marta Castillo	13 años
Kelly García	12 años
Oriana Tapias	12 años
Mónica Beltrán	12 años
Yuneidys Vega	11 años
Cristy Montes	13 años
Kelly Navarro	13 años
Daisy Dimas	12 años

GRADO 7° D

Ibeth Sierra	13 años
Andrés Luis Novoa	11 años
Amanda Martínez	13 años
Dialibeth de Arce	13 años
Jorge Armando Pineda	12 años
Keila Jiménez	13 años
Saili Osorio	13 años
Sandy Guisell Polo	12 años
Gladis Chimá	13 años
Gloria Godín	13 años