

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

***DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS
FRACCIONES POR MEDIO DE LA RELACIÓN
PARTE TODO: “UNA ALTERNATIVA PARA
DESARROLLO DE PENSAMIENTO NUMÉRICO”***

**DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES POR MEDIO
DE LA RELACIÓN PARTE-TODO : “UNA ALTERNATIVA PARA
DESARROLLO DE PENSAMIENTO NUMERICO”**

**MANUEL BENAVIDES VILLADIEGO
JOSÉ LUIS BERTEL AGUAS**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2003**

**DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES POR MEDIO
DE LA RELACIÓN PARTE-TODO : “UNA ALTERNATIVA PARA
DESARROLLO DE PENSAMIENTO NUMERICO”**

**MANUEL BENAVIDES VILLADIEGO
Código: 113 79122550066**

**JOSÉ LUIS BERTEL AGUAS
Código: 113 80091452603**

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar el título de
“Licenciado en Matemáticas”**

**Director
ALFONSO CHAUCANÉS JÁCOME
Especialista Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2003**

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
1. MARCO REFERENCIAL	3
1.1 Antecedentes	3
1.2 Marco teórico	8
1.2.1 Teorías cognitivas del aprendizaje	8
1.3 Marco conceptual	11
1.3.1 Referentes desde la experiencia en el aula	11
1.3.2 Referentes desde la teoría	13
1.3.3 El pensamiento numérico	19
CAPÍTULO II	
2. METODOLOGÍA	20
2.1 Tipo de estudio	20
2.2 Población	20

2.3	Muestra	20
2.4	Instrumentos	20
2.5	Fuentes de información	21

CAPÍTULO III

3.	ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES	22
3.1	Análisis de la prueba exploratoria	22
3.1.1	Clasificación por niveles de los estudiantes	22
3.1.2	Clasificación de preguntas acertadas por niveles	23
3.1.3	Análisis con respecto a los atributos de la relación parte-todo	23
3.2	Diseño de las actividades	37
3.2.1	Descripción de las actividades	39
3.2.2	Experiencia en las actividades	49
3.3	Análisis de la prueba evaluativa	75
3.3.1	Clasificación por niveles de los estudiantes	75
3.3.2	Clasificación de preguntas acertadas por niveles	76
3.3.3	Análisis con respecto a los atributos de la relación parte-todo	76
	CONCLUSIONES	95
	RECOMENDACIONES	96

BIBLIOGRAFÍA

97

ANEXOS

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Clasificación por niveles de los estudiantes	22
Tabla 2. Clasificación de preguntas acertadas por niveles	23
Tabla 3. Análisis con respecto a los atributos de la relación parte todo	23
Tabla 4. Resultados obtenidos en la prueba exploratoria con respecto a la forma de escritura	37
Tabla 5. Algunas respuestas dadas por los estudiantes a los dibujos 12, 13 y 14	52
Tabla 6. Análisis de los resultados de la actividad propuesta 1	72
Tabla 7. Resultados de la actividad propuesta 2	74
Tabla 8. Clasificación por niveles de los estudiantes	75
Tabla 9. Clasificación por niveles de las preguntas acertadas	76
Tabla 10. Resultados de acuerdo a la categoría de análisis con respecto a los atributos de la fracción como relación parte-todo	77
Tabla 11. Resultados obtenidos con respecto a la forma de escritura	94

RESUMEN

Los aportes de varios investigadores y educadores como Piaget, Payne, Freudenthal, Llinares y Sánchez, Lascano, etc., acerca de las dificultades que tienen los niños para aprender las fracciones ponen en manifiesto la necesidad de buscar estrategias de enseñanza que ayuden al niño a comprender éste concepto. Debido a esto, se decide detectar mediante una prueba exploratoria, éste problema en los estudiantes de Básica Secundaria del Colegio Gabriel Taboada Santodomingo del municipio de Ovejas (Sucre) jornada matinal del año 2002. Una vez detectado el problema se toma como centro de estudio a los alumnos de 7°A de ésta institución. Luego se diseña una propuesta didáctica cuyo objetivo principal es posibilitar el pensamiento numérico a través del aprendizaje de las fracciones mediante la relación parte-todo. Para lograr éste objetivo se propone desarrollar la secuencia didáctica de algunas actividades utilizando una metodología dinámica y participativa en donde el estudiante empieza a manejar las fracciones en sus contextos continuo y discreto. Una vez desarrolladas éstas actividades se elabora y aplica una prueba evaluativa con el fin de saber el nivel de conocimiento que finalmente tienen los estudiantes del concepto de fracción.

Por ultimo, se procede a dar las conclusiones del trabajo y las recomendaciones necesarias para quienes decidan abordar las fracciones teniendo en cuenta la secuencia didáctica que aquí se expone.

INTRODUCCIÓN

“...De la misma manera que el buen conocedor del lenguaje utiliza las palabras para expresar poéticamente, que el músico utiliza los sonidos combinándolos de forma armoniosa que el pintor juega con los colores, debemos enseñar a los alumnos a relacionar las ideas matemáticas para conseguir un todo armonioso. Solo así podrán apreciar la verdadera esencia de las matemáticas.”

(Llinares y Sánchez, p. 13)

Al tratar de abordar un tema tan amplio y conocido como las fracciones, hemos encontrado las diferentes interpretaciones que se le puede dar, como son : la fracción como parte-parte, todo-parte. parte-todo, como razón, como cociente, como operados, entre otras. Pero, siendo conscientes de la necesidad de elegir correctamente el punto de partida para el inicio del trabajo en cualquier noción matemática, centramos nuestra atención sobre la interpretación parte todo, que es, de alguna manera el origen de las demás interpretaciones.

Varios autores (Llinares y Sánchez, Freudenthal, Novillis, entre otros) han investigado sobre las dificultades con que el niño aprende las fracciones. Es por ello que los hemos considerado para nuestro referente teórico, además de ellos también nos basamos en las ideas de Margarita Lascano, et al, Aldalira Sáenz, Cesar Gaviria, etc. Estos autores han hecho una serie de propuestas didácticas que seguramente contribuya a un mejor proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

A partir de aquí diseñamos una propuesta basada en una secuencia didáctica diseñada por Coxford¹ con el fin de darnos cuenta de los espacios de dificultad que presentan los estudiantes de 7°A Matinal del Colegio Gabriel Taboada Santodomingo, al enfrentarse con el concepto de fracción y tratar de ayudarlos o posibilitar una mejor comprensión del mismo. Además logrando este propósito conseguiríamos en el estudiante un avance hacia el desarrollo del pensamiento numérico, pues el solo hecho que el estudiante reconozca que, por ejemplo, $1/2 = 0.5$ ó $1/2 = 50\%$ o que $1/2 > 1/4 > 1/5$ nos daría un indicio de que está logrando utilizar las fracciones en diferentes contextos.

¹ En : Fracciones La Relación Parte-Todo, p. 96

CAPÍTULO I

1. MARCO REFERENCIAL

1.1 ANTECEDENTES

Al hacer la revisión bibliográfica acerca del tema de fracciones, se encontraron varios trabajos de grado presentados por los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre, los cuales se describen a continuación:

TÍTULO: Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones a través de la relación Parte-Todo.

AUTORES: HERNÁNDEZ ARAUJO JAIRO RAFAEL
ORTEGA GAMBOA ROEMER ALFONSO

AÑO: 1999.

En esta propuesta cuyo objetivo principal fue elaborar una didáctica para la enseñanza de las fracciones en su relación parte-todo, se llegó a las siguientes conclusiones:

- Estudiar las fracciones por medio de la relación parte-todo es una forma mayéutica de abordar el concepto de número racional.
- La relación parte-todo nos permite utilizar en forma coherente elementos concretos y cotidianos, hecho que en la enseñanza y aprendizaje no se valora, llevando a desmotivar el aprendizaje de las matemáticas.

- La relación parte-todo no permite el manejo directo de símbolos o forma algebraica sin haber comprendido el concepto, hecho que va a permitir relacionar conceptos más avanzados de las matemáticas y abordarlas eficazmente.
- La relación parte-todo permite que el estudiante haga ejercicios de razonamiento, pensamiento lógico; elementos importantes en la educación del individuo.

TÍTULO: Relación parte-todo y didácticas para el aprendizaje de las fracciones.

AUTORES: BENÍTEZ NAVARRO VIVIANA
ESPAÑA CONTRERAS ALFREDO

AÑO: 2002.

El objetivo de este trabajo fue diseñar una propuesta didáctica para el aprendizaje de las fracciones que permitiera a los estudiantes de la jornada matinal del Instituto Nacional Simón Araujo interiorizar el concepto de fracción en un marco amplio de representaciones mediante la relación parte-todo.

Algunas de las conclusiones de estudio fueron las siguientes:

- La relación parte-todo es un instrumento de aprendizaje que permitirá interiorizar el concepto de fracción, dejando a un lado la parte algorítmica como una consecuencia del trabajo realizado por los estudiantes.
- La relación parte-todo facilita un medio adecuado para desarrollar el pensamiento matemático y de manera particular el pensamiento numérico en los aprendices.

- La relación parte-todo como base de todo trabajo que involucre el concepto de fracción, le proporcionará al estudiante una herramienta útil que les ayudará a trasladarse desde situaciones concretas, intuitivas, a un nivel más formal.

De otro lado, se encontró un trabajo de postgrado en Educación Matemática de la Universidad Distrital, en convenio con la Universidad de Sucre, que se describe a continuación.

TÍTULO: Las fracciones en su aspecto parte-todo: Algunas dificultades y estrategias didácticas para abordarlas.

AUTORES: CHAUCANÉS ALFONSO
JULIO LUIS
ROMÁN GRACIELA

AÑO: 1999.

El objetivo de este trabajo fue determinar las dificultades que tienen los estudiantes de los grados 5° a 9° del Colegio Departamental de Bachillerato de los Palmitos (Sucre) para adquirir la noción de fracción como partidor.

Se realizó una prueba a 170 estudiantes de 5° a 9° para el manejo de la relación parte-todo y las dificultades se clasificaron en términos de los atributos de ésta relación, bajo los modelos intermedios de área, conjuntos discretos y longitudes.

En este estudio se llegó a las siguientes conclusiones:

- La magnitud de las diferencias fue observada en todos los analizados, se podría decir que en un mismo tamaño y que en algunos casos, incluso fue

mayor en los grados superiores (8° y 9°) que en los grados inferiores (5°, 6° y 7°).

- Los estudiantes presentan mayor dificultad cuando trabajan las fracciones con segmentos que con rectángulos.
- No reconocían fracciones en modelos discretos.
- Para todos los modelos se observó que alrededor del 70% de los estudiantes tienen dificultad para expresar las fracciones como una relación parte-todo.
- Alrededor del 21% de los estudiantes se negaron a dividir la unidad en partes; sólo el 13.5% realizó subdivisiones en una unidad, sin cubrir el todo; el 100% no tuvo en cuenta la congruencia y tampoco conserva el todo.

También se encontró el trabajo publicado en la revista Memorias Tercer Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, descrito a continuación:

TÍTULO: La relación parte-todo en contexto: Continuos para formar convencionales y no convencionales: Una experiencia de aula.

AUTORES: ACERO MIGUEL ANTONIO
PABÓN MARÍA VICTORIA

AÑO: 2001.

En este trabajo se hizo un estudio de los diferentes autores que han analizado el concepto de fracción; basándose en los atributos de la relación parte-todo. Los resultados de esta investigación fueron los siguientes:

- Teniendo en cuenta que se les pidió encontrar por lo menos cinco formas diferentes de dividir la figura, los estudiantes comienzan a explorar y haciendo uso de sus nociones de área, longitud y simetría encuentran formas no convencionales de dividir el cuadrado.
- Encontraron que el círculo forma parte de las figuras no convencionales, porque cuando a los estudiantes se les pidió encontrar por lo menos cinco formas diferentes de dividirlo se presentaron dificultades, puesto que ellos sólo encontraban dos formas de hacer la división.
- Este tipo de actividades generan un mayor acercamiento al conocimiento, puesto que se le da al estudiante la oportunidad de expresar sus ideas libremente y elaborar sus propias conclusiones.
- Los estudiantes reconocen y caracterizan partes congruentes al dividir todas las convencionales y no coherentemente los procesos que aplicaron para dividir las figuras.

Por último, se encontró el trabajo de postgrado en Educación Matemática de la Universidad Distrital, que se describe:

TÍTULO: Una secuencia didáctica para la enseñanza de las fracciones como relación parte-todo: Reporte de una experiencia.

AUTORES: LASCANO MARGARITA, *et al.*

AÑO: 1999.

Los objetivos de este estudio estuvieron orientados tanto al diseño como a la aplicación de una secuencia didáctica para posibilitar en los estudiantes el reconocimiento de los atributos de la fracción en su relación parte-todo.

Algunas de las conclusiones de este trabajo fue que después de desarrollar la secuencia didáctica:

- Con relación al control simbólico de las fracciones, se evidencia un avance significativo de los estudiantes.
- La totalidad de los estudiantes lograron dividir una región en el número de partes pedido en el modelo rectangular.
- En general, que la mayor parte de los estudiantes lograron reconocer gran parte de los atributos de la relación parte-todo.

Los estudiantes reconocen y caracterizan partes congruentes al dividir todos convencionales y no coherentemente los procesos que aplicaron para dividir las figuras.

1.2 MARCO TEÓRICO

1.2.1 Teorías cognitivas del aprendizaje

CONSTRUCTIVISMO

El aprendizaje de las matemáticas como una actividad constructivista, se trata en trascender de la clase en la que el maestro transmite un conocimiento acabado a un alumno pasivamente. Esto significa que los alumnos tengan la posibilidad de deducir, descubrir, crear conocimientos y desarrollar habilidades matemáticas, en el curso de una actividad social que se les ha propuesto.

Considera que las matemáticas son una creación de la mente humana, y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser contruidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. El constructivismo matemático es muy inherente con la pedagogía activa y se apoya en la Psicología genética; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que se les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos.

Jean Piaget (1956):

Para Piaget el aprendizaje no es una manifestación espontánea de formas aisladas, sino que es una actividad indivisible, conformada por los procesos de asimilación y acomodación, el equilibrio resultante le permite a la persona adaptarse activamente a la realidad, lo cual constituye el fin último de aprendizaje.

En relación a esto, sus conceptos más importantes son:

a) Adaptación e inteligencia

Según Piaget, la inteligencia consistirá en la capacidad de mantener una constante adaptación de los esquemas del sujeto al mundo en que se desenvuelve. Él entiende los esquemas como aquellas unidades fundamentales de la cognición humana, los cuales consisten en representaciones del mundo que rodea al sujeto, contruidas por éste.

Esta visión de la inteligencia como adaptabilidad no alude, por el contrario, se trata de una capacidad común a los seres humanos de mantener una concordancia entre el mundo y los esquemas cognitivos del sujeto, lo cual le permitirá al sujeto funcionar en él.

b) Asimilación

Este proceso consiste en incorporar nueva información en un esquema preexistente, adecuado para integrarla (comprenderla). Esto significa que cuando un sujeto se enfrenta a una situación nueva, él tratará de manejarla en base a los esquemas que ya posee y que parezcan apropiados para esa situación. Como resultado de esto, el esquema no sufre un cambio sustancial en su naturaleza, sino que se amplía para aplicarse a nuevas situaciones.

c) Acomodación

Al contrario de la asimilación, la acomodación produce cambios esenciales en el esquema. Este proceso ocurre cuando un esquema se modifica para poder incorporar información nueva, que sería incomprendible con los esquemas anteriores.

d) Equilibración

Otro punto interesante de los planteamientos de Piaget con respecto al desarrollo y al aprendizaje concierne al mecanismo que impulsa a estos.

El impulso para el crecimiento y el aprendizaje está dado por la equilibración, una tendencia innata de los individuos a modificar sus esquemas de forma que les permitan dar coherencia a su mundo percibido.

Brousseau: La teoría de las situaciones didácticas

Para Brousseau una situación didáctica se establece entre un grupo de alumnos y un profesor que usa un medio didáctico, incluyendo los problemas, materiales o instrumentos, con el fin específico de ayudar a sus alumnos a reconstruir un cierto conocimiento. Para lograr el aprendizaje, el alumno debe interesarse personalmente por la resolución del problema planteado en la situación didáctica.

La teoría de las situaciones didácticas pone al profesor en una interacción asimétrica con respecto a los estudiantes puesto que sobre esta base, el énfasis

del acercamiento radica en la identificación y el diseño de las buenas preguntas que generen los conflictos cognitivos y sociocognitivos detonadores del aprendizaje; estas buenas preguntas constituyen las situaciones didácticas.

Vigotsky

Considera que el sujeto no solo responde a los estímulos sino que actúa sobre ellos y los transforma, usando instrumentos mediadores de dos tipos: Herramientas y símbolos (signos). El aprendizaje consiste en la integración progresiva de instrumentos mediadores.

1.3 MARCO CONCEPTUAL

1.3.1 Referentes desde la experiencia en el aula

En las aulas colombianas el niño empieza a tematizar sobre situaciones que involucran el concepto de fracción, aproximadamente en su tercer grado de escolaridad. El profesor generalmente plantea el concepto sin recurrir a las experiencias cotidianas del niño.

Margarita Lascano, *et al.* (1999) en su trabajo de grado titulado: “Una secuencia didáctica para la enseñanza de las fracciones como relación parte-todo; Reporte de una experiencia” describe una serie de errores que ponen en manifiesto que el estudiante:

- Tiene poca claridad acerca de las fracciones, de cómo y cuándo queda determinado una fracción, de qué situaciones cotidianas se pueden presentar con ella, así como qué significa y representa cada uno de los términos que la constituyen.
- Realiza mecánicamente y/o en muchos casos incorrectamente los procesos de cómputo para las operaciones.

- No se asocia la expresión verbal con las representaciones simbólicas escritas y gráficas.

Y además de esto, proponen que es necesario que el estudiante desarrolle el concepto de fracción porque:

Desde la realidad: Existen situaciones cotidianas que ponen en evidencia la necesidad del uso de la fracción. No todo lo que encuentra el estudiante en su realidad puede asociarlo al conteo exacto, sino que a veces se ve abocado a situaciones donde es necesario tener una unidad de medida diferente, por ejemplo:

- Si desea celebrar la fiesta de su cumpleaños compartirá la torta con sus amigos, lo que hace necesario fraccionarla.
- Sus amigos no viven todos en un mismo lugar, alguno vivirá a media cuadra del colegio o a tres cuerdas y media de la casa que él habita.
- En la vida adulta el estudiante fraccionará o racionalizará la forma de invertir su salario.
- En un curso de sexto difícilmente un estudiante mide un metro exacto de estatura sino que mide más de un metro, ese cuánto más puede ser una fracción del metro.
- Además, en el ámbito de política educativa nacional, el M.E.N. a través del decreto 2343 (p. 64) establece que un estudiante en la educación básica logre: "identificar y usar los números enteros y los racionales en diferentes contextos, los represente de diversas formas y establezca las

operaciones entre ellos, redefina las operaciones básicas en los sistemas formados con estos números y establezca conexiones entre ellas”.

Desde la matemática: Es importante que el estudiante comprenda el concepto de fracción, ya que éste le permite un acercamiento a los números racionales, fundamentales para la comprensión de conceptos que tienen un mayor nivel de complejidad (densidad y continuo, entre otros).

Es necesario e importante un diseño didáctico alrededor de las fracciones, porque la forma como se ha enseñado tradicionalmente no ha favorecido la comprensión de éstas en el estudiante, en el enfoque tradicional se hace énfasis en lo numérico y en las operaciones, olvidando que los algoritmos están hechos para maneras precisas de escribir y si el estudiante no tiene esas maneras de escribir los algoritmos no tienen significación para él. Además no se hace trabajo en el aula que ponga de manifiesto las diversas interpretaciones de la fracción, de acuerdo a las investigaciones realizadas en las últimas décadas (parte-todo, medida, cociente, razón, operador) ni su relación con la cotidianidad del estudiante.

En particular la fracción requiere del trabajar en el aula situaciones que utilicen las diversas interpretaciones de ésta y permitan que el estudiante la construya, la dote de significado, asocie sus representaciones simbólicas y haga uso de ellas en situaciones problemáticas de la vida cotidiana, en la matemática misma y en otras áreas del conocimiento.

1.3.2 Referentes desde la teoría

Muchos han sido los matemáticos, educadores e investigadores que se han preocupado por el estudio de las fracciones y han elaborado propuestas para una mejor enseñanza y aprendizaje de las mismas. A continuación se presentan algunos de estos estudios y aportes:

Hans Freudenthal (1905 – 1990):

Freudenthal fue uno de los primeros matemáticos interesados en el abordaje de las fracciones. En 1983 publicó su libro: “Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas”, para él, “las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional” (p. 8) – una fuente que nunca se seca – Afirma además, (p. 9), “Es mi intención presentar las fracciones desde su uso en el lenguaje cotidiano, pues, según él si se hace un estudio de las diferentes terminologías que se han utilizado a través de la enseñanza de estas encontraríamos que muy poco se le habla al niño o al aprendiz acerca de la utilidad o la forma común como diariamente se están usando las fracciones, lo cual somete al educando a algunos términos que para él son un poco difícil de aprender.

Freudenthal muestra un estudio amplio de todas las interpretaciones que se tienen acerca de las fracciones, mostrando en primera instancia: todo y parte. Manifiesta (p. 11) que “la fracción sugiere una acción...”, en este sentido se puede decir que, la fracción en un primer momento viene a ser el resultado de una acción, doblar una hoja en tres partes congruentes es construir un tercio. En este orden de ideas establece dos categorías para las fracciones como fracturador y como comparador. Como fracturador se encuentra más ligada a la acción de romper, y como comparador las fracciones sirven para comparar objetos que separan uno de otro que se experimenta, imagina o piensa. Por ejemplo, “En esta habitación hay la mitad de hombres que de mujeres”. Según este autor, el todo puede considerarse como: Discreto o continuo, definido o indefinido, estructurado o carente de estructura.

Finalmente propone una didáctica que consiste en pasar de la fracción actuando sobre objetos concretos hasta llegar al operador razón que actúa sobre cantidades y magnitudes pasando por estados intermedios.

Novillis

Con relación al aprendizaje de las fracciones, en 1976 Novillis construyó una jerarquía de aprendizaje, mostrando dos modelos fundamentales: La relación parte-todo y la comparación que se expresaba a través de una razón. El objetivo principal de las investigaciones de Novillis consistió en identificar las posibles dependencias conceptuales que se pudieran dar entre las ideas vinculadas a la noción de fracción.

Las ideas que consideró fueron:

- Asociar una fracción con el área de una parte de una figura (contexto continuo).
- Asociar una fracción con un subconjunto de un conjunto (contexto discreto).
- Asociar una fracción con un punto de la recta numérica.

Novillis concluyó que el desarrollo de las relaciones parte-todo en contextos continuos y discretos son requisitos previos para el trabajo con la recta numérica.

Kieren

Siguiendo la línea de Novillis, Kieren (1981) distingue cinco ideas básicas para el concepto de fracción y que se reconocen como las cinco posibles interpretaciones.

- 1) La fracción como expresión de una relación entre una parte y el todo. Esta relación se presenta cuando se quiere partir un “todo” bien sea continuo o discreto en partes congruentes (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de objetos). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por

varios todos). La relación parte-todo será el centro de estudio de este trabajo.

- 2) La fracción como expresión de una medida.
- 3) La fracción como resultado de una división.
- 4) La fracción como razón.
- 5) La fracción como operador.

Llinares y Sánchez

Basados en los aportes hechos por los autores citados anteriormente, Llinares y Sánchez en su libro "Fracciones: La relación parte-todo" (p. 83) afirman que la relación parte-todo se encuentra sumergida en el origen de las demás interpretaciones que se han formulado acerca del concepto de fracción, analizar este concepto, planteando la necesidad que se tiene de conocer las diferentes interpretaciones que se tienen de este mismo (p.), las cuales se refieren a:

- 1) La relación parte-todo y la medida.
 - a) Representaciones en contextos continuos y discretos.
 - b) Decimales
 - c) Recta numérica
- 2) Las fracciones como cociente
 - a) División indicada
 - b) Como elemento de un cuerpo cociente
- 3) La fracción como Razón
 - a) Probabilidades

b) Porcentaje

4) La fracción como operador.

De otro lado, Llinares y Sánchez citan una serie de atributos (p. 80, 81) en los cuales se apoyan las aproximaciones del niño al manejar la relación parte-todo en contextos continuos (área), los cuales son muy valiosos a la hora de llevar a cabo trabajos en el aula:

- 1) Un todo está compuesto por elementos separables.
Una región o superficie es vista como divisible.
- 2) La separación se puede realizar en un número determinado de partes. El todo se puede dividir en el número de partes pedido.
- 3) Las subdivisiones cubren el todo; ya que algunos niños cuando se les pide dividir un pastel entre tres muñecos, cortan tres trozos e ignoran el resto.
- 4) El número de partes no coinciden con el número de cortes.
- 5) Los trozos – partes – son iguales. Las partes tienen que ser del mismo tamaño – congruentes - .
- 6) Las partes también se pueden considerar como totalidad (un octavo de un todo se puede obtener dividiendo los cuartos en mitades).
- 7) El todo se conserva.
- 8) Control simbólico de las fracciones, es decir, el manejo de los símbolos relacionados a las fracciones.

9) Las relaciones parte-todo en contextos continuos y discretos.

10) Las fracciones mayores que la unidad.

11) Subdivisiones equivalentes.

Hay otros trabajos que también reportan niveles en la construcción por parte de los estudiantes, en los cuales se apoya la noción de fracción en su aspecto parte-todo. Uno de estos trabajos es el de Cesar Gaviria Torres con el cual optó el título de Especialista en Educación Matemática de la Universidad Francisco José de Caldas (1998. p. 36, 37) en la cual se describen cuatro niveles de profundización de concepto de área, en el manejo de la relación parte-todo de los estudiantes:

Nivel 0: No hacen divisiones sobre la unidad.

Nivel 1: Dada una unidad que no está dividida, hacen divisiones en partes congruentes para obtener una parte fraccionaria de ella.

Nivel 2: Dada una unidad dividida en partes no congruentes. Reconocen medidas diferentes para las partes.

Nivel 3: No confunden la relación de congruencia en área con la de conjuntos discretos.

Nivel 4: Dada una unidad dividida en trozos congruentes (en área), pueden hacer nuevas subdivisiones de la unidad.

1.3.3 El pensamiento numérico

Los lineamientos curriculares del área de matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N.) (p. 36), proponen que se debe desarrollar en el estudiante diferentes tipos de pensamiento, como son:

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
- Pensamiento espacial y sistemas geométricos.
- Pensamiento métrico y sistemas de medidas.
- Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

En este estudio se centra la atención en el pensamiento numérico, pues en él se ubican las fracciones.

Los lineamientos curriculares (p. 43) definen pensamiento numérico como: "...un concepto más general que sentido, el cual no incluye sólo éste, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas,...".

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números, sus operaciones y aplicaciones en problemas referentes a las matemáticas. Este pensamiento se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y utilizarlos en contextos significativos.

Se puede afirmar que un estudiante adquiere pensamiento numérico cuando es capaz de reconocer las diferentes representaciones de un mismo número, por

ejemplo si reconoce que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ó $\frac{3}{4} = 0.75$ ó $\frac{3}{4} = 75\%$. Cuando se da cuenta que

$\frac{5}{8} > \frac{1}{2}$ ó que $\frac{5}{8}$ está entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$.

CAPÍTULO II

2. METODOLOGÍA

2.1 TIPO DE ESTUDIO

El estudio es de tipo descriptivo enmarcado en el ámbito cuantitativo, pese a que se busca describir detalladamente, a través de la tabulación, análisis e interpretación de los logros y/o dificultades presentadas por los estudiantes al tratar de desarrollar actividades o situaciones que involucran el concepto de fracción en su relación parte-todo.

2.2 POBLACIÓN

La población estará conformada por estudiantes de 6° a 9° del Colegio Gabriel Taboada Santodomingo, jornada matinal.

2.3 MUESTRA

La elección de la muestra fue tomada aleatoriamente entre los grados 7° matinal del Colegio Gabriel Taboada Santodomingo, siendo escogido el curso 7°A.

2.4 INSTRUMENTOS

Para la ejecución de las diez actividades didácticas que aspiramos nos encaminen a alcanzar los objetivos propuestos en este estudio se tendrán en cuenta los siguientes tipos de actividades:

- **Actividades de familiarización**, cuyo propósito es que el estudiante se introduzca en el ámbito de representación de las fracciones en contextos

continuos, de tal forma que se mejoren las habilidades en el trazado de figuras geométricas y particiones congruentes. Además de esto, se familiarizará al estudiante con el lenguaje común o cotidiano de las fracciones.

- **Actividades dirigidas**, tienen como fin el abordaje de las fracciones en los diferentes contextos, continuo y discreto, a través de los diferentes tránsitos:
 - De lo concreto a lo gráfico.
 - De la representación gráfica a forma escrita en palabras.
 - De la representación escrita en palabras a la forma simbólica-numérica.
 - De lo concreto a la expresión verbal y escrita en el contexto discreto.
 - De la expresión gráfica a la expresión simbólica en contextos discretos.
 - Tránsito de todas las representaciones.

- **Actividades propuestas**, tienen como finalidad la profundización y refuerzo de las actividades dirigidas.

2.5 FUENTES DE INFORMACIÓN

El proceso para llevar a cabo la recolección de la información se hará a partir de:

- Las pruebas exploratoria y evaluativa, las cuales buscan, respectivamente, detectar y mejorar los espacios de dificultad que tienen los alumnos acerca del concepto de fracción en su aspecto parte-todo.
- La observación directa en el aula.
- La producción verbal y escrita de los estudiantes en las actividades desarrolladas.

CAPÍTULO III

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

3.1 ANÁLISIS DE LA PRUEBA EXPLORATORIA

Para el análisis de esta prueba se tuvo en cuenta:

- Clasificación por niveles de los estudiantes.
- Clasificación de preguntas acertadas por niveles.
- Análisis con respecto a los atributos de la relación parte-todo.

3.1.1 Clasificación por niveles de los estudiantes:

Para la clasificación de los estudiantes por niveles, se tuvo en cuenta los niveles de profundización dados por César Gaviria Torres, los cuales se presentan en el sustento teórico de éste estudio.

Tabla 1. Clasificación por niveles de los estudiantes (ver archivo tablas)

En ésta tabla se evidencia que los estudiantes no lograron alcanzar los niveles propuestos, que la mayoría (55%) se ubican en el nivel cero, es decir no hacen divisiones sobre la unidad y que sólo el 45% de ellos logran hacer subdivisiones equivalentes.

3.1.2 Clasificación de preguntas acertadas por niveles

Tabla 2. Clasificación de preguntas acertadas por niveles (ver archivo tablas)
En ésta tabla se ilustra cómo respondieron las preguntas los estudiantes de cada nivel.

3.1.3 Análisis con respecto a los atributos de la relación parte-todo

Tabla 3. Análisis con respecto a los atributos de la relación parte-todo (ver archivo tablas)

ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS CONTEXTOS DE LAS FRACCIONES

En contexto continuo:

- El 100% de los estudiantes no ven la necesidad de que los trozos que se obtienen con la partición de la unidad sean del mismo tamaño, esto se evidencia en las preguntas 1b, y 1d. Muestran el desconocimiento de este atributo.
- El 55% de los estudiantes presenta dificultad para dividir una unidad en un número determinado de partes. En el punto 2a algunos dividieron en nueve partes, y otros no pudieron hacer la división pedida.
- El 20% de los estudiantes no reconocen la necesidad de mantener la unidad fija para realizar las particiones. Esto se observa en los puntos 2c y 2d en donde algunos agregan un trozo a la unidad dada y otro estudiante desecha una de las particiones.
- El 35% de los estudiantes confunden el número de partes con el número de cortes, al no tener en cuenta que el número de partes no coincide con el número de cortes. Por ejemplo en el punto 2a cuentan el número de líneas verticales y no las particiones.

En contextos discretos

- El 100% de los estudiantes no pudo reconocer la fracción ($3/4$) tres cuartos en el conjunto de canicas dado en el punto 5. Algunos estudiantes separaban cuatro canicas y luego pintaban tres; esto es no conservaban la unidad.
- El 20% de los estudiantes reconoció la parte que correspondía, tanto en lenguaje simbólico como en palabras el conjunto de estrellas que estaban sombreadas en el punto 4.
- El 70% de los estudiantes en el punto 6, no utilizaron las fracciones para representar el conjunto de puntos que estaban dentro de cada figura. Tomaban un número natural para representar éste hecho.

Control simbólico de las fracciones

A continuación se hace la presentación de los resultados obtenidos con relación a la escritura en palabras y los símbolos numéricos de la fracción, por parte de los estudiantes. Para el análisis y la interpretación de estos resultados se tomó como referente las formas de escritura que utilizan los estudiantes para la simbolización de la fracción.

Tabla 4. Resultados obtenidos en la prueba exploratoria con respecto a las formas de escritura (ver archivo tablas)

- Conteo: (especifican solo el número de partes sombreadas sin relacionarlas con el número total de partes).
- Parte / parte: (número de partes sombreadas sobre número de partes no sombreadas o viceversa).

- Todo / parte: (número total de partes sobre número de partes sombreadas).
- Parte / todo: (número de partes sombreadas sobre número total de partes).
- Combinación: (en algunos relacionan parte / parte y en otros relacionan parte / todo).

3.2 DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES

Para la elaboración de las actividades se tuvo en cuenta:

- En primera instancia, “el lenguaje cotidiano de las fracciones”, en concordancia con lo establecido por Llinares y Sánchez (p. 18): *“Una de las primeras circunstancias que hay que tener en cuenta al comenzar a tratar un tema matemático es el hecho que los conceptos que vamos a desarrollar puedan estar vinculados a un lenguaje cotidiano, utilizado por las personas en general”*.
- La secuencia didáctica para la enseñanza del concepto de fracción propuesta por Coxford², que inicia con el modelo referido a contextos continuos, en particular el modelo rectangular, puesto que es más fácil para los niños el uso de esta forma para lograr partes congruentes, e identificarlas. Además, favorecen la apropiación de los atributos necesarios para la comprensión de la fracción como relación parte-todo.
- Por último, teniendo en cuenta los teóricos consultados, los lineamientos curriculares y la propuesta de Lascano, se diseñan diez actividades que hacen énfasis en los atributos, el pensamiento numérico, la interpretación de las fracciones en contextos continuos y discretos, y el tránsito de lo concreto a lo gráfico.

² En: Lascano M., *et al.* (1999). Trabajo de grado (Especialista en Educación Matemática). Santafé de Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Departamento de Postgrado)

Para contexto continuo:

- **Modelo de área**

- Dibujos: Gráfica de algunas figuras geométricas
- Dobleces
- Sombreado y verbalización de fracciones
- Tránsito de lo concreto a lo gráfico y comparación de fracciones
- Representación y equivalencia de las fracciones
- Tránsito de la representación escrita en palabras a la forma concreta.

- **Modelo de longitud**

- Actividad con hilo
- Actividad con tablitas

Para contexto discreto:

- Tránsito de lo concreto a lo verbal.
- Tránsito de lo concreto a lo gráfico y la representación.
- Escrita en palabras y en símbolos.

3.2.1 Descripción de las actividades

Como se especificó en la metodología, se tendrán en cuenta tres tipos de actividades: Actividades de familiarización, dirigidas y propuestas, las cuales se describen a continuación:

- **Lenguaje cotidiano de las fracciones. (Actividad de familiarización)**

Antes de iniciar con las actividades que constituyen la secuencia didáctica, se familiarizará al estudiante con el concepto de fracción, mediante expresiones que éste diariamente use o escuche y acciones que realice. Se le propondrá que exprese algunas ideas o palabras que escuche comúnmente y que estén relacionadas de una u otra forma con el concepto de fracción.

Ésta actividad se considera de gran importancia para el desarrollo de este trabajo puesto que motivará al estudiantes a relacionar el concepto de fracción al medio o contexto donde éste se desenvuelve, y de este modo las fracciones tendrán utilidad para él.

(Tiempo: 2 horas).

- **Actividad 1: Dibujos (gráficas de algunas figuras geométricas) (Actividad de familiarización)**

Se propone al estudiante el trazado o la realización de algunas figuras geométricas. Para esto se utiliza el modelo presentado por Aldalira Sáenz (Anexo B).

En ésta actividad se busca familiarizar al estudiante con el trazado de algunas figuras geométricas y presentar a la fracción como relación parte-todo en contextos continuos. Se hace énfasis acerca del número de particiones de la figura y del número de partes sombreadas, porque, de manera implícita, se está potenciando en algunos atributos de la relación parte-todo como la de particiones congruentes y subdivisiones de la unidad.

La importancia de ésta actividad radica en que el estudiante mejore o adquiera destrezas en al tratado de figuras, divida en partes congruentes y comprenda que una unidad es divisible (tiempo: tres horas de clase).

- **Actividad 2: Dobleces³ (Actividad dirigida)**

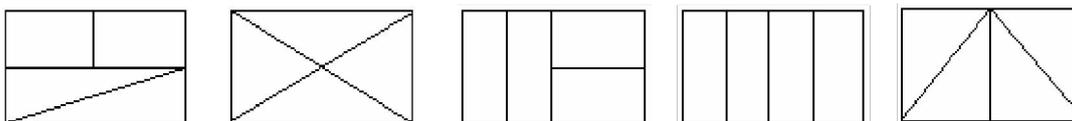
Antes de iniciar ésta actividad, se le entregan hojas de block tamaño carta a cada uno de los estudiantes, aclarándole que cada una de estas hojas es la “unidad”. Se le propone al estudiante que doble la hoja de diferentes maneras, de tal forma que las subdivisiones de ésta sean equivalentes. Los dobleces se harán de la siguiente forma:

- Doblar de tal manera que en la unidad queden 2, 4, 8 y 16 partes congruentes (familia de medios)

³ Tomada del Trabajo de Postgrado de Margarita Lascano (1999)

- Doblar de tal manera que en la unidad queden 3 y 9 partes congruentes (familia de tercios)
- Doblar de tal manera que en la unidad queden 6 partes congruentes (combinación de mitades y tercios)
- Doblar de tal manera que en la unidad queden 5 partes congruentes.

Si al interior del aula no aparece una situación “no muy usual”, como las figuras siguientes,



Se presenta la situación, poniendo en discusión la congruencia entre las partes, permitiendo que sean los alumnos quienes busquen la manera de justificar sus respuestas. Posteriormente se hacen conjeturas con preguntas como ¿cuándo se obtienen dos partes congruentes, cuántos dobleces son necesarios?, ¿cuándo se obtienen tres partes congruentes, cuántos dobleces son necesarios?, así sucesivamente. Ésta actividad, con las respectivas preguntas, permite propiciar en los estudiantes la aprobación de los atributos propuestos por Piaget *et al.*, y de manera más específica se pretende que el estudiantes logres:

- Identificar el número de partes en que queda dividida la unidad,
- Identificar partes del mismo tamaño,
- Dividir la unidad en partes congruentes y
- Reconocer que el número de partes no es igual al número de cortes

(Tiempo: dos horas de clase).

- **Actividad 3: Sombreado y verbalización de fracciones (Actividad dirigida)**

Una vez culminada la actividad 2, se le propone al estudiante que sombree con color partes de la unidad, por ejemplo: en la hoja que está dividida en dos partes se le pide primero que sombree una parte luego que sombree las dos partes, en la hoja que está dividida en tres partes, que sombree una parte, luego dos partes, 3 partes; y así sucesivamente con el resto de las hojas. Después de realizado lo anterior, se le harán una serie de preguntas a los estudiantes como: ¿En cuántas partes está dividida la unidad?, ¿cuántas están sombreadas?, ¿qué parte de la hoja está sombreada?. Éstas preguntas el estudiante deberá responderlas verbalmente y en forma escrita. Aquí se utiliza el lenguaje como forma de expresión sobre las acciones que realiza el estudiante, en concordancia con lo establecido por Freudenthal (p. 11).

Se tratará que el estudiante comprenda que cuando se colorea la mita de una hoja, corresponde a sombrear el 50% de ésta, que sombrear un cuarto de ella corresponde a sombrear el 25%. También que $\frac{1}{2} = 0.5$ ó $\frac{1}{4} = 0.25$.

Ésta actividad se considera importante porque el estudiante:

- Establece el nombre de las fracciones
- Usa las fracciones para contestar ¿cuántos?
- Está adquiriendo o desarrollando pensamiento numérico
- Identifica fracciones iguales a la unidad
- Adquiere habilidades en el manejo de algunos atributos como: subdivisiones equivalentes, el todo se conserva, el número de cortes no es igual al número de partes, entre otros.

(Tiempo: 2 horas de clases).

- **Actividad 4. Tránsito de lo concreto a lo gráfico y comparación de fracciones (Actividad dirigida)**

Teniendo en cuenta las partes sombreadas en la actividad 3, se le pide a los estudiantes representar éstas en una hoja de papel y que compare cada una de las fracciones unas con las otras; por ejemplo, comparar las fracciones $1/2$, $1/3$, $1/4$, $2/3$, $1/5$, $1/8$ y $3/8$. Además de esto deberán ordenar dichas fracciones de menor a mayor y viceversa. En éste sentido, se está posibilitando de algún modo el pensamiento numérico, puesto que el estudiante reconocerá, por ejemplo, que $1/4 < 1/3 < 1/2$. También se les pedirá que escriban en palabras y en símbolos cada una de las acciones realizadas.

Ésta actividad se considera importante puesto que permite tener en cuenta uno de los atributos de la relación parte-todo: El control simbólico de las fracciones. (Tiempo: 2 horas de clases).

- **Actividad 5: Representación y equivalencia de fracciones (Actividad dirigida)**

En ésta actividad se le propone al estudiante que realice los mismos dobleces de la actividad dos y que sombreen varias partes en cada hoja (como se hizo en la actividad tres), por ejemplo: en la hoja dividida en 4 partes, sombrear 2 y 3 partes, respectivamente, que en la hoja que está dividida en 8 partes sombrear 6 partes y así sucesivamente. Luego se les pide que comparen las partes sombreadas en cada hoja. Se espera que el estudiante sea capaz de reconocer que $1/2 = 2/4$, $3/6 = 6/8$ ó $2/6 = 1/3$.

La actividad permite que el estudiante se apropie del atributo once; acerca de la equivalencia de fracciones y además siga desarrollando pensamiento numérico. Se sigue haciendo énfasis acerca del control simbólico de las fracciones. (Tiempo: 2 horas).

- **Actividad 6. Tránsito de la representación escrita en palabras a la forma concreta (Actividad dirigida)**

Presentamos a los estudiantes la siguiente situación problema:

Para la realización del Backin que muestra los patrocinadores en tarima del festival nacional de gaitas del municipio de Ovejas. Los directivos y los representantes en común acuerdo deciden elaborarlo con las siguientes especificaciones:

- Tres de las ocho partes del Backin las utilizarán los mayores aportantes.
- El afiche promocional estará ubicado en ocho de las quince partes restantes.
- La parte sobrante corresponde a los patrocinadores que apoyan con menos dinero.

El propósito de ésta actividad es que el estudiante parta de la representación en palabras, interprete la información y la traduzca a través de una representación concreta. Para la solución de la situación el estudiante debe hacer divisiones en octavos y en quinceavos, así mismo tener en cuenta que en el Backin no pueden quedar partes libres porque $\frac{3}{8}$ lo utilizan los mayores aportantes, en los $\frac{8}{15}$ de $\frac{5}{8} = (\frac{1}{3})$, debe quedar el afiche promocional y en los $\frac{7}{15}$ de $\frac{5}{8} = (\frac{7}{24})$ los patrocinadores menores; cabe resaltar qué tanto los octavos como los quinceavos tienen que ser congruentes; además debe tomar los $\frac{5}{8}$ como unidad y subdividirla en quinceavos. Se busca que mediante ésta actividad el estudiante se apropie de los siguientes atributos:

- El todo se puede dividir en el número de partes pedido
- Las subdivisiones cubren el todo
- Las partes tienen que ser del mismo tamaño

- Las partes se pueden considerar como totalidad
- El todo se conserva

(Tiempo: dos horas de clase).

- **Actividad 7: Modelo de longitud (Actividad dirigida)**

Con éste modelo de longitud se pretende que el estudiante maneje en forma concreta las fracciones en el contexto continuo, visto desde otra representación, para ello se utilizará hilo (Nylon) de diferentes longitudes y colores.

Ésta actividad se hará en grupos de 2 estudiantes, para lo cual se le suministra a cada grupo hilos con las siguientes longitudes:

Grupo 1	Grupo 2
- 60 cm (hilo rojo) (“Unidad”)	- 50 cm (hilo negro) (“Unidad”)
- 60 cm (hilo negro)	- 50 cm (hilo rojo)
- 50 cm (hilo rojo)	- 40 cm (hilo rojo)
- 40 cm (hilo negro)	- 30 cm (hilo rojo)
- 30 cm (hilo negro)	- 20 cm (hilo rojo)
- 20 cm (hilo negro) y	- 10 cm (hilo rojo)
- 10 cm (hilo negro)	

Cabe resaltar que el estudiante medirá cada hilo.

Luego se le pide al estudiante que compare cada hilo con la “Unidad” y que escriba en palabras y en símbolos qué fracción representa de éste mismo.

Seguidamente, a los grupos que les tocó el hilo de 60 cm como “Unidad” deberán encontrar las siguientes medidas: $1/2$, $1/3$ y $1/6$ del hilo. A los grupos que les

corresponda el hilo de 50 cm como “unidad” deberán encontrar también las siguientes medidas: $1/2$, $1/5$, $3/10$ del hilo.

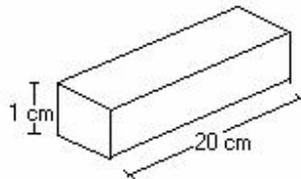
En ésta actividad se busca que el estudiante tenga en cuenta los siguientes atributos:

- El todo se puede dividir en el número de partes pedido.
- Las subdivisiones cubren el todo.
- Control simbólico de las fracciones.

(Tiempo: 2 horas de clase).

• **Actividad 8: Tablitas (Actividad dirigida)**

Para llevar a cabo ésta actividad, se le suministra a cada estudiante una tabla de 20 cm con cuatro caras, tal como se ilustra en la figura.



Tomando como unidad la tabla anterior, se realizarán las siguientes divisiones en cada una de las cuatro caras.

- a) Dos partes congruentes
- b) Cuatro partes congruentes
- c) Cinco partes congruentes y
- d) Diez partes congruentes

Después de realizadas las divisiones el estudiante pintará de acuerdo con las siguientes condiciones:

- La cara que está dividida en dos partes, pintar una parte
- La cara que está dividida en cuatro partes, pintar dos partes
- La cara que está dividida en cinco partes, pintar tres partes y
- La cara que está dividida en diez partes, pintar 5 de ellas.

Finalizando esto, se procede el tránsito de lo concreto a lo gráfico, en donde el estudiante deberá escribir en forma simbólica literal la fracción pedida.

Seguidamente se formarán grupos de 2 estudiantes; a cada grupo se les entregará una tabla de 30 cm, con las mismas características de la anterior, la cual ya estará dividida en cada cara con las siguientes especificaciones:

- Cara uno: dividida en 2 partes congruentes
- Cara dos: dividida en 3 partes congruentes
- Cara tres: dividida en 5 partes congruentes
- Cara cuatro: dividida en 6 partes congruentes

En cada una de las caras el estudiante pintará los dos tercios ($2/3$), dos quintos ($2/5$), siete décimos ($7/10$) y dos tercios ($2/3$) en cada cara, respectivamente.

Con el desarrollo de ésta actividad el estudiante abordará los siguientes atributos:

- Una región es vista como divisible
- Las partes son congruentes
- Las partes se consideran como un todo
- El número de partes no es igual al número de cortes
- Subdivisiones equivalentes

Ésta actividad permite al estudiante tener una concepción más clara de lo que son las fracciones en la recta numérica y además establecer un orden y equivalencia entre ellas.

- **Actividad 9: Tránsito de lo concreto a lo verbal (Actividad dirigida)**

Se le entregará a cada estudiante una bolsa con cuarenta rosquitas de diferentes colores; las cuales deberá contar y clasificar con respecto a cada color. Los colores serán los siguientes:

 Negro	 Azul claro	 Amarillo
 Blanco	 Rosado	 Rojo
 Azul oscuro	 Morado	 Verde

Una vez clasificadas las rosquitas, se les pedirá que expresen verbalmente lo que han hecho hasta el momento y que luego relacionen el número de rosquitas de cada color con respecto al total de rosquitas.

Ésta actividad permite que el estudiantes maneje las fracciones en contextos discreto.

(Tiempo: 1 hora de clases).

- **Actividad 10: Tránsito de lo concreto a lo gráfico y la representación escrita en palabras y en símbolos (Actividad dirigida)**

Teniendo en cuenta lo realizado en la actividad anterior, se le propone al estudiante que represente por medio de dibujos lo que representa un color con relación al total de rosquitas (como se hizo en la actividad 9). Además que halle el número de rosquitas que representan las siguientes fracciones:

a esto hubo la necesidad de preguntarles nuevamente sobre la aplicación de las fracciones. Ante esto uno de los estudiantes dijo:

- “Cuándo vamos a comer pizza, y nos dan un pedacito”

Después de obtener ésta respuesta se presentaron otras situaciones como:

- “Cuándo partimos una torta y nos dan un trozo de ella”
- “Cuándo compramos la “manteca”, es decir un cuarto de manteca”.

Luego de hacer conjeturas con las situaciones anteriores, se propuso la siguiente inquietud: ¿Por qué creen ustedes que cuando se compra un billete de lotería la gente dice: “Véndame un quinto de lotería”? A ésta pregunta los estudiantes no supieron qué contestar, por lo tanto se replanteó ésta así: ¿Cuántos pedazos tiene una “tira” de lotería? Los estudiantes discutieron ésta pregunta durante largo rato, hasta que uno de ellos dijo: “Tiene cinco pedazos”. Después de obtener ésta respuesta los estudiantes estuvieron de acuerdo con ella hasta que varios empezaron a decir: - “se dice que es un quinto porque es un pedazo de cinco partes de la tira”.

Más tarde, un estudiante se levantó de la silla y dijo:

- ¡Ah! –“Una fracción es entonces la parte que se toma de una unidad”.

El resto de los estudiantes estuvo de acuerdo, lo que indicó que ya se tenía una concepción no algorítmica de lo que es realmente una fracción.

Seguidamente se les explicó por qué se hablaba en ferreterías de $1/2$, $1/4$, $1/8$; también de productos que se venden en la tienda como “medio litro”, “litro y medio” y “dos litros y medio” de gaseosa.

Ésta actividad fue muy provechosa porque permitió que el estudiante lograra tener una visión no algorítmica de lo que es una fracción, además se pudo llevar al contexto de los estudiantes, es decir, lograron relacionar el concepto con situaciones cotidianas lo que permite mayor interés en el aprendizaje de las fracciones.

Actividad 1: Dibujos (gráficas de algunas figuras geométricas)

Ésta actividad cuyo propósito principal es el de presentar las fracciones como relación parte-todo, se inicia dándole a cada estudiante seis planchas del modelo de dibujo propuesto por Aldalira Sáenz (ver anexo) para que las realice teniendo en cuenta tanto la congruencia de las partes como la del número total de partes, número de partes sombreadas y no sombreadas.

Los aspectos más notorios en ésta actividad fueron los siguientes:

- Sólo 21 estudiantes alcanzaron a realizar completamente las planchas, de los cuales 10 de ellos lograron tener en cuenta la medida de los dibujos que se les dio como guía. En éste aspecto, los estudiantes realizaban los dibujos sin tener en cuenta la medida de los originales, algunos quisieron calcarlos, pues solo porque no tenían los implementos necesarios, porque se les hacía más fácil o porque simplemente no sabían utilizar los objetos de medidas como regla, escuadra, compás y transportador. Para ello, hubo la necesidad de ayudarlos o enseñarles rápidamente cómo se utilizaban estos instrumentos.
- De los 4 estudiantes que no alcanzaron a realizar totalmente la plancha, sólo 2 de ellos hicieron bien los dibujos, es decir, tuvieron en cuenta la media de estos.

- A la pregunta acerca del número total de partes, partes sombreadas y no sombreadas en cada dibujo, la mayoría (92%) no lograban reconocer que las partes fueron del mismo tamaño, sólo 2 estudiantes lograron reconocer esto, por ejemplo, dando respuestas como “hay A partes desiguales y B partes iguales”, “hay A partes diferentes, B sombreadas y C no sombreadas”. Ésta dificultad se presentó en los dibujos 11, 12, 13, 14, 17, 18, 20 y 21. Algunas de las respuestas fueron las siguientes:

Tabla 5. Algunas respuestas dadas por los estudiantes a los dibujos 12, 13 y 14 (ver archivo tablas)

Actividad 2: Dobleces

Ésta actividad constituye la segunda de la secuencia didáctica. Aquí se le entregan a cada estudiante hojas de block (todas del mismo tamaño) y se les aclara que ésta se va a considerar como “unidad”. Los estudiantes desarrollaron individualmente ésta actividad.

Para analizar los resultados, se presente inicialmente una descripción del desarrollo de la clase, las acciones y comentarios de los estudiantes.

- **Familia de medios**

Éste punto consiste en dividir la “unidad” en dos partes del mismo tamaño. En éste aspecto no hubo dificultad alguna; puesto que a todos los estudiantes se les fue posible ésta división. Los estudiantes realizaron la división de la hoja de la siguiente forma:

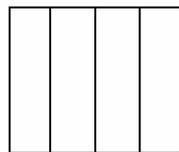


Finalizado lo anterior, se les hizo pregunta como: ¿Existen otras formas de hacer el doblar? Ante esto la mayoría no contestó, pero algunos dijeron que sí, ¿cómo? – “doblado las puntas – de la hoja”. Obtenida ésta respuesta se les preguntó ¿cómo comprobar si las partes tienen igual área?

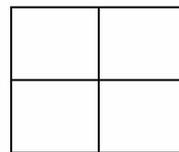
Ellos respondieron:

- “Las puntas quedan iguales”
- “Son del mismo tamaño”
- “Si las medimos, tienen el mismo tamaño”.

Para dividir en cuartos, la mayoría (24 estudiantes) hicieron el doblar en cruz y sólo 1 estudiante lo hizo en forma paralelas verticales, tal como se muestra:



Paralela vertical

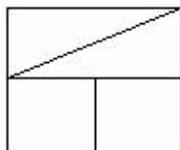


En cruz

Seguidamente se les interrogó acerca de si habían otras formas de obtener cuartos, algunos respondieron:

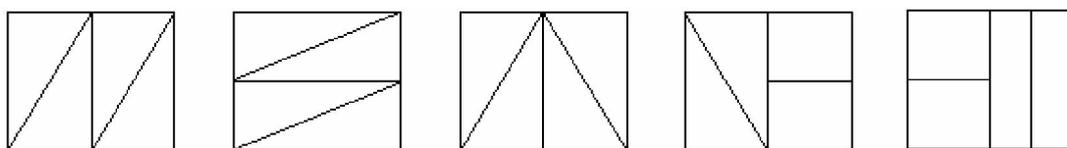
- Si - , “doblado horizontalmente”.
- Si - , “doblado las puntas”.

Aquí aparecieron divisiones en cuartos pero no congruentes. Debido a que no aparecieron más divisiones se les dio otra idea como:



En ésta situación, los estudiantes comenzaron a debatir y a discutir acerca de la congruencia de las partes, algunos dijeron:

- “No son iguales, porque no son del mismo tamaño” – hasta que finalmente se dieron cuenta que, efectivamente, las partes si eran congruentes, en área. Después de presentada la situación anterior se obtuvieron divisiones como:



Se comenzó nuevamente a discutir sobre la congruencia de las parte hasta el punto en que el estudiante se diera cuenta que éstas si lo eran. Seguidamente se pegaron en el tablero las diferentes formas en que el estudiante podrá formar cuartos, teniendo en cuenta el área.

Al dividir en octavos, algunos lo hicieron en forma vertical, otros en forma horizontal y muy pocos combinaron estas dos formas. Aparecieron otras divisiones como:



Luego de dividir en octavos los alumnos afirmaban que entonces la hoja se podía dividir en 3, 6, 16, 32, y hasta en 100 partes. Estaban apropiándose del atributo uno (una región es vista como divisible) y el atributo 2 (El todo se puede dividir en el número de partes pedido).

- **Familia de tercios**

Para dividir la hoja en 3 partes, casi la totalidad de los estudiantes no tuvieron en cuenta la congruencia de las partes, otros utilizaban el método de tanteo y algunos decían “no se puede hacer ésta división en partes iguales”

En ésta situación, se presentó una respuesta muy interesante y fue que un estudiante dijo: ¡Profe! – Sí se puede -. Después de contestar esto dividió la hoja en 4 partes congruentes y cortó un pedazo. Ante esto se les preguntó a los demás que si eso era correcto, algunos contestaron – sí - , otros que – no - , porque no se tenía la misma hoja, es decir, la unidad quedaba más pequeña que la original. Luego el mismo estudiante dijo que no era correcto porque no se conservaba la unidad. Éste hecho sirvió para que los estudiantes tuvieran en cuenta que la unidad se debía conservar.

Al dividir en 6 partes, los estudiantes combinaron mitades con tercios, dividieron en novenos y en doceavos; pero, casi todos lo hacían en forma vertical u horizontal.

Al dividir en 5 partes congruentes los estudiantes nuevamente usaron las dos formas anteriores (vertical y horizontal); siguieron dividiendo en 10 partes; 15 y hasta 20 partes congruentes, es decir, combinaron mitades con quintos y tercios con quintos.

Posteriormente los estudiantes se dieron cuenta que la forma más fácil de realizar dobleces era vertical u horizontal, pero que la más fácil era la vertical. Éste hecho fue útil para que se llegara a una convención y es que, de ahora en adelante, los dobleces se harían verticalmente.

NOTA: La elección de ésta manera para realizar las particiones tiene un propósito para trabajos posteriores, cuando se realicen particiones sobre segmentos y la ubicación de las fracciones en la recta numérica.

Aprovechando ésta actividad para hacer énfasis en los atributos de la relación parte-todo, se les siguieron haciendo preguntas como:

- Al obtener dos partes iguales, ¿cuántos dobleces se realizaron? Ellos respondieron “uno”.
- Al obtener tres partes iguales, ¿cuántos dobleces se realizaron? Contestaron “dos”.

Y así sucesivamente, hasta que un estudiante dijo: “Entonces, si la voy a dividir en 100 partes iguales, la tengo que doblar 99 veces”. Los estudiantes concluyeron rápidamente que el número de partes no era igual al número de cortes y que para dividir la hoja en determinado número de partes congruentes, había que doblar la hoja “una vez menos” que la cantidad de partes congruentes que se fueran a obtener.

Ésta actividad fue de gran importancia porque el estudiante se apropió de atributos como:

- Una unidad es vista como divisible.
- El todo se puede dividir en el número de partes pedido.
- El todo se conserva.
- El número de partes no es igual al número de cortes.
- Las partes deben ser del mismo tamaño.

Actividad 3: Sombreado y verbalización de fracciones

Ésta actividad se realizó grupalmente. A los estudiantes se les pidió sombrear partes de la hoja que habían doblado en la actividad 2.

Las hojas que tenían dos partes congruentes se les pidió primero sombrear una parte, que expresaran verbalmente qué fracción de la hoja habían sombreado, a la cual todos respondieron “un medio” o “la mitad”. En segunda instancia se les propone sombrear las dos partes de la hoja y que nuevamente expresaran verbalmente lo que habían sombreado, ante esto algunos dijeron – “La hoja completa”, otros “dos medios”, “dos mitades” y muy pocos dijeron “un uno”. Se notó aquí que estos últimos veían la fracción como relación parte-parte. Se debatieron todas las respuestas hasta que se concluyó que la parte sombreada era “dos medios”, es decir que estaba mostrando a los estudiantes la fracción como relación parte-todo.

El mismo procedimiento anterior se aplicó a las hojas que estaban dobladas en 3, 4, 5, 6 y 8 partes, respectivamente. Esto se hizo con el fin de que el estudiante pudiera reconocer la fracción como relación parte-todo en cada uno de los casos, por ejemplo en la hoja que estaba dividida en tres partes se les pidió sombrear: 1 parte, 2 y 3 partes, con la intención de que el estudiante reconociera que estas representaban $1/3$, $2/3$ y $3/3$, respectivamente.

Después de hacer lo anterior se les preguntó a los estudiantes de qué otra forma podían expresar los números fraccionarios. A ésta pregunta muy pocos contestaron, y lo hicieron de la siguiente forma:

“ $1/2$ es lo mismo que $1 \div 2$ ”, “ $1/2$ es 0.5”. el resto de los estudiantes estuvieron de acuerdo.

Como no apareció una respuesta esperada como “ $1/2$ es el 50%”, se les explicó a los estudiantes que ésta también era una representación para $1/2$. Explicar ésta

respuesta no fue tan difícil, porque ya los estudiantes tenían noción de porcentaje. Similarmente se hizo éste proceso con otras fracciones como $1/4$, $1/5$, $1/8$, $2/5$ y $3/8$.

Todo lo anterior se hizo con el propósito de que el estudiante comenzara a desarrollar pensamiento numérico; es decir que expresara una fracción como decimal y en forma de porcentaje.

Algunas de las dificultades presentadas en ésta actividad fueron las siguientes:

- Había estudiantes que no sabían dividir o expresar un número en forma decimal.
- No se acordaban del procedimiento que se debe seguir para expresar un número en porcentaje.
- Algunos estudiantes no dividían correctamente las hojas.

Ésta actividad fue de gran importancia porque permitió presentar la fracción como relación parte-todo, además se posibilitó el pensamiento numérico y se potenció en atributos como:

- Las partes deben ser del mismo tamaño.
- Las subdivisiones cubren el todo.
- Una región es vista como divisible y
- El todo se conserva.

Actividad 4: Tránsito de lo concreto a lo gráfico y comparación de fracciones

En esta actividad se le propuso a los estudiantes representar gráficamente lo que habían hecho en la actividad anterior, que escribieran en palabras y en

números la fracción que representaba la parte sombreada y además de esto se le pidió a los estudiantes comparar cada fracción y que las ordenaran de menor a mayor área correspondiente.

Respecto a la escritura de las fracciones, sólo 1 estudiante la escribió como relación parte – parte.

En relación con el orden, respecto al área de las fracciones si hubo dificultad, pues muchos estudiantes no tuvieron en cuenta el área sino el número de partes de la unidad, por ejemplo se les pidió ordenar las fracciones $1/6$, $1/4$, $1/3$, $1/2$, $1/8$ y $1/5$ de menor a mayor, a lo cual respondieron $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$ y $1/8$ sólo 9 estudiantes lograron reconocer este orden respecto al área, lo hacían comparando las áreas que determinaban cada fracción.

Al finalizar la actividad se discutieron las respuestas dadas y los estudiantes llegaron a concluir que: “a mayor particiones de una unidad, cada trozo es más pequeño”, por ejemplo. “ $1/8$ es menor que $1/3$ ” y “ $1/3$ es menor que $1/2$ ”. Este hecho sirvió para que el estudiante siguiera desarrollando pensamiento numérico y que estableciera una relación de orden entre fracciones.

Actividad 5: Representación y Equivalencia de Fracciones

En esta actividad se le propuso al estudiante realizar dobleces como en la actividad 2 y que sombrea partes como en la actividad 3.

- En la hoja dividida en 2 partes debían sombrear una parte.
- En la hoja dividida en 4 partes debían sombrear una, dos y 3 partes, respectivamente.
- En la hoja dividida en 3 partes debían sombrear una y dos partes, respectivamente.

- En la hoja dividida en 8 partes debían sombrear 2 y 4 partes, respectivamente.

Luego de sombrear las partes indicadas, se les pidió nuevamente escribir en forma numérica literal el área sombreada en cada hoja, que describieran y compararan todas las regiones sombreadas. En este caso, los estudiantes no se dieron cuenta de la equivalencia que existía entre ciertas regiones sombreadas, por tal motivo se tomó como ejemplo las hojas donde habían sombreado “ $1/2$ ” y “ $2/4$ ”, respectivamente, se les pidió compararlas hasta el punto en que algunos estudiantes dijeron: - “son iguales” – “Representan lo mismo” – “coloreamos la misma cantidad” -. Posteriormente el resto de los estudiantes estuvieron de acuerdo y comenzaron a comparar todas las regiones sombreadas hasta que contestaron:

“ $1/2 = 2/4$ ”, “ $1/2 = 4/8$ ”, “ $1/3 = 2/6$ ”, “ $2/4 = 4/8$ ”, y así sucesivamente.

Éste hecho sirvió para que el estudiante lograra ver la equivalencia entre fracciones e implícitamente desarrollara pensamiento numérico. Además se abordó el atributo 11 (Equivalencia entre fracciones).

Actividad 6: Tránsito de la Representación escrita en palabras a la forma concreta

Corresponde a la actividad 6 (p. 44), donde se presentó a los estudiantes una situación problema en la cual se pide realizar el Backin del festival nacional de gaitas. Mostramos los resultados obtenidos a través de la resolución del mismo. Para ello se tuvo en cuenta los atributos que se manifiestan al resolver el problema.

El todo se puede dividir en el número de partes pedido.

- División en Octavos

22 estudiantes lograron hacer las divisiones en octavos, todas en forma vertical.

1 estudiante dividió en seis partes de forma vertical.

2 estudiantes dividieron en octavos, combinando subdivisiones verticales y horizontales.

- División en Quinceavos

18 estudiantes dividieron en quince partes y aunque se había convenido con anterioridad hacer siempre las divisiones verticalmente haciendo solamente tres tuvieron en cuenta lo acordado, los demás subdividieron horizontalmente (haciendo tres dobleces) en los cinco octavos de la hoja.

4 estudiantes no subdividieron en quinceavos y en los cinco octavos ubicaron el afiche y los demás patrocinadores, no tuvieron en cuenta la segunda instrucción.

1 estudiante dividió en doce partes (había obtenido sextos en vez de octavos).

2 estudiantes dividieron en dieciséis partes toda la hoja.

Las subdivisiones cubren el todo.

De los 17 estudiantes que dividieron en quince partes y en ocho partes, al ubicar los mayores aportantes el afiche y los menores patrocinadores; 5 de ellos dejaron partes libres. No cubrieron el todo.

Las partes tienen que ser del mismo tamaño.

Con la actividad se pudo evidenciar que los estudiantes en su mayoría hicieron subdivisiones del mismo tamaño pero al realizar los dobleces persistió la dificultad para obtener la congruencia entre las partes. Esto se presentó con

mayor frecuencia con la división en quinceavos. Se encontraron 4 estudiantes en los que las diferencias de tamaño fueron muy significativas.

Las partes se pueden considerar como totalidad.

Al principio la mayoría de los estudiantes no entendieron la frase “ocho de las quince partes restantes”, con la orientación nuestra y la de algunos compañeros lograron subdividir los cinco octavos de la hoja en quince partes, sólo 4 estudiantes ignoraron las indicaciones y ubicaron el afiche y los menores aportantes en los cinco octavos restante, además 4 estudiantes no pudieron dividir en el número de partes pedido. El todo se conserva.

Todos los estudiantes conservaron el todo, ninguno quitó un pedazo a la hoja ni agregaron trozos.

Actividad 7: Modelo de Longitud

Con el fin de que los estudiantes manejaran las fracciones en el contexto continuo, se les entregó en este caso hilos (nylon) de diferentes longitudes y colores, dentro de ellos uno era la “unidad”. El curso se dividió en dos grupos: grupos 1 y grupos 2, a los cuales se les entregará el hilo de acuerdo a las siguientes especificaciones:

Grupos 1	Grupos 2
60 cm (hilo rojo) “unidad”	50 cm (hilo negro) “Unidad”
60 cm (hilo negro)	50 cm (hilo rojo)
50 cm (hilo negro)	40 cm (hilo rojo)
40 cm (hilo negro)	30 cm (hilo rojo)
30 cm (hilo negro)	20 cm (hilo rojo)
20 cm (hilo negro)	10 cm

10 cm (hilo negro)

Se les pidió a cada estudiante verificar las medidas dadas y que compararan el resto de los hilos con la unidad, es decir que dijeran qué fracción representaba cada uno de éstos de la “unidad”. Los estudiantes no supieron responder esta pregunta, por lo tanto se les sugirió hacer la representación gráfica de cada caso y además que calcularan:

Grupos 1: $1/2$, $1/3$ y $1/6$ del hilo. Grupos 2: $1/2$, $1/5$ y $3/10$ del hilo.

Al realizar este paso, a los estudiantes se les fue un poco más fácil puesto que algunos lograron calcular las medidas propuestas. Al preguntárseles sobre cómo lo hicieron, ellos respondieron: “midiéndolos” porque $1/2$ sería la mitad de 60cm, es decir 30cm y así siguieron explicando el resto de las medidas, cabe anotar que estas mediciones sólo la lograron 2 estudiantes de los grupos 1 y 1 estudiante de los grupos 2.

Después de socializar estas respuestas, el resto de los estudiantes pidieron calcular las medidas pedidas.

Acerca de la comparación pedida en el primer paso, los estudiantes aún no lograban dar respuestas. Debido a esto hubo la necesidad de replantear la pregunta y pedirles que dividieran cada “unidad” de “10cm en 10cm”. Esto fue muy fácil para ellos. Luego se les preguntó: ¿en cuantas partes congruentes quedó dividida la unidad? Respondían: Los grupos 1: “en 6 partes” y los grupos 2: “en 5 partes”. Aquí los estudiantes lograron comparar los hilos con la unidad y decían: “30 cm” equivalen a $1/2$ de la unidad ó “10 cm equivalen a $1/5$ de la unidad (grupo 2).

Los demás estudiantes no lograron comprender rápidamente estas respuestas, por eso, hubo la necesidad de explicarles detalladamente cómo se resolvió algunos de éstos. Seguidamente se les propuso representar gráficamente cada uno de los pasos que hicieron para obtener las respuestas y aquí se notó que los estudiantes no tuvieron mucha dificultad puesto que ya habían entendido lo explicado. Finalmente hicieron las representaciones gráficas y simbólicas literal de cada hilo con respecto a la unidad dada.

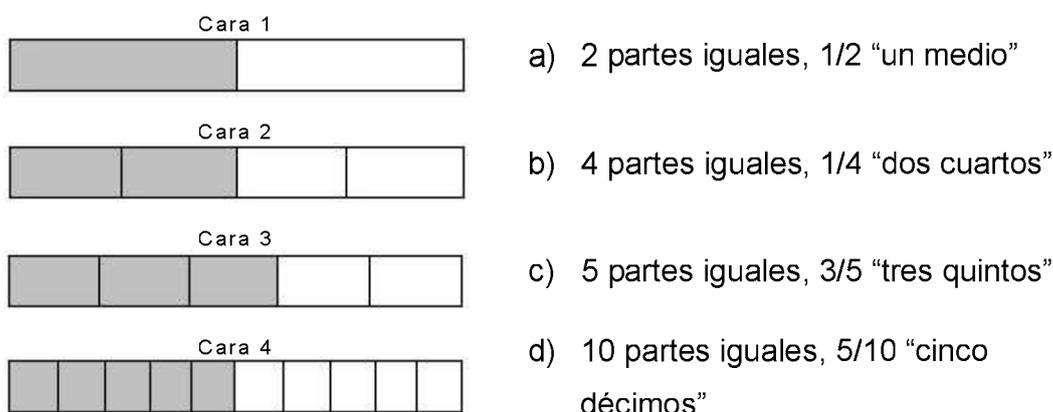
Actividad 8: (Tablitas)

A continuación se presenta la experiencia con esta actividad donde participaron 18 estudiantes.

Para la división en dos y cuatro partes congruentes el 100% de los estudiantes lograron resolverlo sin dificultad cuando efectuaron la división en cinco partes congruentes 1 estudiante propuso “como la tablita mide 20 cm, entonces salen cinco pedazos de 4cm cada uno” solo un estudiante (5,5%) no pudo realizar lo pedido. Para la división en diez partes 2 estudiantes afirmaron “tomamos los cinco pedazos de 4cm y nuevamente le sacamos mitad y así obtenemos los diez pedazos iguales”. Estos dos estudiantes reconocen el atributo de que las partes se pueden considerar como un todo. Otro estudiante propuso “diez pedacitos de 2cm cada uno”. Estas divisiones en diez partes la hicieron correctamente 16 estudiantes 88,8%. Con la orientación dada, a los estudiantes que no alcanzaron lo pedido se les suministró otra tablita para que repitieran el trabajo.

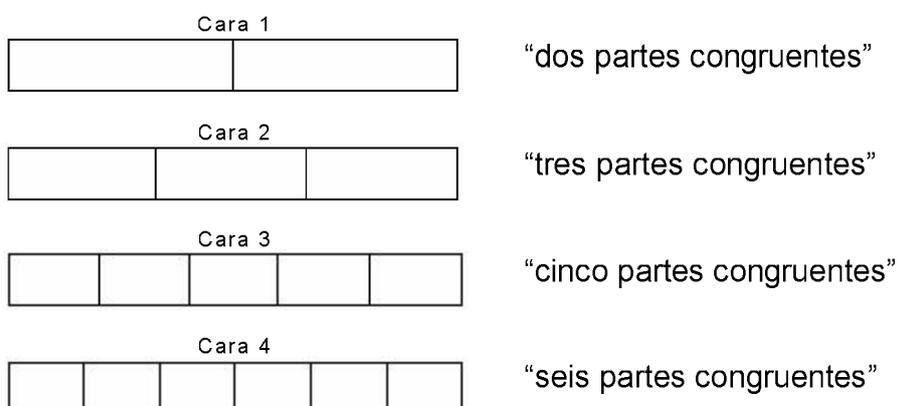
Continuando con la actividad el paso siguiente era el de pintar un determinado número de pedazos en cada cara, esta tarea la resolvieron todos los estudiantes sin ninguna dificultad. Seguidamente el paso de lo concreto a lo gráfico en donde representan lo hecho anteriormente en una hoja de block,

además escribir en palabras y en forma simbólica la parte que representa la región pintada. Se presenta a continuación las respuestas que obtuvieron los estudiantes.

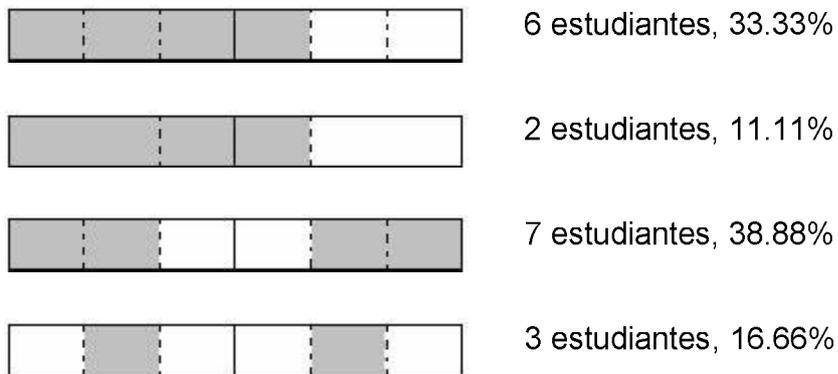


Aprovechando ésta representación un estudiante afirmó que las fracciones “un medio”, “dos cuartos” y “cinco décimos” eran del mismo tamaño, donde reafirmaron el atributo que nombra las fracciones equivalentes.

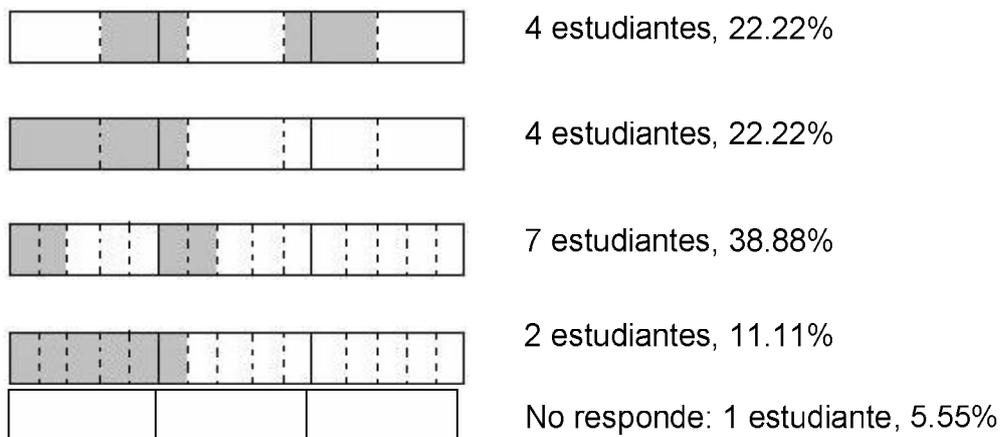
Posteriormente trabajaron en ocho grupos de dos estudiantes mas dos que trabajaron individualmente a los cuales les suministramos una tablita de 30 cm de longitud con las siguientes características:



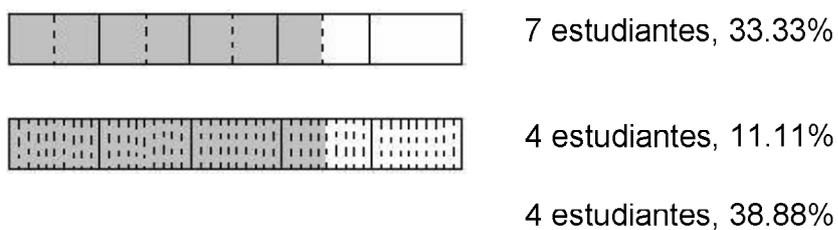
En la tabla 1 donde sombrearon “dos tercios” éstas fueron las respuestas encontradas:



En la cara 2, donde pintaron “dos quintos” se obtuvo los siguientes resultados:

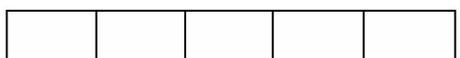


Para la cara 3 donde pintarían “siete décimos” se obtuvieron los siguientes resultados:





2 estudiantes, 16.66%

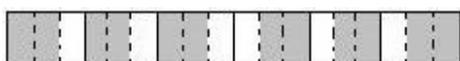


No respondieron: 1 estudiante

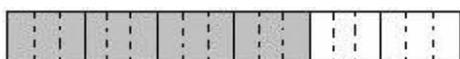
Para la cara 4, donde pintarían “dos tercios”, éstas fueron las respuestas:



8 estudiantes, 44.44%



6 estudiantes, 27.77%



1 estudiantes, 5.55%



2 estudiantes, 11.11%



1 estudiante, 5.5%

Actividad 9. Transito de lo concreto a lo verbal

El objetivo principal de esta actividad es presentar las fracciones como relación parte todo en contextos discretos.

Para dar inicio a esta actividad se le entregó a cada estudiante una bolsa con 40 rosquitas de diferentes colores y se les aclaró que este conjunto se consideraba como “unidad”. Seguidamente se les pidió formar grupos con cada color y comparar cada uno de éstos con relación a la “unidad”. Algunos de los resultados de ésta actividad fueron los siguientes:

- Algunos estudiantes respondieron mediante conteo, es decir, solo contaron las rosquitas de cada uno de los colores y no tuvieron en cuenta el total de las rosquitas.
- Otros, como habían 9 colores diferentes, relacionaron el número de rosquitas de cada color con el número total de colores.
- Sólo tres estudiantes lograron dar respuestas acertadas a la pregunta, por tal razón se les pidió a cada uno de los tres estudiantes que justificaran sus respuestas. Sin embargo, el resto de los estudiantes no lograron comprender claramente; por tanto, hubo la necesidad de intervenir y explicarles en qué consistía la situación. Después de esto los estudiantes empezaron a dar respuestas como:
 - “Las rosquitas de color negro representan tres cuarentavos”
 - “Las de color rojo representan dos cuarentavos”.

Y así sucesivamente. Con esto se posibilitó que el estudiante representara fracciones en contextos discretos.

Actividad 10. Tránsito de lo concreto a lo gráfico y la representación escrita en palabras y en símbolos

En ésta actividad se le pidió a los estudiantes representar por medio de dibujos y en forma simbólico-literal lo descrito en la unidad 9 y además, hallar el número de rosquitas que representan las fracciones.

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| a) $\frac{3}{5}$ | c) $\frac{7}{10}$ | e) $\frac{1}{2}$ |
| b) $\frac{5}{8}$ | d) $\frac{3}{4}$ | |

En cuanto a la representación por medio de dibujos no se encontró dificultad alguna por parte de los estudiantes. Pero en la representación simbólico literal se presentaron algunos problemas, puesto que algunos estudiantes todavía utilizaban la relación parte – parte.

De otro lado, con respecto a lo que se les pidió hallar, solo 5 estudiantes pudieron hacerlo y algunas de sus respuestas fueron las siguientes:

- “ $3/5$ equivalen a 24 rosquitas, porque dividí el número total de pepas por el denominador y el resultado lo multipliqué por el numerador”.
- “En 40 pepitas hay 8 grupos de 5 bolitas, y si tomamos tres grupos, esto equivale a 24 pepitas”.

Ante estas respuestas un estudiante se levantó y dijo:

- ¡Profe! – “Entonces para saber cuanto es la cantidad tengo que tener en cuenta el denominador y formar los grupos que este me indique y luego multiplico por el numerador”.

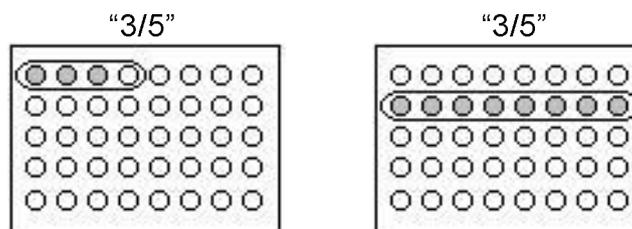
El resto de los estudiantes estuvieron de acuerdo y procedieron a hallar lo pedido.

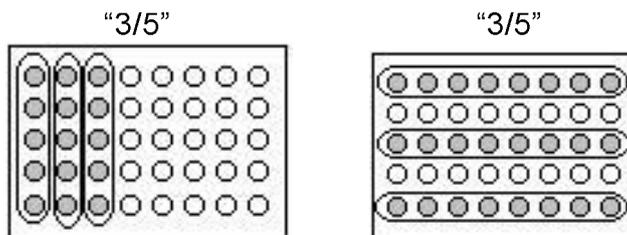
Cabe anotar también que se escucharon respuestas como:

- “ $3/5$ equivale a 8 pepitas”
- “ $5/3$ equivale a 3 pepitas”
- “ $3/5$ equivale a 15 rosquitas”.

Aquí se nota que algunos estudiantes seguían utilizando la relación parte – parte y el conteo, que otros solo tomaban el grupo de rosquitas, teniendo en cuenta el denominador y el numerador de este mismo grupo, es decir, no conservaban la unidad. También habían unos que formaban grupos de acuerdo a lo que indicaba el denominador y luego tomaban tantos grupos como indicaba el numerador.

Algunas de estas representaciones fueron las siguientes:





Por último, en esta actividad se pudo lograr que, el estudiante:

- Reconociera la necesidad de formar grupos del mismo tamaño.
- Afianzara su capacidad para representar la fracción como relación parte todo en contextos discretos.
- Abordara atributos como: El todo se conserva, las subdivisiones equivalentes y las partes cubren el todo.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Actividad propuesta número 1: Tránsito entre todas las representaciones

Esta actividad corresponde a un diseño adicional previo a la prueba evaluativo, en donde se toma una hoja de trabajo (Anexo D). A continuación se describe el contenido de esta hoja que fue entregado a los estudiantes en forma individual.

En el primer punto se presenta al estudiante la representación simbólica en palabras y en símbolo numérico para que ellos pasen a la representación gráfica. En el segundo punto se le pidió que escribieran con palabras y con números la relación entre la parte sombreada y la unidad. En el tercer punto se dio la representación gráfica de una parte de la unidad y se les pide que reconstruyeran la unidad.

Con el desarrollo de esta actividad los estudiantes abordaran los siguientes aspectos.

- Transito entre todas las representaciones de la fracción como relación parte – todo (gráfica – simbólica literal – simbólica numérica).
- Apropiación de los atributos “la congruencia entre las partes” y el “control simbólico de las fracciones”.
- Reconstrucción de la unidad a partir de una parte dada.

Los resultados de esta actividad los presentamos en la siguiente tabla:

Tabla 6. Análisis de los resultados de la actividad propuesta 1 (ver archivo tablas)

Actividad propuesta número 2. Tránsito entre las representaciones simbólicas en palabras simbólica numérica.

Actividad previa a la prueba exploratoria elaborada con el fin de hacer énfasis en el tránsito de las representaciones (gráfica – escrita en palabras – simbólica numérica).

El trabajo consistió en completar las representaciones que faltaban en la hoja de tarea Nº 2. Anexo E para que individualmente lo resolviera. El propósito de esta actividad es de establecer en los estudiantes la conexión entre las tres representaciones. A través de la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos.

Tabla 7. Resultados actividad propuesta número 2 (ver archivo tablas)

3.3 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA PRUEBA EVALUATIVA

Para el análisis de ésta prueba se tuvo en cuenta los siguientes aspectos:

- Clasificación por niveles de los estudiantes.
- Clasificación por niveles de las preguntas acertadas.
- Análisis de las respuestas dadas a cada pregunta teniendo en cuenta los atributos de la relación parte-todo.

3.3.1 Clasificación por niveles de los estudiantes

Teniendo en cuenta los niveles de profundización propuestos por César Gaviria Torres, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 8. Clasificación por niveles de los estudiantes (ver archivo tablas)

Aquí se muestra que solo dos estudiantes (8%) no lograron alcanzar o superar el nivel más básico de las fracciones (dividir una unidad), y que el 24% de los estudiantes (6 estudiantes) lograron alcanzar el nivel más alto (nivel 4), mostrando así que hubo un mejoramiento respecto a la prueba exploratoria, en donde ningún estudiante de séptimo grado había podido llegar a este nivel (ver anexo).

Cabe anotar también que hubo una disminución de los niveles 0 y 1, puesto que en la prueba exploratoria se observó que los estudiantes solo pudieron estar en estos dos niveles, nivel cero (0) 55%, nivel uno (1) 45%.

Observación: Los estudiantes que llegaron al nivel 4 es porque pasaron por los niveles anteriores; y así sucede con los estudiantes que están en los otros niveles.

3.3.2 Clasificación por niveles de las preguntas acertadas

Para hacer esta clasificación se consideraron los niveles en los que quedaron los estudiantes, y cómo respondieron el cuestionario; tal como se muestra a continuación.

Tabla 9. Clasificación por niveles de las preguntas acertadas (ver archivo tablas)

En ésta tabla se puede verificar que los estudiantes de nivel cero no respondieron acertadamente la totalidad de las preguntas y que aunque los demás tampoco lo hayan hecho totalmente, si se evidencia que hay un gran porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente las preguntas clasificadas. Además comparando estos resultados con los obtenidos en la prueba exploratoria (ver anexo A) se observa que el mejoramiento de los estudiantes fue muy notorio.

3.3.3 Análisis de las respuestas dadas por los estudiantes con respecto a los atributos de la relación parte-todo

Éste análisis se fundamenta en los atributos estudiados por Piaget (1960), los cuales son citados por Llinares y Sánchez, (p. 80-81). Además, se tendrán en cuenta las categorías propuestas por Margarita Lascano, *et al.* (1999).

Tabla 10. Resultados de acuerdo a la categoría de análisis con respecto a los atributos de la fracción como relación parte-todo. (ver archivo tablas)

ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS CONTEXTOS DE LAS FRACCIONES

En contexto continuo:

- El 56% de los estudiantes tienen en cuenta la necesidad de que los trozos o partes de la unidad deben ser del mismo tamaño como se evidencia en las respuestas a la pregunta 1b – 1c.
- El 92% de los estudiantes no tienen dificultad para dividir una unidad en un número determinado de partes, esto se evidencia en la pregunta 2a, en donde se muestra que sólo 2 estudiantes (8%) no lograron dar la respuesta correcta.
- El 96% de los estudiantes reconocen la necesidad que se tiene de conservar la unidad, esto se evidencia en las respuestas dadas a la pregunta 2b en donde sólo 1 estudiante agregó un trozo (no conservó la unidad).
- El 100% de los estudiantes tienen en cuenta que una parte también se puede considerar como un todo, tal como se evidencia en las respuestas dadas a las preguntas 2b – 2c.
- Sólo el 8% de los estudiantes confunden el número de partes con el número de cortes tal como se evidencia en las respuestas dadas a la pregunta 2a.

- Los estudiantes no reconocen aún la equivalencia entre fracciones, que como se muestra en el atributo 11 para las preguntas 1c – 1d.

Contexto discreto:

- En el contexto discreto se notó que los estudiantes tuvieron aun dificultades para reconocer la unidad, pero sólo 7 estudiantes (28%) lograron conservar la unidad, tal como se muestra en la pregunta 3.
- El 64% de los estudiantes reconocen que las subdivisiones cubren el todo, tal como se muestra en el atributo 8, pregunta 5.

Control simbólico de las fracciones

En éste aspecto, se muestran los resultados obtenidos con relación a la escritura en palabras y en números de la fracción, por parte de los estudiantes. Para ello se tuvo en cuenta el atributo 8 de la relación parte-todo.

Tabla 11. Resultados obtenidos con respecto a las formas de escritura (ver archivo tablas)

Conteo: (especifican solo el número de partes sombreadas sin relacionarlas con el número total de partes).

Parte / parte: (número de partes sombreadas sobre número de partes no sombreadas o viceversa).

Todo / parte: (número total de partes sobre número de partes sombreadas).

Parte / todo: (número de partes sombreadas sobre número total de partes).

Combinación: (en algunos relacionan parte / parte y en otros relacionan parte / todo).

CONCLUSIONES

Para dar las conclusiones de este trabajo, se tuvo en cuenta lo desarrollado en la secuencia didáctica y los resultados de las pruebas exploratoria y evaluativa, respectivamente. Se tienen en cuenta además los logros, las destrezas y habilidades alcanzadas por los estudiantes en el manejo de las fracciones como relación parte – todo. A nivel general se pudo concluir que:

- Mediante la secuencia didáctica se pudo mostrar la relación parte – todo como instrumento que permitiera interiorizar el concepto de fracción de forma más concreta, y posibilitar de tal modo el desarrollo de pensamiento numérico, en cuanto a las distintas representaciones que se le puedan dar a una fracción, su orden y equivalencia.
- Se logró potenciar en atributos de la relación parte – todo como subdivisiones equivalentes, una región vista como divisible, las partes como totalidad, el todo se conserva y equivalencias entre fracciones, hecho que no tenían en cuenta los estudiantes antes del desarrollo de las actividades (tal como se mostró en los resultados de la prueba exploratoria).
- A los estudiantes se les hace más fácil trabajar con el modelo de área, y más específicamente en las formas rectangulares, puesto que se notó gran dificultad para el trazado de dibujos en forma triangular y circular.
- En cuanto al contexto discreto, a los estudiantes se les hace fácil expresar verbalmente la fracción como relación parte – todo, pero cuando van a formar subgrupos equivalentes se nota gran dificultad, y una de ellas es no dividir correctamente los grupos que se les piden.

RECOMENDACIONES

- Debido a las dificultades encontradas en el tratado de figuras circulares y triangulares, se recomienda para trabajos posteriores hacer más énfasis en la representación de las fracciones como relación parte – todo en estos diagramas.
- Realizar más actividades para la representación de las fracciones en los modelos de longitud, puesto que más tarde le permitirá al estudiante una mejor comprensión y representación de los racionales en la recta numérica.
- Relacionar las fracciones con situaciones concretas (problema), de tal forma que el estudiante aplique este concepto a situaciones cotidianas.
- Abordar las fracciones mayores que la unidad.
- Continuar realizando proyectos o actividades que permitan al estudiante distinguir la unidad y sus partes en contextos continuos y discretos.

BIBLIOGRAFIA

ARANCIBIA, V; HERRERA, P y STRASSER, K (1.999). Psicología de la Educación. Santiago de Chile: Alfa y Omega. 279 p.

FREUDENTAL, H (1.983). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas: Fracciones. México: Ernesto Sánchez. Ed. 1.994

LASCANO, M; MARTINEZ, C y PERILLA, E. (1.999). Trabajo de grado (Especialista en Educación matemática). Santafé de Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Postgrado en Educación Matemática.

LLINARES, S. y SANCHEZ, M. (1.988). Fracciones: La relación parte – todo. Madrid: Síntesis. 167 p.

Memorias (2.001). Tercer encuentro de matemática educativa. Santa Marta.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Lineamientos curriculares en el área de matemáticas. Santafé de Bogotá. Magisterio (131 p).

VASCO, C. (1.994). El archipiélago fraccionario. En: MEN. Nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas: Tunja. Volumen II p (23 – 45)

ANEXOS

ANEXO C

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

Antes de responder el siguiente cuestionario, analice y piense muy bien su respuesta, pues éstas constituyen un valioso aporte para el éxito de este trabajo.

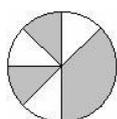
COLEGIO: _____

GRADO: _____ EDAD: _____ FECHA: _____

CUESTIONARIO

1. Escriba en palabras y en números a qué parte de área corresponde la región sombreada

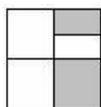
a)



En palabras

En números

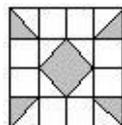
b)



En palabras

En números

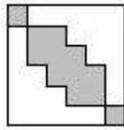
c)



En palabras

En números

d)



En palabras

En números

2. En las siguientes figuras sombree la región que se indica.

a) Un quinto del rectángulo



b) Dos tercios del rectángulo



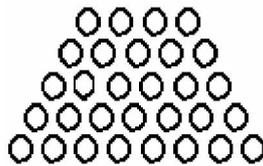
c) Cinco sextos del rectángulo



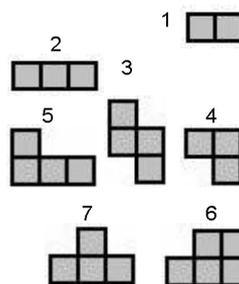
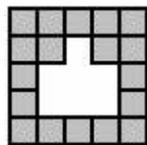
d) Tres cuartos del rectángulo



3. En el siguiente conjunto de canicas represente cuatro quintos ($4/5$)

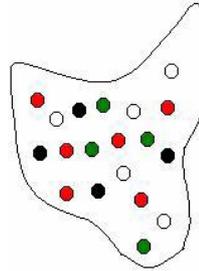


4. Qué parejas de fichas de las indicadas abajo completan el cuadrado, y qué fracción representan de éste mismo.

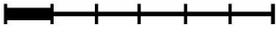


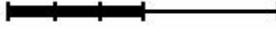
5. En la siguiente figura, escriba como fracción la parte que corresponde a:

- a) Número de canicas blancas _____
 b) Número de canicas negras _____
 c) Número de canicas rojas _____
 d) Número de canicas verdes _____



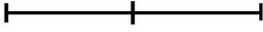
6. En los siguientes segmentos, escriba la parte que se indica:

a)  En palabras _____ En números _____

b)  En palabras _____ En números _____

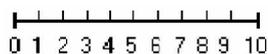
7. Dados los siguientes segmentos, subraye la parte que se indica:

a) Un quinto ($1/5$) del segmento  En números _____

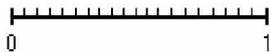
b) Dos tercios ($2/3$) del segmento  En números _____

8. Señale los tres quintos en cada segmento de recta

a)



b)



ANEXO F
EVIDENCIAS



Experiencia de Actividad 8



Experiencia de Actividad 9