EL CONCEPTO DE ÁREA A TRAVÉS DEL TRABAJO CON SUS PROPIEDADES EN FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS.

ORTIZ SARA YENISBER

PEREZ PATERNINA WILLY

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2003

EL CONCEPTO DE ÁREA A TRAVÉS DEL TRABAJO CON SUS PROPIEDADES EN FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS.

ORTIZ SARA YENISBER

PEREZ PATERNINA WILLY

Este trabajo es presentado como requisito para optar al titulo de licenciado en matemáticas

Director

BETÍN SEVERICHE MARCOS VINICIO

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SINCELEJO

2003

NOTA DE ACEPTACIÓN

_____

_____

_____

_____

1. Jurado

_____

2. Jurado

_____

3. Jurado

Sincelejo, Mayo 5 de 2003

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	6
1. FORMULACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
1.1. PROBLEMA	8
1.2. DESCRIPCIÓN	8
1.3 JUSTIFICACIÓN	10
1.4 OBJETIVOS	13
1.4.1 OBJETIVO GENERAL	13
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
1.5 DELIMITACIÓN	13
2. MARCO TEÓRICO	15
2.1. ANTECEDENTES	15
2.2. BASES EPISTEMOLÓGICAS	17
2.3 BASES CONCEPTUALES	22
2.4. MARCO LEGAL	24
3. MARCO HISTÓRICO	28
4. MARCO METODOLÓGICO	31

4.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN 31

4.2 METODOLOGÍA 32

4.3. POBLACIÓN Y MUESTRA 35

4.4. TÉCNICAS 35

4.5. INSTRUMENTOS 36

5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN 38

5.1 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE ACTIVIDADES GRUPALES 38

5.2 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE ACTIVIDADES INDIVIDUALES 44

5.3 ANÁLISIS DE PRUEBA INICIAL Y FINAL 45

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 47

6.1 CONCLUSIONES 47

6.2 RECOMENDACIONES 48

7. BIBLIOGRAFÍA 50

ANEXOS 52

INTRODUCCIÓN

La geometría por su carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo en el que a donde dirijamos la mirada se hallan representaciones de figuras geométricas, se constituye en una importante fuente de modelación y un ámbito adecuado para desarrollar niveles superiores de pensamiento y formas diversas de argumentación.

Razón, entre otras, por las que el Ministerio de Educación Nacional planteó en la propuesta de Renovación Curricular, hacer énfasis en la geometría activa como alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos, como herramientas de exploración y representación del espacio, y en los lineamientos curriculares para el área de matemáticas proponen que en el hacer matemático se enfaticen aspectos tales como: El desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras, buscando con todo ello rescatar a la geometría del olvido al que estuvo sometida durante muchos años, además, coadyuvar al desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes.

Revisando los resultados arrojados por el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias TIMSS (1997), se aprecia el deficiente desarrollo de los estudiantes Colombianos en geometría, hecho que obliga a plantear propuestas y buscar soluciones de mejoramiento a todo nivel.

Los temas en los que se aprecia mayores diferencias cualitativas (Según el TIMSS), en el Rendimiento Nacional e Internacional en Geometría plana, están relacionadas con: coordenadas, elementos básicos (punto, recta, plano, etc.), polígono, círculos y transformaciones. En polígonos y círculos se identifican deficiencias en el conocimiento de algunas características y propiedades, al igual que en la conceptualización de áreas poligonales.

En la enseñanza impartida, el concepto de área y los sistemas de medida para hallar el área se han visto como iguales;[1] razón por la cual este trabajo aborda el concepto de área desde una perspectiva que enfatiza el trabajo escolar con figuras, utilizando sus propiedades como base fundamental para posibilitar la comprensión de dicho concepto.

La metodología de trabajo se basa en perspectivas de tipo constructivista, en la que el accionar del sujeto cognoscente es fundamental para construir su propio conocimiento gracias a las operaciones intelectuales que realiza.

El trabajo ha sido dividido en 6 capítulos, dispuestos en el siguiente orden:

En el primer capítulo se encuentra una descripción detallada del problema, así como la justificación, los objetivos y la delimitación

En el capítulo 2, se detalla el marco teórico, compuesto por investigaciones recientes que se han hecho sobre el tema (antecedentes), las bases epistemológicas, conceptuales y el marco legal, de vital importancia ya que son estas las que ofrecen cimientos sólidos para este trabajo.

La historia de conceptos matemáticos, se considera, a la luz de la teoría de Piaget, un componente importante para la construcción de conocimientos por parte de individuo, razón por la cual en el capítulo 3 se recopilan algunos elementos históricos relacionados con el concepto de área. En el capítulo 4 se realiza la descripción metodológica del trabajo, en la cual se específica el tipo de investigación, la población y la muestra y se describe la forma de trabajo en el aula por la que se ha optado.

El análisis de los resultados se encontrará en el Capítulo 5 y en el capítulo 6 se detallan las conclusiones y recomendaciones a las que se llegaron.

[1] GARCÍA, María Agustina y Otros, Construcción del concepto de área en estudiantes de quinto y séptimo grado.

1. FORMULACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. PROBLEMA

El problema objeto de estudio del presente trabajo lo constituyen los espacios de dificultad[2] asociados a la comprensión del concepto de área que manifiestan estudiantes de 9° del Colegio Departamental de Bachillerato Antonio Lenis.

1.2. DESCRIPCIÓN

Aunque en Colombia existen planteamientos generales a seguir para el desarrollo del programa de geometría, que apuntan el desarrollo de:

- Procesos de niveles superiores del pensamiento
- Formas diversas de argumentación
- La percepción espacial
- Las intuiciones sobre las figuras
- La comprensión y uso de las propiedades de las figuras
- El pensamiento espacial.

Al volver la mirada a los establecimientos educativos se ha podido constatar, como lo señala Fiallo[3], que la enseñanza de esta disciplina se sigue por preceptos tradicionales en que se privilegian:

- Desarrollo mecanicista de la geometría, haciendo énfasis en el desarrollo teórico- práctico asignaturista.

---

[2]Dificultades presentadas respecto a una o varias temáticas; en este caso dificultad para: conceptuar área, calcular área de figuras geométricas, aplicar propiedades de áreas.

[3] FIALLO, Jorge. Cabri Geometre en la Enseñanza de la Geometría, Universidad Industrial de Santander.

- Desarrollo de procesos geométricos (construcción, comparación, deducción) sin exploración de ideas, esquemas alternativos o preconceptos, desfavoreciendo la promoción de un aprendizaje significativo en los estudiantes.

- La actividad del docente prima sobre la de los aprehendientes, potencializando así, la pasividad, el conformismo intelectual y la dependencia alumno - maestro.

Es muy frecuente, además, encontrar profesores, especialmente en secundaria, que intentan desarrollar sus clases de matemáticas, y en particular de geometría, planteando un nivel de razonamiento superior al que poseen los alumnos[4].

Quizás todo lo anterior ha contribuido a que nuestros estudiantes no alcancen un óptimo rendimiento en pruebas nacionales e internacionales, como lo constata la TIMSS (Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias), donde se encontró que:

Más del 75% de los estudiantes responden de manera incorrecta a mas del 43% de las preguntas que involucran primordialmente aspectos geométricos, mientras que a nivel internacional no existen preguntas en el área que sean muy difíciles. Específicamente, la mayoría de los estudiantes de grado séptimo de la población internacional, responden de manera eficiente más del 60% de las preguntas de área, aumentando a mas de las tres cuartas partes de las preguntas para los estudiantes de grado octavo de la misma población, en tanto que los estudiantes Colombianos solo lo hacen en no mas del 10% de las preguntas de área[5].

Al aplicar una prueba exploratoria sobre la comprensión del concepto de área y de las propiedades de áreas de figuras geométricas planas no irregulares, (ver anexo C), a estudiantes de noveno grado del Colegio Antonio Lenis, se encontró que:

- Un 85% de los estudiantes de la muestra seleccionada presentaron poca comprensión del tema, manifestada en:

---

[4] PASTOR, Adela. GUTIÉRREZ, Ángel. Analizando las Reacciones de los Estudiantes en Clase de Geometría, el Modelo de Van Hiele, Universidad de Valencia 1994, Pág. 6

[5] Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, TIMSS, 1997, Pág. 81

- Relacionar la conservación de área con la conservación de las figuras.
- Suponer que a mayor altura, mayor área; despreciando el grosor y la forma de la figura.
- Asumir que la figura formada por la unión de otras es la más parecida (en forma), sin importar la superficie contenida.

➢ Un 10% de la muestra respondieron adecuadamente a las preguntas sobre comprensión de áreas de figuras geométricas planas.

➢ Y el 5% restante no respondió a la prueba.

En atención a este preocupante resultado y a todo lo expuesto, consideramos conveniente plantear propuestas de aulas en las cuales se tienda a posibilitar la comprensión del concepto de área a través del trabajo con sus propiedades en figuras geométricas planas, Con ello surge la pregunta:

¿Cómo posibilitar la comprensión del concepto de área a través del trabajo con sus propiedades en figuras geométricas planas, atendiendo a los niveles de razonamiento propuestos por Van Hiele, en estudiantes de Noveno (9) grado, jornada matinal del Colegio Departamental de Bachillerato Antonio Lenis?.

1.3 JUSTIFICACIÓN

A lo largo de la historia la educación ha sufrido cambios y transformaciones a fin de cumplir con los diversos propósitos que la sociedad espera de ella. Estos cambios se han visto reflejados en todas las áreas del conocimiento, particularmente en matemáticas, donde actualmente, a la luz de los Lineamientos Curriculares, se plantea el desarrollo de competencias básicas desde la realización de ejercicios cotidianos de cuentas, hasta el cultivo de las capacidades cognitivas y metacognitivas que permitan el progreso de la ciencia y la tecnología[6].

[6] MEN. Matemáticas – Lineamientos Curriculares. Santa fé de Bogotá. 1998. Pág 18.

En geometría tales propósitos apuntan al desarrollo de la comprensión del espacio, interpretación de propiedades y regularidades, al desarrollo del pensamiento visual y en especial al desarrollo del pensamiento espacial, puesto que se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación y muchas disciplinas científicas como: química, física y matemáticas, requieren de personas que tengan un alto desarrollo del pensamiento espacial[7].

Una contribución para la consecución de estos propósitos estaría dada por la comprensión adquirida sobre áreas en el trabajo realizado con figuras planas.

Para tal evento los lineamientos plantean que deben tenerse en cuenta resultados de investigaciones en el campo de la Educación Matemática, sobre el proceso de construcción del pensamiento espacial, las cuales indican que este sigue una evolución lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales.[8]

De acuerdo a esto y dado que en la actualidad se pretende que los programas sean desarrollados de una forma menos tradicional (esto es, de una forma más didáctica), buscando así la atención y disposición máxima del estudiante. Se plantea la presente propuesta que busca posibilitar en los estudiantes la comprensión del concepto de área a través del trabajo con sus propiedades en figuras geométricas planas no irregulares, mediante el producir, mover y dibujar, atendiendo los niveles de razonamiento de los aprendientes.

Se reconoce la importancia, pertinencia y viabilidad de la propuesta en los siguientes aspectos:

Es importante, por que:

- Establece una estrecha relación entre concepto de área, propiedades de áreas de figuras geométricas planas, geometría activa y niveles de razonamiento.

[7] MEN. Matemáticas – Lineamientos Curriculares. Santa fé de Bogotá. 1998. Pág 56.
[8] Ibid. P. 58

- Esta dinámica relación facilita la interacción entre los alumnos y el objeto de aprendizaje, dado que el profesor a partir de la planeación y gestión de clase presenta al aprendiz, de manera diferente, los objetos matemáticos y algunas de sus propiedades.

- A través de actividades sobre áreas de figuras geométricas planas no irregulares, se estimula al alumno a desarrollar y adquirir habilidades de razonamiento, interpretación, simbolización, exploración, representación, sistematización y graficación, buscando con ello coadyuvar en la formación de alumnos competentes en la interpretación de la información que comúnmente se le presenta, para que así pueda desempeñarse mejor en la sociedad.

- El maestro asume un rol de colaborador y facilitador de eventos pedagógicos, para el establecimiento de una pedagogía en la equidad.

Es pertinente, por que:

- Intenta dar solución al problema de "la comprensión del concepto y de las propiedades de áreas de figuras geométricas planas", que afecta sobre manera las bases conceptuales necesarias para futuros aprendizajes de los alumnos y para la comprensión del mundo que nos rodea.

- Pretende contribuir con el rescate del estudio geométrico, al evidenciar una forma didáctica no tradicional de trabajar áreas, pensamiento geométrico y la geometría misma.

- Atiende al actual planteamiento de programas didácticos propuesto por el Ministerio de Educación Nacional.

Es viable, por que:

El Colegio Municipal Antonio Lenis cuenta con instrumentos didáctizables, necesarios para el desarrollo de esta propuesta, dentro de los cuales se encuentran:

- Laboratorio de Matemáticas.
- Figuras geométricas
- Telón para proyecciones.
- Video been.

Además se cuenta con el apoyo del cuerpo administrativo y docente del plantel.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

Posibilitar el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de noveno grado, jornada matinal del Colegio Departamental de Bachillerato Antonio Lenis.

1.4.2. OBJETIVO ESPECÍFICO

- Elaborar una propuesta de aula que enfatice en la comprensión del concepto de área a través del trabajo con sus propiedades en figuras geométricas planas no irregulares.

1.5. DELIMITACIÓN.

Esta propuesta está centrada en la comprensión de propiedades de áreas de figuras geométricas, atendiendo únicamente figuras bi- dimensiónales y no irregulares.

- Para el diseño de las actividades se tendrán en cuenta los tres primeros niveles de razonamiento propuestos por Van Hiele.

- Se desarrollará en el grado noveno B, jornada matinal, del Colegio Departamental de Bachillerato Antonio Lenis, en el año lectivo 2003, con la participación de 20 estudiantes seleccionados por

presentar deficiencias en la asignatura de geometría y por la poca apropiación del concepto y de las propiedades de áreas de figuras geométricas planas.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

A continuación se describirán de manera breve aspectos de las investigaciones, que se han llevado a cabo y que abordaron como objeto de estudio el aprendizaje de conceptos geométricos e investigaciones que se relacionan con el tema central de la presente propuesta.

2.1.1 LA FORMULACIÓN DE LA RELACIÓN PITAGÓRICA, COMO UN ARGUMENTO PARA CONSOLIDAR EL ÁREA COMO MAGNITUD: EL PAPEL DE LA FIGURA, Olga Lucia León Corredor, Universidad del Valle, Cali.

PROPÓSITOS: Estudiar Las diferentes formas de aprehensión figural y su efecto en la formulación de la relación pitagórica.

Analizar la constitución de la relación Pitagórica como un argumento geométrico y su apoyo en la experiencia figural.

CONCLUSIÓN: los estudiantes comprendieron la relación Pitagórica después de analizar figuras y trabajar con estas.

2.1.2 EL ÁREA DE UN TRIANGULO EN FUNCIÓN DE SUS MEDIANAS, Orlando Castañez, Fabio Fuentes, Universidad popular del cesar, Valledupar.

PROPÓSITO: Hallar el área de un triángulo cuando no se conocen la altura ni la base.

CONCLUSIÓN: Se ha encontrado un enfoque novedoso para abordar el concepto de área de un triángulo en un contexto diferente al tradicional.

2.1.3 UNA EXPERIENCIA DE AULA: ÁREA DE RECTÁNGULOS, Trabajo realizado por el grupo de octavo grado de práctica intensiva (98 I) de la Universidad Distrital en el Externado Nacional Camilo Torres.

PROPÓSITO: Facilitar la comprensión de área de un rectángulo mediante procesos de comparación, medición y estimación de áreas de diferentes piezas rectangulares.

CONCLUSIÓN: El proceso de comparación de área de diferentes piezas rectangulares permitió a los estudiantes un mejor entendimiento acerca del área de un rectángulo.

2.1.4 TRATAMIENTO FIGURAL EN LA ELABORACIÓN DEL CONCEPTO DE ÁREA, Especialización en educación matemática, Judith Pérez, Carmen Salas, Universidad de Sucre, Sincelejo.

PROPÓSITOS:

Identificar la relación que se establece entre los tratamientos figúrales y la comparación de áreas.

Formular algunas consideraciones que se deben tener en cuenta para la elaboración del concepto de área.

CONCLUSIONES: El tratamiento figural de la reconfiguración le permitió a los estudiantes comparar las áreas de las figuras y establecer la igualdad entre ellas; con la acción de romper y rehacer, ellos pudieron adicionar o sustraer áreas para luego compararlas y establecer así La igualdad entre ellas.

2.1.5 ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA CON EL MODELO DE VAN HIELE, Cecilia Barón Páez, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

PROPÓSITO: Desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes en un ambiente donde se privilegien el gusto por el trabajo, la comunicación y la practica de una convivencia armónica.

CONCLUSIONES: Se logro un avance en el nivel de razonamiento de los estudiantes, así como un alto grado de motivación por el trabajo geométrico.

2.2 BASES EPISTEMOLÓGICAS

El **CONSTRUCTIVISMO** Ha sido un tema bastante trabajado y definido actualmente por investigadores como M. CARRETO, quien dice: "Antes que nada, conviene indicar que no puede decirse en absoluto que sea un término unívoco. Por el contrario, puede hablarse de varios tipos de constructivismo. De hecho es una posición compartida por diferentes tendencias de la investigación psicológica y educativa. Entre ellos se encuentran: las teorías de Piaget, Vigotsky, Ausbel y la actual psicología cognitiva".

Puede decirse que el constructivismo es el Enfoque que entiende el conocimiento del individuo, desde aspectos cognitivos y sociales del comportamiento, como también los afectivos, no siendo un mero producto de ambiente, ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una parte fundamental en la combinación de todos estos aspectos para la construcción de un ser humano integral. Fundamentalmente los instrumentos con los que las personas realizan dicha construcción son los esquemas que ya posee, es decir con los que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea.

Esta construcción que realizamos todos los días y en casi todos los contextos en los que se desarrolla nuestra actividad depende sobre todo de dos aspectos, a saber, de la representación inicial que tengamos de la nueva información y de la actividad externa e interna, que desarrollamos al respecto, de

estas teorías, resaltamos aportes como los de Piaget y Vigotsky.

De **PIAGET** destacamos el papel que otorga al individuo en los procesos de construcción del conocimiento, la idea de un individuo que aprende por acción sobre el objeto de conocimiento. Para él, el desarrollo intelectual es un proceso de reestructuración del conocimiento.

- El proceso comienza con una estructura o una forma de pensar propia de un nivel.
- Algunas instrucciones emitidas crean conflictos y desequilibrio.
- La persona compensa esa confusión y resuelve el conflicto mediante su propia actividad intelectual.
- De todo esto resulta una nueva forma de pensar y estructurar las cosas; una manera que da nueva comprensión y satisfacción al sujeto. En una palabra, un estado de nuevo equilibrio.[9]

A partir de la teoría de Piaget se empieza a concebir al maestro como un explorador del conocimiento de los niños mediante su actividad espontánea y la organización de encuentros (de sujeto y objeto de conocimiento)

De **VIGOTSKY** destacamos el papel otorgado a la interacción Social en el proceso de construcción del conocimiento, el cual produce un favorecimiento del aprendizaje[10].

Es pues, gracias al intercambio de información entre compañeros, que tienen diferentes niveles de conocimiento, que se provoca una modificación de los esquemas y acaba produciéndose aprendizaje (lo cual es conocido como Zona del Desarrollo Próximo), a demás de mejorar las condiciones motivacionales.

---

[9] ED, Labinowicz. Introducción a Piaget, Editorial Addison- Wesley Iberoamericana, EUA 1987, p:35
[10] MEJÍA, Marco Raúl. Especialización en educación personalizada. Pedagogía. Santa fé de Bogotá 1995, Pág.: 34- 35.

En definitiva: Este enfoque resalta el efecto de la Interacción y el contexto social en los procesos de construcción de conocimiento. Una de las características del constructivismo es considerar positivo el momento del error, **el error sistemático** (propia del proceso de construcción del conocimiento) para producir desde la interacción, la reflexión que lleva al sujeto a corregirlo y a aprender.

Otro referente en que se basa el trabajo, es la teoría de **LOS VAN HIELE**, según la cual los estudiantes progresan a través de niveles de pensamiento geométrico (Van Hiele, 1959; Van Hiele, 1986; Van Hiele-Geldof, 1984): Desde un nivel visual, seguido de niveles creciente **sofisticados** de descripción, análisis, abstracción y prueba.

Los niveles son, según la teoría, secuenciales y jerárquicos, de manera que para que los estudiantes operen adecuadamente en uno de los niveles, deben haber dominado amplias partes de los niveles más inferiores (HOFFER, 1981). El progreso de un nivel al siguiente, según los VAN HIELE, es más dependiente de la instrucción que de la edad y maduración biológica, los conceptos implícitamente comprendido en un nivel llegan a ser explícitamente comprendidos en el siguiente.

A continuación hacemos una descripción pormenorizada de los niveles:

NIVEL 1: RECONOCIMIENTO.

La figura la distinguen por sus formas individuales como un todo, de manera global, incluyen atributos irrelevantes en su descripción, no detectan relaciones entre tales formas o entre sus partes, es decir los niños son capaces de reproducir formas con greda o plastilina pero no la relacionan entre sí (no ven que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo), para el niño son formas distintas y aisladas; este nivel de razonamiento también se presenta cada vez que se aborda con los estudiantes un concepto nuevo.

NIVEL 2: ANÁLISIS.

Los niños comienzan a ser consientes de que las figuras constan de partes. Propiedades que van siendo comprendidas mediante observaciones efectuadas durante el trabajo practico con medición, dibujo, construcción de modelos, etc. a diferencia del primer nivel donde únicamente se reconocen las formas en objetos del entorno (el rectángulo de las puertas, ventanas, etc.. En el nivel 2 ya identifican que tienen cuatro ángulos rectos que sus diagonales son iguales, sus lados son paralelos e iguales dos a dos, etc. Es decir, un rectángulo es una lista de propiedades que conoce.

En este nivel podemos decir que ya existe un razonamiento matemático pues es el primero en el cual los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar (necesariamente a partir de las observaciones y la manipulación), propiedades que no conocían. Estas propiedades las consideran independientes para cada figura.

NIVEL 3: CLASIFICACIÓN.

En este nivel los niños ya son capaces de reconocer que unas propiedades se deducen de otras (en los cuadriláteros la igualdad de ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados), pueden clasificar las diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades o relaciones conocidas; aún sus razonamientos se siguen apoyando en la manipulación.

Describen una figura de manera formal (no únicamente por listado de propiedades como lo hacían en el nivel 2), comprenden el papel de una definición y los requisitos para considerarla correcta; a pesar de comprender los pasos sucesivos individuales de un razonamiento lógico- formal, los ven todavía de forma aislada, no entienden la estructura de una demostración, ni comprenden la estructura axiomática de la matemática.

NIVEL 4: DEDUCCIÓN FORMAL.

Los jóvenes en este nivel se ocupan del desarrollo deductivo y de la construcción de teorías, culminando en la abstracción completa, desprovista de interpretaciones concretas, ya tienen sentido las

demostraciones y ven la necesidad de estas como único medio para verificar la verdad de una afirmación.

Como se puede observar entre las características de los niveles de razonamiento 1,2 y 3, siempre hay que referirse a habilidades de los estudiantes que están empezando a adquirir, de las que todavía no son conciente.

En el nivel 1 no se reconocen las partes de las figuras, en el nivel 2 no se reconoce la existencia de las relaciones de implicación entre propiedades de la figura, en el nivel 3 no se reconoce la existencia de conexiones o encadenamiento entre distintas implicaciones para construir demostraciones formales. Cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior, lo que no permite comenzar un nivel de razonamiento sin antes haber llegado a la perfección del nivel antecesor. Se puede resumir en el principio básico del modelo de los Van Hiele "no es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber alcanzado el nivel inferior".

NIVEL 5: RIGOR.

Es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo, los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas[11].

Las investigaciones de Van Hiele y los sicólogos Soviéticos muestran que el paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad. Muchos adultos se encuentran en un nivel 1, por que no han tenido oportunidad de enfrentarse con experiencias que les ayuden a pasar al nivel 2, sin embargo algunos estudios, han mostrado que la población estudiantil media no alcanza los dos últimos niveles, especialmente el de rigor, pues exige un nivel de calificación matemático elevado, y que no hay mucha diferencia entre estos dos niveles[12].

---

[11] MEN. Matemáticas – Lineamientos Curriculares. Santa fé de Bogotá. 1998. Pág 59.
[12] BARÓN, Cecilia. OTERO, Mercedes. Matemáticas Escolares Asistidas por Computador. Universidad francisco José de Caldas

En el anexo B, pueden verse los niveles de razonamiento, según Alan Hoffer.

2.3 BASES CONCEPTUALES.

Pretendiendo dar cuenta del problema "*Espacios de dificultad asociados a la comprensión del concepto de área que manifiestan los estudiantes de 9°*", se considera fundamental en esta propuesta el posibilitar en el individuo la construcción de conceptos, en nuestro caso el de área; a partir de involucrarlo en actividades (de tipo individuales y grupales), en las que el concepto aparece inmerso y por cuyo abordaje los conceptos previos con los que cuenta el estudiante son necesarios.

Se busca involucrar al alumno en actividades en las que el trabajo con las propiedades de área impulse la comprensión del concepto como la cantidad de superficie contenida en una poligonal cerrada.

Estas propiedades de área, con las que se trata de identificar al estudiante son conservación, aditividad y transitividad.

- Conservación: la noción de conservación se refiere a la invarianza de ciertas cualidades de los objetos en relación con su medida. Por ejemplo, la superficie de una lamina no cambia si se le traslada o se hace guiar. El estudiante al lograr comprende estos sucesos, reconoce la existencia de la propiedad de conservación.
  En otras palabras, d*adas dos superficies* S_1 y S_2 se dice que estas conservan su área si y solo sí S_1 esta totalmente contenida en S_2 y S_2 esta totalmente contenida en S_1.

- Aditividad: pensar en aditividad implica el pensar en la unión de ciertas cantidades. El estudiante, por ejemplo, estará desarrollando esta noción en la medida en que para hallar un todo sea capaz de reunir sus partes.
  "la suma de las partes es un todo". Dadas tres superficies S_1, S_2 y S_3 se dice que $S_1 + S_2 = S_3$ si y solo sí $S_1 \cup S_2 \subseteq S_3$.

- Transitividad: *"Dos cosas iguales a una tercera, son iguales entre si".* Si el niño asume esta posición puede decirse que reconoce (aunque tal vez no de manera formal) que dados tres superficies S_1, S_2 y S_3 si $S_1 \cong S_2$ y $S_2 \cong S_3$ entonces $S_1 \cong S_3$.

Cualquiera que sea la situación de medida toda utilización de un instrumento que este provisto de significado descansa en la noción de transitividad.

La interiorización de propiedades, según investigaciones realizadas (como la de Piaget, Labinowicz), son fundamentales para la comprensión de la noción de área.

Se consideran relevantes además, para lograr esta interiorización, las consideraciones de Del Olmo[13], quien asume que para determinar "la cantidad de superficie" (eje central de las propiedades), es necesario que:

- Se perciba la cualidad que se va a medir.
- Se comparen los objetos respecto de esa cualidad, mediante los términos relacionales más que, menos que y tanto como.
- Se realice la medición eligiendo una unidad de medida que se reitera sobre el objeto a medir para asignar el número de veces que se ha iterado.
- Finalmente, el proceso termina con la estimación de la medida de objetos para los cuales la medición directa resulta complicada.

En atención a que, como lo reconoce Gómez Mackert, la comprensión es un proceso a largo plazo en el que, para que el individuo logre penetrar en aspectos de lo real, captar lo esencial y demostrar tal interiorización al por ejemplo ser capaz de manifestarlo a otros con sus palabras o a través de actos en el que se requiere su uso, se necesita tanto de la colaboración del docente como de la interacción con semejantes.

---

[13] Del Olmo, Maria; Superficie y Volumen ¿Algo más que trabajo con fórmulas?, Madrid 1989, p: 38

La actividad del docente durante todo el proceso de comprensión, esta orientada a la generación de conflictos cognitivos en el estudiante, los cuales produzcan estados de desequilibrios en él, y al tratar de compensar dichos desequilibrios se produzca el aprendizaje.

Es primordial además, en este proceso de comprensión del concepto de área, la actividad cognitiva, de tipo individual que debe realizar el estudiante en pro de captar lo esencial de las situaciones y a partir de la cual construir interpretaciones que al ser compartidas a nivel grupal pueden ser ampliadas, complementadas o desechadas.

Debido a lo anterior, se tiene muy en cuenta las ideas de Vigotsky en lo referente a la "zona del desarrollo próximo", por lo que se adelantan muchas actividades de tipo grupal, buscando con ello que el intercambio entre compañeros, que poseen diferentes niveles de conocimiento, provoquen modificación de los esquemas y acabe produciendo el proceso sistemático llamado *aprendizaje,* por medio del cual se adquiere, asimila, trasfiere, transforma y origina nuevos conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes para lograr una formación en el campo intelectual, afectivo o sicomotor.

2.4 MARCO LEGAL

La propuesta que se plantea se sustenta en los referentes legales de la ley 115 del 8 de febrero de 1994 y sus decretos reglamentarios:

ARTICULO 5º, Fines de la educación. De conformidad con el articulo 67 de la constitución política de Colombia la educación se desarrolla atendiendo a los siguientes fines. Para lo cual se consideran taxativamente los siguientes numerales:

5º. La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos, estéticos mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

9º. El desarrollo de la capacidad critica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientando con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país

ARTICULO 20º, Objetivos generales de l a educación básica, para el cual se considera el numeral:
A. Propiciar una formación general mediante el acceso de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo.

ARTICULO 22º, Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de educación secundaria, para lo cual se tienen en cuenta los literales:

C. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y de la vida cotidiana.

F. La comprensión de la dimensión practica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

N. La utilización con sentido critico de los distintos contenidos y formas de información y la búsqueda de nuevos conocimientos con su propio esfuerzo.

ARTICULO 23, Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el proyecto educativo institucional.

Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenden un mínimo del 80% del plan de estudios con 8º: matemáticas, en la cual se incluye la geometría.

Por ser este trabajo, una propuesta pedagógica para la comprensión de las propiedades de áreas de figuras geométricas planas regulares, el artículo 36 del Decreto 1860 de 1994 contempla los proyectos pedagógicos. Se entiende taxativamente como:

" Actividad dentro del plan de estudio que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno. Cumple la función de correlacionar, integrar y hacer activos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores logrados en el desarrollo de diversas áreas, así como de la experiencia acumulada" [14]

La resolución 2343 de junio 5 de 1996, por "el cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio publico educativo". Los indicadores ad hoc::

Reconoce características de sólido, figuras planas y líneas, los utiliza en su vida cotidiana en trabajos prácticos como mediciones, elaboración de dibujos y construcción de modelos.

Formula, argumenta y pone a prueba hipótesis, las modifica o descarta y reconoce las condiciones necesarias para que una propiedad matemática se cumpla; aplica estos procedimientos en la formulación, análisis y resolución de problemas.

Construye modelos geométricos, esquemas, planos y maquetas utilizando escalas, instrumentos y técnicas apropiadas y visualiza, interpreta y efectúa representaciones gráficas de objetos tridimensionales en el plano.

[14] MEN. Decreto Reglamentario 1860, 8 de febrero de 1994. Pág. 76-

Visualiza, reconoce y efectúa transformaciones de polígonos en el plano y las utiliza para establecer congruencias, semejanzas y simetría entre figuras.

Organiza y maneja información a través de símbolos, gráficos, cuadros, tablas, diagramas, estadística.

3. MARCO HISTÓRICO.

El origen de la Geometría, esta ligado muy profundamente a la aparición de las matemáticas en la historia, hablar de su origen exacto, sería hacer conjeturas muy arriesgadas a cerca de ello, debido a que antes de comunicarse por medio del arte y la escritura (evidenciar preliminares), los primeros hombres, utilizaban la Geometría o sus nociones para llegar a formas geométricas extrayéndolas de la observación continua de la naturaleza[15].

Algunos sabios como EUDEMO DE RODAS, han atribuido a los Egipcios el descubrimiento de la Geometría, ya que, después de las periódicas y fecundas inundaciones del Nilo, las aguas que invadían los campos borraban todos los límites de sus tierras. Cuando las aguas se retiraban, los geómetras se apresuraban a plantar estacas, a extender cuerdas graduadas y a hacer cálculos de modo que cada agricultor volviera a tomar posesión de su campo lo antes posible[16].

Si es cierto que los egipcios determinaban el área del rectángulo multiplicando, es evidente que debían conocer también la manera de hallar el área de otras figuras y en particular la del triángulo.

Es de suponer además, que la medida de una superficie se determinaba descomponiendo ésta en polígonos de los cuales se supiera calcular el área y que la subdivisión en triángulos y rectángulos eran suficientes para resolver el problema.

Los egipcios se ocuparon también de la geometría del círculo, probablemente planteándose primero problemas relacionados con ruedas y más tarde proyectando y realizando construcciones de forma circular. Auque no se sabe con certeza de qué modo llegaron a este resultado, se tienen pruebas de que

---

[15] WWW.Geometría euclidea.com
[16] INGLES, Marta y Otros. Consultor Temático. Ediciones Grijalbo S.A., Aragó, 385, Barcelona, P. 18 – 19.

calculaban el área del círculo considerándolo equivalente (equivalente en el sentido de que tenían la misma área) al cuadrado construido sobre 8/9 del diámetro.

En la civilización mesopotámica, también se hallaron nociones de geometría. Hay quienes afirman que esta civilización conocía el Teorema de Pitágoras aplicado a problemas particulares de cálculo de áreas, aunque no obviamente, como principio general.

En el mismo periodo en que se desarrollaban las civilizaciones de Egipto y mesopotamia, en distintas regiones del mundo, otros pueblos construían también su historia.

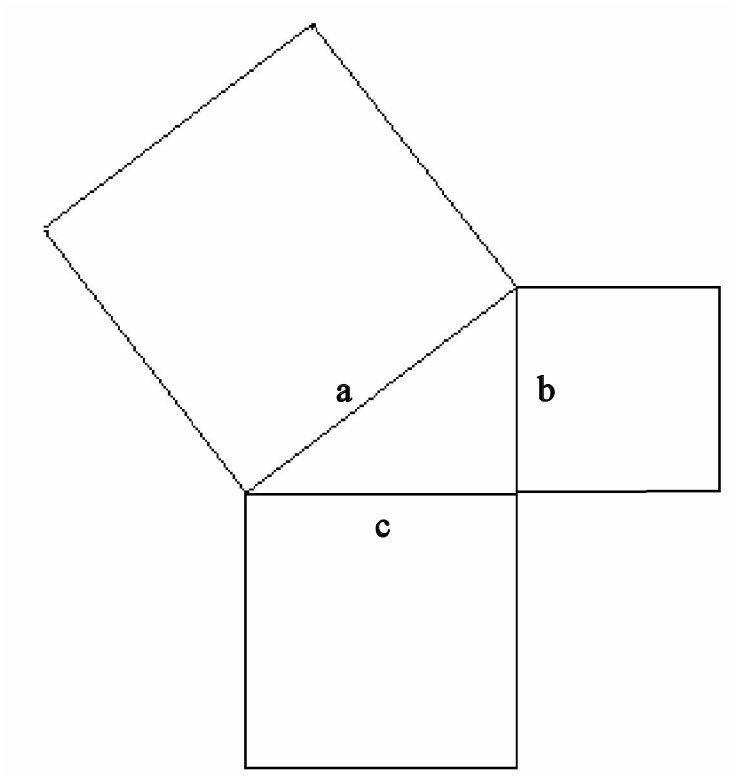
Con el transcurrir del tiempo, la geometría fue ampliando su campo de estudio apareciendo con ello la abstracción y sistematización de las informaciones y nociones comunes, se mejoraron los métodos de demostraciones geométricas, además se amplió el número de magnitudes medibles.

Las nociones comunes son para Euclides (autor de los elementos) proposiciones válidas para la geometría y también más en general: “cosas iguales a una misma son iguales también entre sí”, “el todo es mayor que sus partes”.

Es evidente que la palabra “igual” debe ser entendida en sentido general, pudiéndose referir, por ejemplo, a igualdad de superficies y no igualdad de formas.

Después de esta introducción, en el libro I Euclides expone la teoría de la igualdad de los triángulos (los “criterios” de igualdad), la teoría de las paralelas, el estudio de los paralelogramos, la equivalencia de polígonos, en el sentido de estudiar la igualdad de las áreas de polígonos distintos; y a partir de aquí da una original demostración del Teorema de Pitágoras, según el cual la suma de las áreas de dos

figuras semejantes construidas sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área de una figura, semejante a las dos primeras, construida sobre la hipotenusa. (Ver figura).



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Año tras año, la geometría fue tomando más rigor, llegando a ser lo que es en nuestros días.

4. MARCO METODOLÓGICO.

4.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta propuesta está orientada por el paradigma de investigación cualitativa , debido a que:

- El conocimiento es creación compartida a partir de la interacción de el investigador y el investigado.

- La validación de las conclusiones se hace a través del diálogo, la interacción y la vivencia.

- La conceptualización de la realidad humana es objeto de conocimiento.

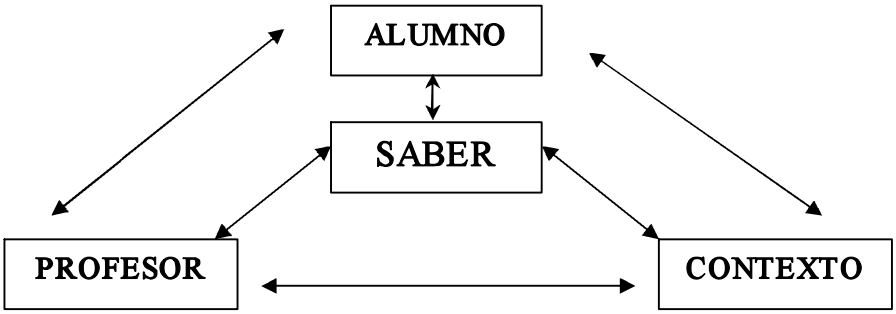
Y obedece al tipo descriptivo, puesto que pretende valorar las acciones que los estudiantes realizan a nivel de aula, tanto individual como en forma grupal, en el proceso de construcción del conocimiento, en este caso el concepto de área por medio del trabajo con sus propiedades, a través de juicios valorativos sobre los alcances o dificultades encontradas en los mismos, durante el desarrollo de la propuesta; atendiendo de esta forma a lo sostenido por R. Hernández Sampieri (1999, 60):

"Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis (Dankkhe, 1986), miden o evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar"[17]

[17] HERNÁNDEZ, Sampieri, Roberto y Otros, Metodología de la Investigación. 2° Edición , Santa fé de Bogotá, Megraw Hill 1998. p 60.

4.2 METODOLOGÍA

Para el desarrollo y aplicación de la propuesta se enfatiza en modos de trabajo en el aula **activo – participativos**, que posibiliten la comprensión del concepto de área a través de las propiedades de áreas de figuras geométricas planas no irregulares en el grado 9° B, jornada matinal Colegio Departamental Antonio Lenis de Sincelejo: Teniendo en cuenta las relaciones:



que se establecen en el aula durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En esta propuesta el alumno juega un papel fundamental en la construcción de su conocimiento, mediante la actividad intelectual que realiza (resultado del enfrentamiento a situaciones novedosas y perturbadoras), a partir de la experiencia previa (vivido o cognitiva) que posee, y del intercambio entre compañeros que tienen diferentes niveles de conocimiento.

Al igual, el docente en el aula, es el encargado de proporcionar a los estudiantes las situaciones didácticas significativas que les permitan utilizar sus conocimientos y experiencias previas.

La propuesta recoge aspectos esenciales de los roles que según principios constructivistas cumplen alumnos y docentes, y que se esboza en la siguiente tabla:

ALUMNO	DOCENTE
➢ Requiere de experiencias novedosas para conocer.	➢ Ofrece situaciones interesantes en las circunstancias que se presentan.
➢ Aprende intencionalmente, hay determinación por resolver situaciones novedosas.	➢ Anima y guía discusiones de sus alumnos, que conllevan a alcanzar metas cognitivas.
➢ Aprende a partir de sus conocimientos previos.	➢ Aclara ideas, afirma conceptos, formaliza conocimientos.
➢ Valora su propio aprendizaje y lo comparte.	➢ Presenta una serie de contextos que permiten ampliar el campo de significados.

La propuesta de aula se sustente en 13 actividades que se dividen en: Actividades Exploratorias, Actividades de Laboratorio y de Auto aprendizaje, que atienden a los niveles de razonamiento propuestos por Van Hiele (Ver descripción: Bases Epistemológicas), Cada una de las cuales se explicitan a continuación:

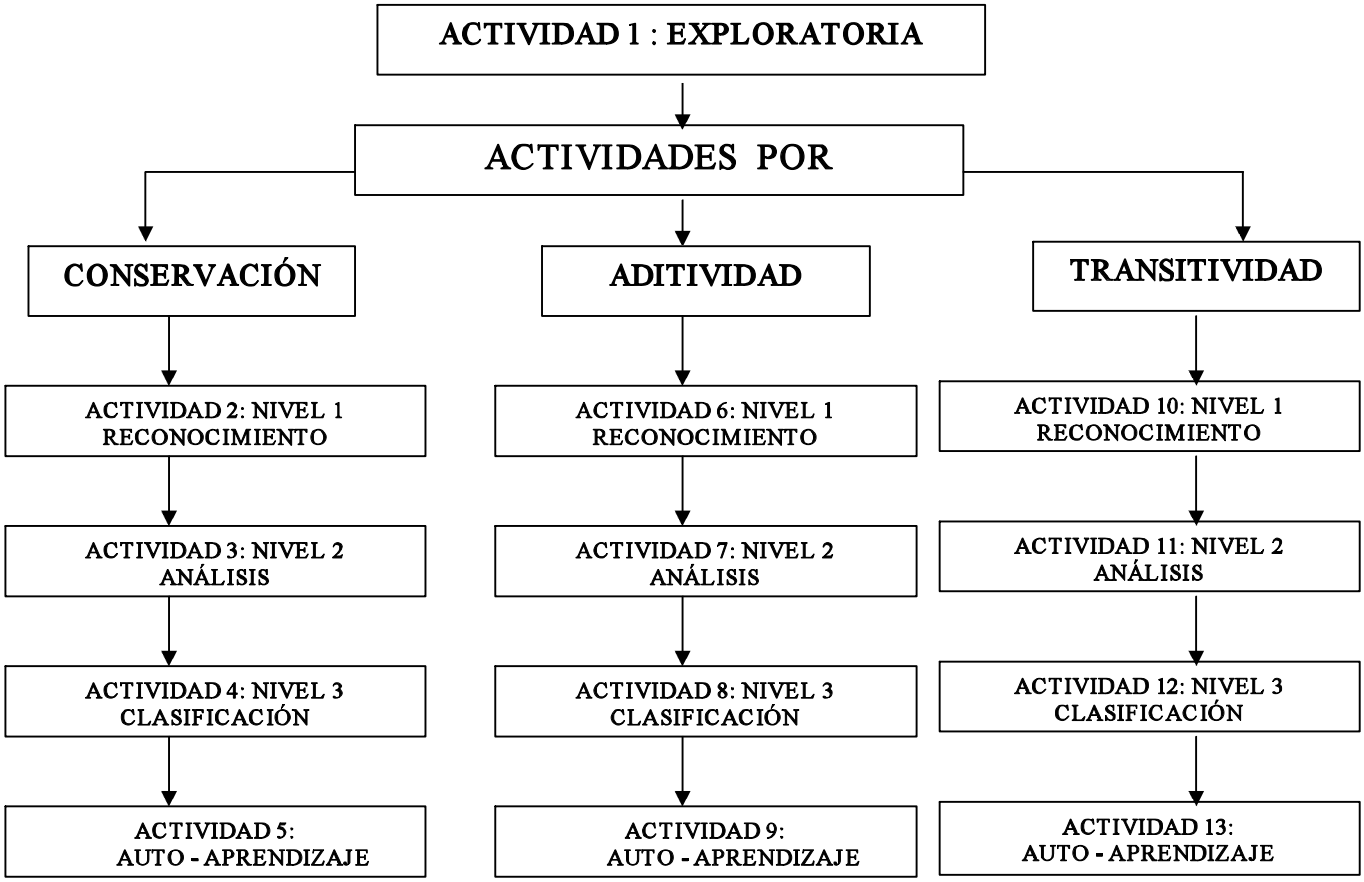
- **ACTIVIDAD EXPLORATORIA**: Consta de cinco (5) itemes, donde se trabajan las tres propiedades (Conservación, aditividad y transitividad de áreas), pretenden indagar sobre la comprensión del concepto de área y elementos relacionados con esta. Utilizando para ello la observación de procesos como Visualización, Análisis y abstracción que el estudiante realiza de figuras y situaciones presentadas para lograr las deducciones y raciocinio puros (respuestas y argumentos correctos) Esta prueba es de carácter individual.

- **ACTIVIDADES DE LABORATORIO**: Se diseñaron nueve (9) actividades de Laboratorio, tres (3) por cada propiedad y una (1) por cada nivel de razonamiento, estas a su vez se subdiven en laboratorios de construcción (de herramientas didactizables como el Tangran y el geoplano) y laboratorios de aplicación. Tienen como finalidad crear y utilizar herramientas que conllevan a la solución y comprensión de cada propiedad. Estas actividades son de tipo grupal.

- **ACTIVIDADES DE AUTO – APRENDIZAJE**: A esta clase pertenecen tres (3) actividades, de las cuales una corresponde a cada propiedad, abarcan los tres niveles de razonamiento y se definen como guías de auto – instrucción, que tiene como objeto estimular alumno a un aprendizaje por sí mismo. Es de carácter individual.

Finalmente, la evaluación es vista en esta propuesta como una componente más del proceso de aprendizaje, un proceso continuo y formativo; Una oportunidad para que el alumno aprenda y también para que el maestro aprenda sobre sus alumnos, ya que la evaluación busca dar cuenta de lo que los alumnos saben y entienden, cómo lo saben, cómo piensan, cuales son sus conocimientos previos y si estos se modifican a lo largo del trabajo de aula. No necesariamente será individual, se harán evaluaciones de equipo, que favorezcan el trabajo colaborativo y la ayuda mutua.

RESUMEN DE ACTIVIDADES APLICADAS



4.3 POBLACIÓN Y MUESTRA.

La población objeto de estudio, esta compuesta por 482 alumnos del grado noveno (9°) del Colegio Departamental Antonio Lenis de Sincelejo, que se encuentran distribuidos en tres jornadas y cuyas edades oscilan entre los 13 y 15 años.

Se selecciono una muestra de 20 estudiantes, pertenecientes al grado 9B jornada matinal, atendiendo criterios de dificultad en la conceptualización de área y propiedades de esta, que se observaron en la prueba exploratoria aplicada.

4.4 TÉCNICAS.

En el trabajo se privilegia la observación directa de aspectos tales como:

- Actitud frente a los talleres
- Procesos de comunicación a nivel de aula
- Producción en los talleres
- Conclusiones a que llegan

Algunos de los indicadores de estas variables son:

- La disposición al trabajo de aula
- Participación
- Producción oral
- Producción escrita
- Interacción grupal, entre otros.

4.5 INSTRUMENTOS

Los instrumentos que hacen posible la recolección de la información son descritos a continuación:

- **Prueba Exploratoria**: (Anexo C), con el propósito de captar o diagnosticar las deficiencias y fortalezas de los estudiantes en torno al tema de áreas.

- **Laboratorio 1**: (Anexo D) , en donde se construye y utiliza el Tangram, para iniciar el reconocimiento de la propiedad de conservación.

- **Laboratorio 2**: (Anexo E), para el análisis de la conservación de área, a través del recorte y superposición de figuras elaboradas con el Tangram.

- **Laboratorio 3**: (Anexo F), en él, se clasifican las figuras que conservan el área.

- **Auto- Aprendizaje 1**: (Anexo G), con el propósito de observar la comprensión lograda de la propiedad de conservación de áreas.

- **Laboratorio 4**: (Anexo H), en donde se construye y utiliza el geoplano, para iniciar el reconocimiento de la aditividad.

- **Laboratorio 5**: (Anexo I), para el análisis de la aditividad de área, se hace uso de la fórmula de Pick.

- **Laboratorio 6**: (Anexo J), en él, se trabaja el álgebra geométrica, con el fin de facilitar el alcance del nivel de clasificación en la propiedad de aditividad.

- **Auto – Aprendizaje 2**: (Anexo K), para determinar la consecución de la comprensión de aditividad. Se utiliza como base el teorema de Pitágoras.

- **Laboratorio 7**: (Anexo L), a través de él se pretende inducir al estudiante en la búsqueda de relaciones, de forma transitiva, entre las figuras.

- **Laboratorio 8**: (Anexo M), se hace énfasis en los términos relacionales mayor que, menor que, tanto como; buscando establecer relaciones entre las áreas de las diferentes figuras formadas.

- **Laboratorio 9**: (Anexo N), se utiliza el geoplano para clasificar figuras geométricas planas de acuerdo a la cantidad de superficie contenida en ellas.

- **Auto – Aprendizaje 3**: (Anexo Ñ), en él se pretende observar qué tanto comprendieron los estudiantes la propiedad de transitividad de área.

- **Diario de campo**: (Anexo O), o memoria de actividades, en la cual se recogen de las actividades que realizan, las opiniones, ideas, criterios y conclusiones. Llevado muchas veces por el estudiante y otras por el docente.

- **Grabación VHS**: a través de ella se tiene a disposición las actitudes, criterios y conclusiones a las que llegan los estudiantes en una de las actividades.

5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

En este aparte, se pretende describir, de manera general y atendiendo los indicadores establecidos (parte 4,4 del trabajo), procesos que se dieron a nivel de aula, con la aplicación de la propuesta.

A continuación exponemos aspectos, que se vivieron y que consideramos de mayor relevancia.

5.1 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE ACTIVIDADES GRUPALES

De manera general podemos decir que las actividades aplicadas fueron del agrado de los estudiantes, quienes mostraron una disposición permanente al trabajo de aula.

El interés de los estudiantes se reflejó en preguntas constantes, como: ¿Qué se hará?, ¿Cuándo trabajamos?, ¿Qué se necesita?; que disminuían con el transcurrir del proceso.

La aplicación del primer laboratorio (propiedad, conservación, nivel de reconocimiento), fue para los estudiantes, el inicio de un juego, la construcción del tamgram simbolizó ante todo, el crear un nuevo juguete; inicialmente no se realizaron preguntas sobre la utilidad, el diseño o la aplicación de este rompecabezas geométrico.

Más sin embargo, los profesores hicieron la respectiva presentación del material y le dieron a conocer su utilidad y aplicabilidad.

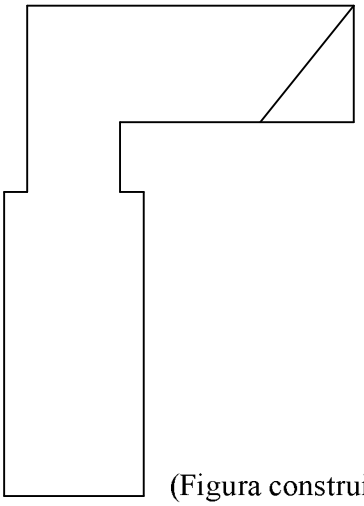
Al proponerles realizar figuras determinadas con todas las piezas del tangram, cada grupo trataba de elaborarlas en el menor tiempo para adelantarse a sus compañeros, pero no le daban mayor importancia a las figuras.

Se le preguntó a los estudiantes sobre la superficie de las figuras formadas ¿Cubren la misma superficie las figuras formadas?, lo cual generó discusiones dentro de los grupos; algunos estudiantes afirmaban que no la cubrían porque habían partes que sobraban, mientras que otros en cambio, valiéndose de dibujos y croquis de las figuras sustentaban que sí, ya que estaban hechas con las mismas 7 piezas y que si cortaban las partes que sobraban se llenaban los espacios faltantes.

Los profesores propusieron entonces que cada grupo se identificara con un criterio y determinara un representante que expusiera a la clase la idea del grupo y la sustentara.

Tres de los grupos afirmaron que si cubrían la misma superficie y uno de ellos, recortando croquis elaborados con las piezas del Tangram, mostraban a sus compañeros como las partes vacías podían ser llenas con las sobrantes.

Los profesores preguntaron si siempre podían hacer coincidir las figuras, ¿Qué sucedería si nos presentan una figura como esta?



(Figura construida con las siete (7) piezas del Tangram.)

¿Será que esta cubre la misma superficie?

Los grupos permanecieron aproximadamente ½ minuto callados, hasta que uno de los compañeros irrumpió alegando : "por supuesto que la cubre, ¿No se dan cuenta que son las mismas siete (7) piezas?" ($E_{2.1}$)*

* Hace referencia al estudiante 1 del grupo 2

Y otro de los compañeros mostró como a través del recorte se formaba también el cuadrado.

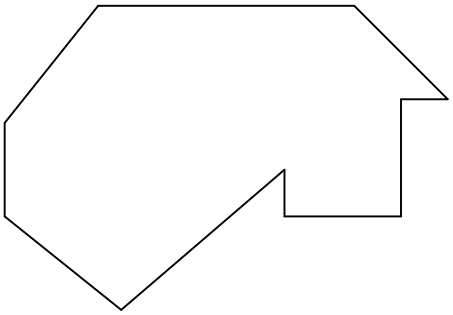
Se concluyó que “si la figura está formada por las mismas piezas, tiene la misma superficie”

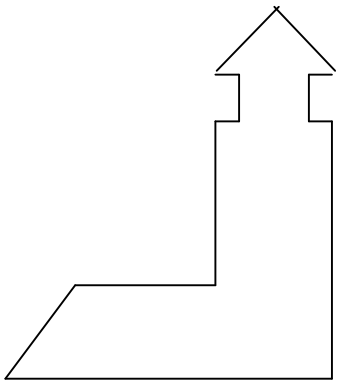
La transformación de figuras por movimiento de piezas no revistió mayor importancia para ellos, lograban fácilmente la transformación y determinaban la relación de sus superficies.

Los laboratorios 2 y 3 fueron realizados con mayor facilidad por los estudiantes, debido a las conclusiones de la actividad anterior.

Las discusiones internas en el grupo estuvieron mermadas por el procedimiento, solo dos o tres estudiantes sobresalientes se involucraron de lleno en el proceso; primando, aún así, la tendencia a la aprobación del profesor, observada con preguntas como, ¿Voy bien?, ¿Esta es la figura?, ¿Es así?

Un momento importante en estos laboratorios se vivenció al pedirles que construyeran con todas las piezas del Tangram una figura que no cubriera la misma superficie que las ya elaboradas (realizadas también con las 7 piezas). Algunos estudiantes presentaron figuras como:





Al preguntarle por qué no cubrían la misma superficie, sustentaron que las puntas de esta figura no podían reubicarse en ningún lugar.

Los compañeros de grupo y otros grupos cercanos explicaron a estos, que cubrían la misma superficie porque eran las mismas 7 piezas.

"Solo pueden no cubrir la misma superficie si se utilizan menos piezas"

Fueron ellos quienes finalmente obtuvieron un cuadrado (figura utilizada por los estudiantes para observar si cubrían la misma superficie) con las figuras hechas y aceptaron lo antes expuesto.

El geoplano, herramienta didactizable, con la cual se abordó la propiedad de aditividad, fue causante de múltiples preguntas desde el momento que se presentó a la clase, ¿Qué es?, ¿Por qué tantas puntillas?, ¿Qué vamos a hacer con él?, ¿Para qué sirve? Situación que llevó a los profesores a la presentación formal de esta herramienta.

Durante la construcción del geoplano (laboratorio No. 4), los grupos trabajaron uniformemente, teniendo como mayor dificultad la ubicación de las puntillas en la maya, algunas se doblaron y otras quedaban mal ubicadas.

Aún así, el trabajo resultó gratificante, la construcción de figuras en el geoplano fue bastante motivante: lo inicial fue hallar la superficie cubierta por cada cuadro del geoplano, a lo que los estudiantes respondieron: 1 cm^2.

Resultó de gran ayuda para muchos el conocer esta medida, puesto que al preguntarles por la superficie cubierta por el cuadrado de 5 puntillas de lado, estos contaron los cuadritos que se encontraban dentro de la figura y dedujeron fácilmente que la superficie era 16 cm^2.

Al construir los rectángulos de lados adyacentes, muchos grupos tuvieron dificultades, puesto que no reconocían el significado de adyacente, la intervención del profesor aclaró las dudas al respecto.

En el momento de hallar la superficie cubierta por estos rectángulos, se produjeron ciertas discusiones a nivel de grupo, entre algunos estudiantes que hallaron el área utilizando la formula: A = b x h y otros que proponían hallarla contando los cuadros internos; en ambos casos el resultado era el mismo.

Tratando de saber cuál tenía la razón, preguntaron al profesor; quien a su vez respondió: ¿Es correcto el procedimiento seguido por $E_{2.5}$?, ¿Es correcto el procedimiento seguido por $E_{2.3}$?, ¿Las respuestas fueron iguales?, ¿Qué sucedió entonces?

Alegaron entonces que ambos procedimientos eran buenos, la diferencia consistía en el grado de facilidad para trabajarlos.

En su mayoría los estudiantes optaron por contar los cuadritos, cuando al enfrentarse al punto 5 de este laboratorio, no encontraron formulas para hallar la superficie cubierta por la casa.

Algunos grupos manifestaron (evidencias del diario de campo) conclusiones como:

- Para hallar la superficie cubierta por cada figura, se cuentan los cuadros que esta contiene (G_2).

- En un triángulo se unen los cuadros que están medios y luego se cuentan completos (G_4).

- Cuando son figuras compuestas se halla la superficie cubierta por cada una y el área será la suma de estos dos (G_5).

El laboratorio 5 (deducción de la formula de pick), resultó un poco más tedioso, debido a que los estudiantes no tenían ánimos para trabajar y demandaba un gran esfuerzo el contar puntos, observar figuras y deducir formulas; algunos afirmaban que las figuras descritas tenían muchos cuadritos mochos.

Más sin embargo, al final, llenaron correctamente las tablas y con facilidad dedujeron que el área del polígono estaría descrita por :

$D/2 + j - 1$, donde D es el número de clavos que delimitan las figuras y j el número de puntos interiores. Fueron muchas las coincidencias entre los grupos durante esta actividad (en especial las tablas).

El álgebra geométrica, tema del laboratorio No. 6, llamó la atención a un grupo de estudiantes quienes afirmaron que habían trabajado este tema en 8º, pero no lo entendieron muy bien, en aquel entonces.

Una de las mayores dificultades de esta actividad, fue la de representar expresiones como X e Y en el geoplano, pues muchos se limitaban a observar cantidades numéricas.

Solo dos grupos desarrollaron correctamente este taller, la dificultad de representar expresiones algebraicas no les permitía a los otros grupos el hallar superficie o determinar dimensiones.

Los profesores trabajaron más a fondo con estos grupos, pero los resultados no fueron los esperados.

Los grupos que desarrollaron la actividad, expresaron la suma de las superficies como $x^2 + y^2 + 2\,x\,y$; y al unir las figuras encontraron que la superficie de esta se detallaba como: $(x + y)^2$.

Al obtener estos resultados muchos manifestaron "Esto es el cuadrado de un binomio", pero se preguntaban, ¿Cómo podían pedir los profesores expresar las dimensiones de este nuevo rectángulo?, cuando lo que se formaba era un cuadrado.

Se propuso entonces, revisar relaciones entre figuras, criterios y analogías. Fue así que finalmente concluyeron que un cuadrado es una forma especial de rectángulo, donde todos sus lados son iguales.

Una de las conclusiones importantes en los laboratorios sobre aditividad, fue que: "la superficie de la suma de las figuras es igual a la suma de las superficies de cada figura" $E_{4.3}$.

Los últimos laboratorios, de transitividad, no presentaron dificultad para los estudiantes puesto que ya manejaban relaciones entre piezas y algunas figuras, como por ejemplo que los triángulos pequeños del

tangram forman el cuadrado pequeño del mismo, y que el paralelogramo tiene la misma superficie que el cuadrado grande, entre otras.

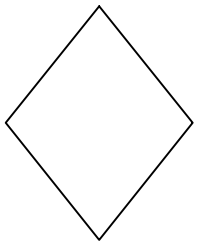
A pesar de que la motivación de los estudiantes en algunos momentos del trabajo, se mostró escasa, la participación de estos fue bastante activa y las interacciones a nivel grupal, fructíferas, por lo que las actividades grupales fueron de mucho provecho para este trabajo.

En síntesis puede decirse que la realización de los laboratorios, fue logrando porcentualmente la conceptualización de área y el reconocimiento de las propiedades (las cuales no habían trabajado).

5.2 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE ACTIVIDADES INDIVIDUALES

Al aplicar la primera actividad de auto – aprendizaje (Anexo G) los estudiantes mostraron plena disposición a pesar de ser un trabajo individual. En el diario de campo sostuvieron que se debía a los problemas que se enfrentaban y las figuras que encontraban.

Durante su desarrollo, llamó la atención un estudiantes ($E_{1.1}$), quien al pedirle que rearreglara el jardín de una mansión, cuya forma era cuadrada, no utilizó el tangram, sino que dibujó la siguiente figura :



Uno de los profesores le preguntó:
¿Qué clase de figura es esta?
El estudiante no supo responder.
¿Cómo sabes que se mantiene el espacio de siembra?
Él contestó: porque lo único que hice fue girarlo:

Con la ayuda del profesor, el estudiante dedujo que el rombo es una forma especial del cuadrado.

Culminando la propiedad de conservación e iniciando la de aditividad, algunos estudiantes continuaban construyendo figuras con el tangram, presentaron desde iglesias, edificios hasta conejos y viejitos armados con gran destreza.

En el taller de autoaprendizaje No. 2 (Anexo K) los estudiantes en su mayoría, aunque no con mucha facilidad, demostraron de forma geométrica el teorema de Pitágoras.

El taller de auto – aprendizaje No. 3 se desarrolló satisfactoriamente para afianzar el tema.

5.3 ANÁLISIS DE PRUEBA INICIAL Y FINAL

Al aplicar la prueba exploratoria (actividad No. 1) se encontraron varias deficiencias con respecto al tema de área, dentro de las cuales se encuentran :

- El relacionar la conservación de área con la conservación de la figura.

- Suponer que a mayor altura, mayor área, despreciando el grosor y la forma de la figura.

- Asumir que la figura formada por la unión de otras es la más parecida (en forma) sin importar la superficie contenida.

El trabajo de aula, se tornó en algunas ocasiones bastante tedioso, debido (en gran parte), a concepciones previas –erradas- de los estudiantes.

Aún así, el proceso rindió frutos positivos, que se reflejan en los resultados de la prueba final (la misma exploratoria) aplicada, donde se manifestó que :

- Si la figura está formada por las mismas piezas, no importa el orden en que se ubiquen, la superficie es la misma.

- Las figuras con mayor superficie, siempre contendrán más elementos (iguales todos) que las otras.

- La figura que se obtiene al unir otras dos, no depende de la forma, si no de la superficie contenida.

En conclusión, a medida que se realizaron las actividades (tanto individual como grupales) se fue logrando la conceptualización de área y el reconocimiento de las características generales de las mismas, inicialmente de forma intuitiva hasta llegar a la formalización del tema.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

Con el desarrollo, ejecución y evaluación de esta propuesta "Concepto de área a través del trabajo con sus propiedades en figuras geométricas planas no – irregulares", el grupo de proponentes presenta las siguientes conclusiones:

- Persisten en los estudiantes, las conductas legadas de la metodología tradicional, al manifestar reiteradamente, esa dependencia hacia la aprobación del docente, en la exigencia de la consejería académica (orientación del facilitador).

- Indudablemente, el uso de herramientas didactizables ayudan al estudiante significativamente en el fortalecimiento de procesos como la generalización, la sistematización y la abstracción. En el caso del Geoplano y el Tangram, los estudiantes se motivaron a realizar las actividades y a descubrir cosas nuevas; una de las más llamativas fue la formula de Pick, ya que les pareció muy práctica.

- El nivel de apropiación alcanzado sobre la comprensión del concepto de área a través del trabajo con sus propiedades en figuras geométricas planas no – irregulares, se considero bueno, pues los estudiantes en su mayoría lograron ver la figura como una posible representación de la superficie y ampliaron la capacidad de transformación con las herramientas didactizables, logrando con ello una mejor apropiación de las propiedades de áreas.

- El trabajo en grupo, propiciado durante el desarrollo de los eventos, rinde grandes frutos siempre que se les oriente explícitamente. Además, es una fuente de motivación para el estudiante, debido a que se siente apoyado por otros.

6.2 RECOMENDACIONES

El grupo de exponentes considera pertinente las siguientes recomendaciones :

- Hacer uso de los recursos educativos (Geoplano, Tangram) que el Estado les ha brindado a las instituciones del departamento, de mucha utilidad para el desarrollo del pensamiento espacial y que en nuestra propuesta fueron herramientas educativas indispensables.

- El facilitador debe mantener una actitud horizontal, familiar, expresando en su actuar, la interacción cara a cara y la disponibilidad para monitorear el desarrollo de los aprendientes.

- Se recomienda a los docentes, dedicar más tiempo a la construcción y comprensión de conceptos y no a la transmisión y acumulación de contenidos insignificativos para el estudiante.

- La figura no es objeto de estudio por parte de los estudiantes, por ello consideramos necesario el diseño de actividades que lleven a la figura a ser un elemento de estudio. Si la figura no tiene significado, los análisis que se hagan desde ella pueden ser perdidos.

- Antes de abordar el concepto de área se requiere la identificación de superficies. Este es el punto inicial para facilitar la construcción del concepto de área, sin ello estamos hablando en vano.

- Las actividades escolares deben siempre ser graduadas de acuerdo a los niveles de razonamiento de los estudiantes evitando con ello que estén fuera del alcance de estos.

- El ambiente de clases debe motivar y dar soporte para que los estudiantes desarrollen una buena comunicación. El docente debe crear un ambiente en donde el alumno pueda evaluar, cuestionar y criticar las sugerencias o ideas que presente tanto el maestro como el mismo estudiante y crear en el

alumno conflictos cognitivos a través de la presentación de situaciones problema, formulando preguntas que lleven al niño a dudar de lo que piensa en un determinado momento.

7. BIBLIOGRAFÍA

BARON, Cecilia, Otero mercedes, Matemáticas escolares asistidas por computador, Universidad Francisco José de Caldas.

BOYER, Carl B. Historia de las Matemáticas. Ed. Cast: Alianza , S.A. Madrid 1986, 1992

BUENO, Marta, Aarón Alboukiek, Diccionario enciclopédico LAROUSSE, Santa Fe de Bogota, ediciones Larousse S.A 2000.

DEL OLMO, María. Superficie y volumen. ¿Algo más que trabajo de formulas?, Madrid 1989.

ED, Labinowicz. Introducción a Piaget. Editorial Addison – Wesley Iberoamericana, Eva 1987.

FIALLO Jorge, Cabri geometre en la enseñanza de la geometría, Universidad Industrial de Santander.

HERNÁNDEZ, Sampieri; Roberto y Otros. Metodología de la Investigación. 2ª Edición, Santa Fe de Bogotá, Mc Graw Hill, 1998.

INGLES, Marta y Otros. Consultor Temático. Ediciones Grijalbo S.A. Aragó, Barcelona.

MEJIA, Marco Raúl, especialización en educación personalizada, pedagogía, Santa Fe de Bogotá 1995.

Memorias, segundo encuentro Asociación Colombiana de Matemática Educativa, Valledupar 2000.

Memorias, tercer encuentro Asociación Colombiana de Matemática Educativa, Santa Marta 2001.

Ministerio de Educación Nacional, Ley General de Educación, Cartagena de Indias D.T, diciembre 1994.

Ministerio de Educación Nacional, Lineamientos Curriculares de matemáticas, Santa Fe de Bogotá 1998.

PASTOR Adela Jaime, Gutiérrez Ángel, Analizando las reacciones de los estudiantes en clase de geometría, el modelo de Van Hiele, Universidad de Valencia 1994.

Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, Timss, 1997.

ANEXOS

ANEXO A

El siguiente esquema pretende recoger los elementos esenciales de la Teoría

TEORÍA CONSTRUCTISTA – Jean Piaget.

PROBLEMA OBJETO DE ESTUDIO

¿Cómo conocer al ser humano?
¿Cómo se va construyendo la inteligencia?

OBJETIVO

Tratar de desentrañar los mecanismos mediante los cuales se forma y modifica el conocimiento en los seres humanos.

NÚCLEO (Tesis Epistemológica)

El sujeto construye sus conocimientos a partir de la interacción permanente con el objeto de estudio. El origen de todo conocimiento está en la acción. Sujeto y objeto son indisociables y se construyen mutuamente. No existen ideas innatas. Lo que es innato es la forma de funcionamiento de los individuos en sus intercambios con el medio (la adaptación, la equilibración y la organización).

Para Piaget lo importante es cómo el sujeto construye sus estructuras de conocimiento sobre las diferentes parcelas de la realidad.

¿CÓMO ENFRENTA EL PROBLEMA?

Piaget plantea que la génesis de los conocimientos pueden estudiarse en la historia y en el individuo. Para abordar el problema de estudio construye al tiempo una teoría sicológica y una epistemología.

Afronta el problema del conocimiento desde su génesis utilizando para ello métodos experimentales y apoyado en disciplinas como la biología, la sicología, las matemáticas, la lógica, la física.

Comparte con Kant la existencia de unas estructuras innatas para organizar el conocimiento, buscando explicar cómo se forman.

Desde la perspectiva de la sicología plantea que lo indispensable es estudiar qué ocurre al interior del sujeto cuando intenta conocer la realidad, para lo cual se vale de métodos experimentales (método clínico). Piaget plantea que la labor de una teoría que trate de explicar el desarrollo del conocimiento consiste en construir modelos de lo que ocurre en el interior del sujeto cuando éste conoce. No se preocupa por explicar las condiciones externas que pueden afectar la construcción del conocimiento.

ANEXO B

NIVELES DE RACIONAMIENTO EN TÉRMINOS DE PROPIEDADES DE ÁREAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NO IRREGULARES

NIVEL / HABILIDAD	I. RECONOCIMIENTO	II. ANÁLISIS	III. ORDENAMIENTO
VISUAL	*Reconocer diferentes áreas de figuras. Reconocer información contenida en una figura.*	*Notar las propiedades de un área. Identificar un área como parte de una mayor.*	*Reconocer interrelaciones entre diferentes áreas. Reconocer propiedades comunes de diferentes áreas.*
VERBAL	*Asociar un área correctamente con una figura dada. Interpretar frases que describen áreas.*	*Describir adecuadamente varias propiedades de áreas.*	*Definir área adecuada y concisamente. Formular frases que muestren relaciones entre propiedades de área.*
DIBUJO	*Hacer dibujos de áreas nombrando adecuadamente las propiedades que las relacionan.*	*Traducir información verbal dada en un dibujo. Utilizar las propiedades dadas de un área para dibujarla o construirla.*	*Dadas ciertas áreas ser capaza de utilizar las propiedades para construir otras relaciones con las primeras.*
LÓGICA	*Darse cuenta que hay diferencias y similitudes entre áreas. Comprender la conservación de área.*	*Comprender que se pueden relacionar áreas a través de las propiedades.*	*Comprender las propiedades de una buena definición. Usar las propiedades para determinar si un área está contenida en otra.*
APLICADA	*Identificar propiedades de áreas en objetos físicos.*	*Reconocer propiedades de áreas de objetos físicos. Representar propiedades en un modelo.*	*Comprender las propiedades de área como determinantes de las relaciones entre áreas de figuras geométricas planas no irregulares.*

ANEXO C

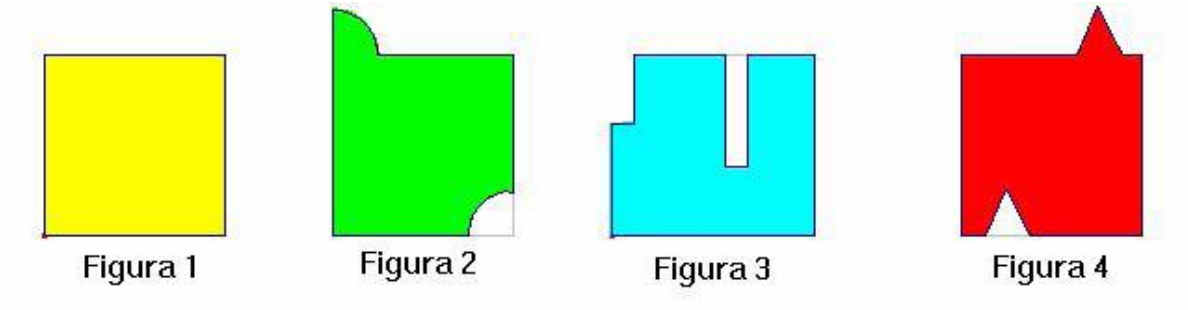
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

NOMBRE:_____
COLEGIO:_____
CURSO:_____ **FECHA:** _____

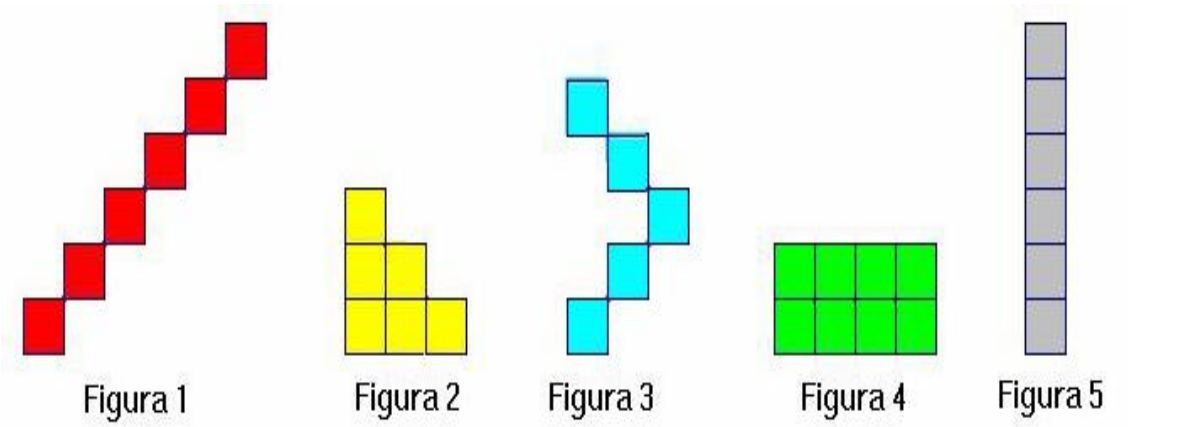
OBJETIVO: indagar por la comprensión del concepto de área, a través de sus propiedades en figuras geométricas planas no irregulares.

SUGERENCIAS: Te agradecemos contestes individualmente después de haber leído en forma detenida cada pregunta.

1. Observa las siguientes figuras detenidamente y determina cuál de ellas tiene más superficie y por qué?



2. Teniendo en cuenta que los cuadritos que forman las figuras son iguales, encierra en un círculo la figura que consideres tiene mayor superficie, explica él por qué de tu escogencia.



3. Se observó que la figura 1 tiene la misma superficie que la figura 2, encuentra tú, una tercera que consideres tenga igual superficie que las anteriores.

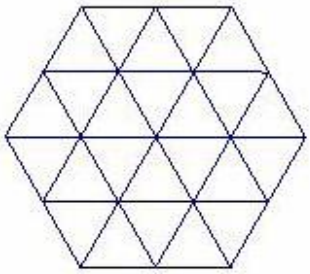


FIGURA 1

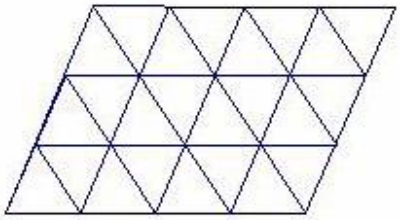


FIGURA 2

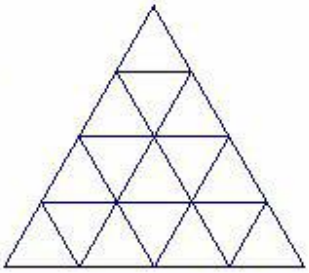


FIGURA A

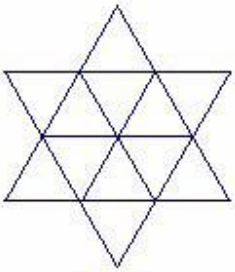


FIGURA B

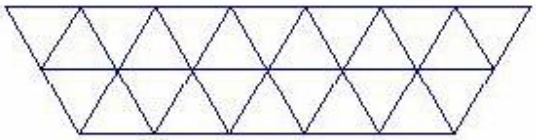


FIGURA C

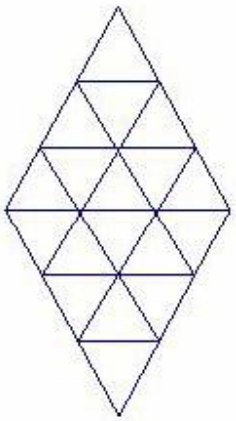


FIGURA D

4. A Juan le fueron entregadas las siguientes figuras:

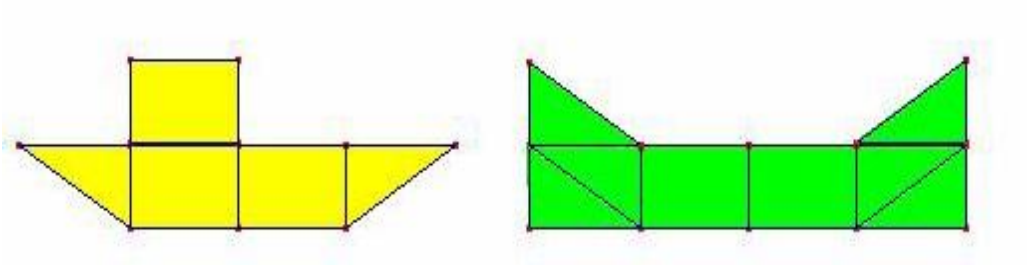


Figura 1 Figura 2

Para que armara una tercera, con superficie igual a la suma de las dos dadas. Entre las siguientes cuál consideras que corresponde a las condiciones pedidas y porqué?

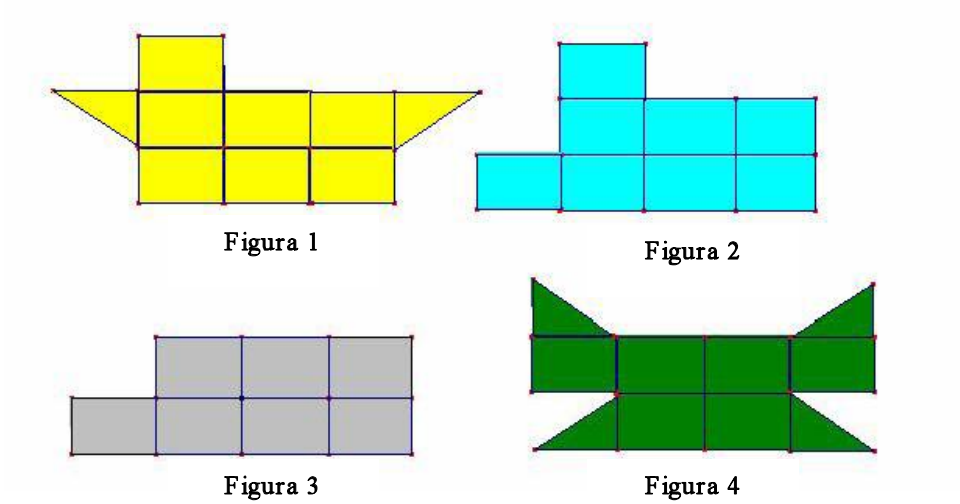


Figura 1 Figura 2

Figura 3 Figura 4

ANEXO D

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

LABORATORIO N° 1

- **OBJETIVOS:**
  - Posibilitar el aprendizaje del concepto de área a través de la construcción de figuras y transformaciones de estas.
  - Transformar unas figuras en otras por movimiento de alguna pieza.
  - Establecer relaciones entre las áreas de las diferentes piezas del Tangram.

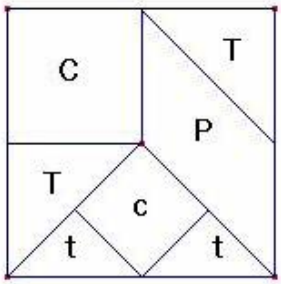
- **ORGANIZACIÓN:** Grupos de 5 personas

- **MATERIALES:** Cuadrado de ___ cm x __ cm (elaborado en fomi, cartulina o plástico), regla, lápiz y tijeras.

- **RESEÑA:** El *Tangram* es un rompecabezas constituido por varias piezas geométricas que juntas forman un cuadrado (un triángulo, un rectángulo, un pentágono) u otras muchas figuras. Así, hay diferentes tipos de *Tangram*, los más usuales son: el cuadrado, el triángular, el rectangular y el pentágonal.

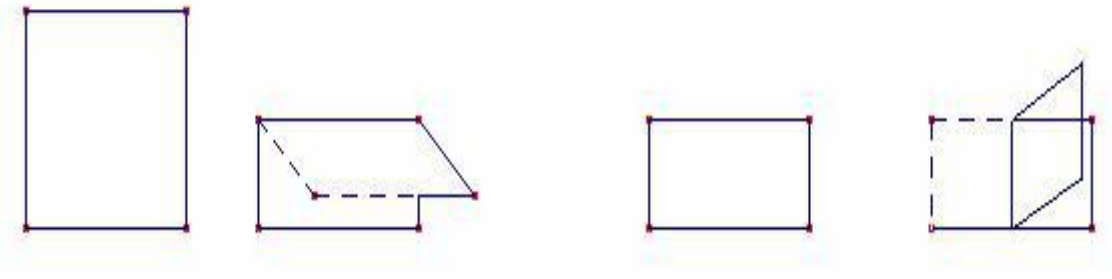
  De los diferentes tipos de *Tangram* que hay vamos a describir uno, daremos un procedimiento para construirlo mediante el plegado y propondremos diferentes actividades con él.

El modelo de *Tangram* que vamos a utilizar está formado por un cuadrado grande (C), un cuadrado pequeño (c), dos triángulos grandes (T), dos triángulos pequeños (t) y un paralelogramo (P).

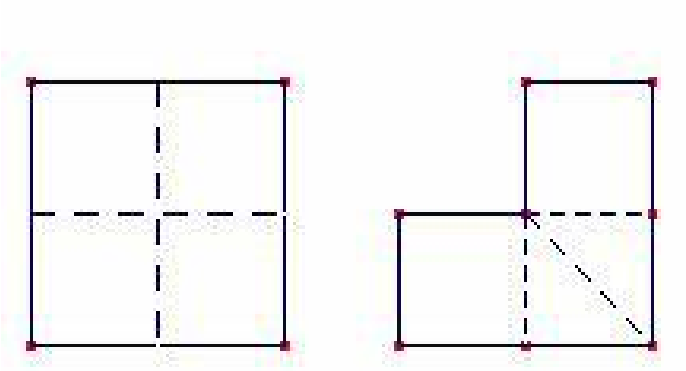


tangram plegado

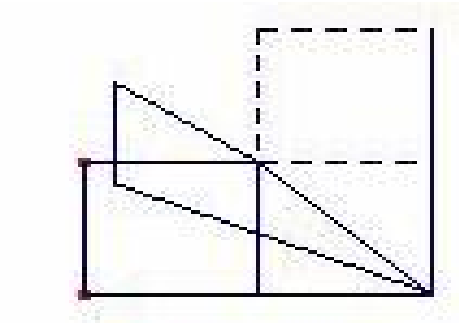
Su construcción mediante el plegado es sencilla. Tómese un cuadrado de papel, dóblese por la mitad y luego nuevamente formando la figura mostrada:



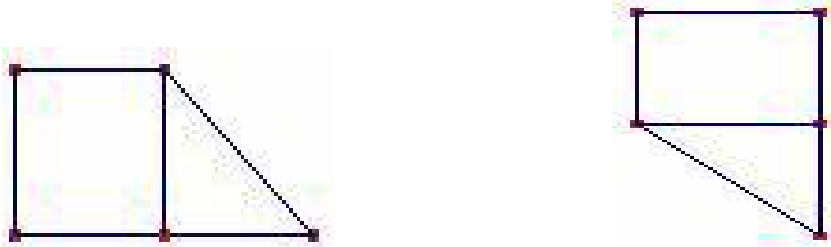
Desdóblese, y ya puede recortarse el cuadrado grande.



Doblamos la figura resultante por su eje de simetría y recortamos por el doblez.

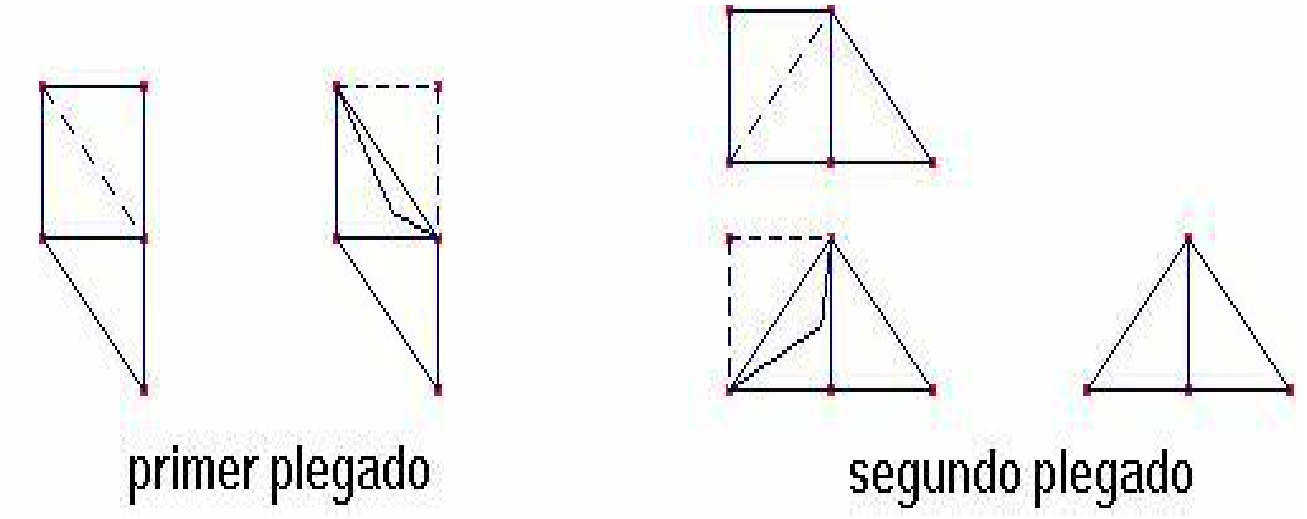


Obteniendo la siguiente figura:

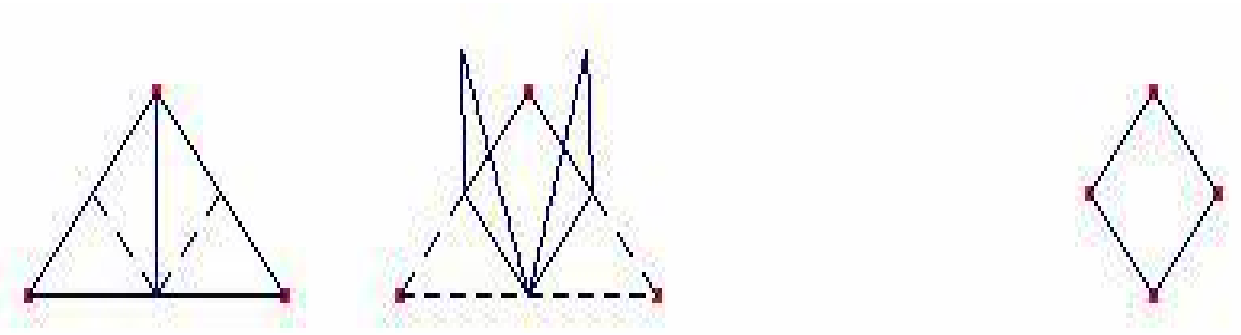


Cada una de las nuevas figuras iguales está formada por un triángulo rectángulo adosado a un cuadrado.

En una de ellas doblamos el cuadrado por su diagonal paralela a la hipotenusa del triángulo que tiene unido y en la otra por la diagonal que es perpendicular a la hipotenusa,

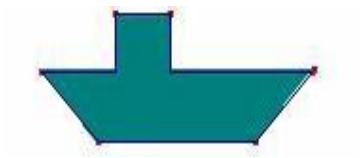


Recortamos por los pliegues y obtenemos del primer plegado un triángulo grande T y el paralelogramo P, y del segundo el otro triángulo grande T y un trozo que está formado por dos triángulos rectángulos unidos por un cateto, doblamos por las alturas trazadas sobre la hipotenusa de cada uno de los dos triángulos y recortamos por estas líneas, obteniendo el cuadrado pequeño c y los dos triángulos pequeños t.



ACTIVIDADES DERIVADAS DEL LABORATORIO N°1

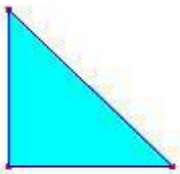
1. Toma el triángulo grande, el paralelogramo y el cuadrado pequeño con ellos forma un barco parecido a este:



2. Con todas las piezas forma:
   a) Un cuadrado
   b) Una casa
   c) Un pentágono

¿Cubren la misma superficie?

3. Construye de diferentes maneras este triángulo usando cuatro piezas.



4. Realiza un hexágono con el cuadrado grande, triángulo grande, 2 triángulos pequeños y el paralelogramo.

5. Transformemos ahora, algunas figuras en otras por movimiento de alguna pieza; primero forma un trapecio isósceles con un cuadrado y dos triángulos luego transfórmalo en:
   a) Un triángulo
   b) Un rectángulo
   c) Un paralelogramo.

   Moviendo sólo una pieza.

   ¿ Cubren la misma superficie cada una de las figuras?

... Con respecto al Tangram:

6. ¿Puede sustituirse el cuadrado pequeño por los dos triángulos pequeños?, ¿El paralelogramo por el cuadrado pequeño y los dos triángulos pequeños?

7. ¿Ocupan la misma superficie 1 cuadrado pequeño y 2 triángulos pequeños?, ¿Pueden construirse con ellas una misma figura?.

8. Que otras figuras pueden armar con el Tangram (en casa); y que relación tienen estas figuras.

ANEXO E

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

LABORATORIO N°2

- **OBJETIVOS**:
  - Establecer relaciones entre las áreas de las diferentes figuras formadas.
  - Comparar áreas y determinar la conservación de estas.

- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas
- **MATERIALES**: Tangram elaborado en clase anterior, cartulina, lápiz, tijeras y regla.
- **INICIACIÓN**: El grupo debe realizar una de las figuras vistas en clase anterior (con todos los elementos del tangram).

1. Recubre con una línea sobre la cartulina la superficie que cubre la figura, denomínala figura 1

2. Forma otra figura con las fichas y haz lo mismo, denomínala figura 2.

3. Realiza con el mismo procedimiento dos figuras más y rodea la superficie cubierta por cada una.

4. Corta todas las figuras dibujadas en la cartulina.

5. Superpone las figuras entre sí, y escoge aquellas que cubren la misma superficie.
   ¿Que obtuviste? ¿Por qué?, ¿Puede de alguna forma lograrse que las figuras no escogidas cubran la misma superficie que las otras? ¿Como?.

6. Si quedaron figuras por fuera de la selección, realiza lo siguiente:

a) Marca en el resto de cartulina el croquis de las figuras.

b) Toma primero uno de los croquis y con las figuras antes recortadas trata de cubrir este espacio, en caso de que sobren partes recórtalas y ubícalas donde falten.
Haz lo mismo con las otras figuras y con cada croquis.
¿Que obtuviste ahora?, ¿Cubren el mismo espacio?

7. Construye con todas las piezas del tangram una figura que no cubra la misma superficie que las anteriores.

ANEXO F

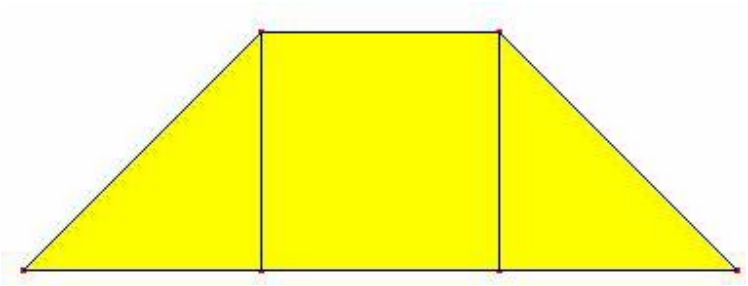
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

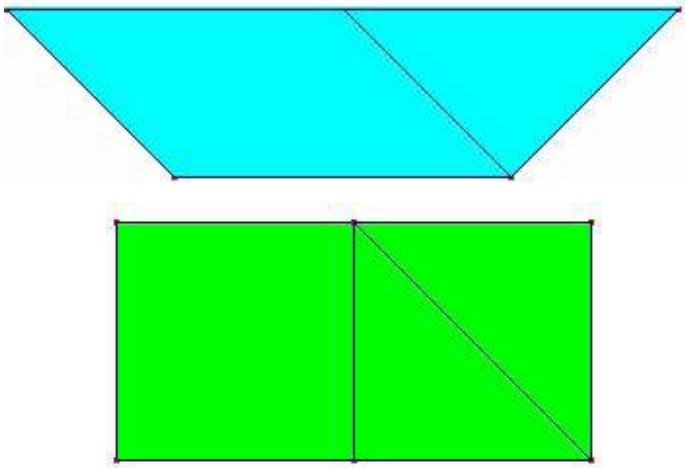
LABORATORIO N°3

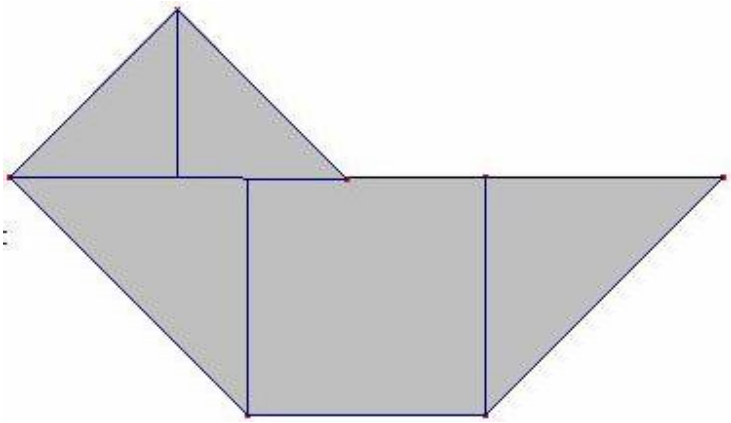
- **OBJETIVOS**: Determinar figuras que conservan el área
- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas
- **MATERIALES**: 1 Tangram por estudiante (elaborado en fomi, cartulina o cartón), lápiz.
- **INICIACIÓN**: Cada estudiante elige una figura (modelo) de las presentadas a continuación, la elabora con el tangram y luego responde a cada pregunta.

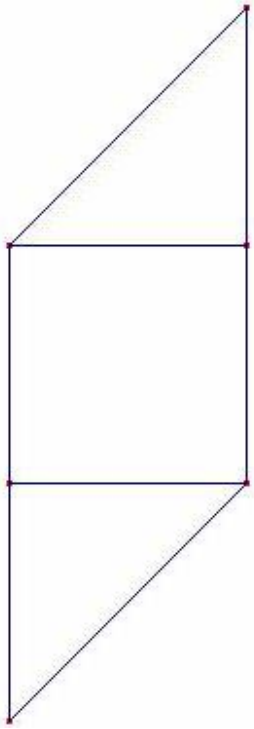
1. Dada la figura



Selecciona sólo aquella que cubran la misma superficie







2. Determine las figuras que conservan su área

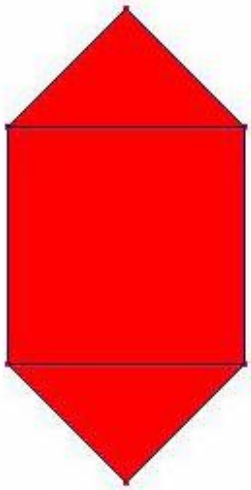


Figura 1

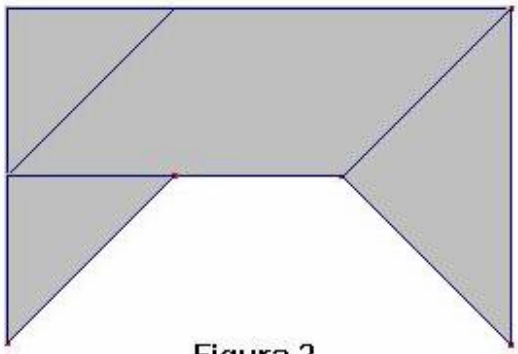


Figura 2

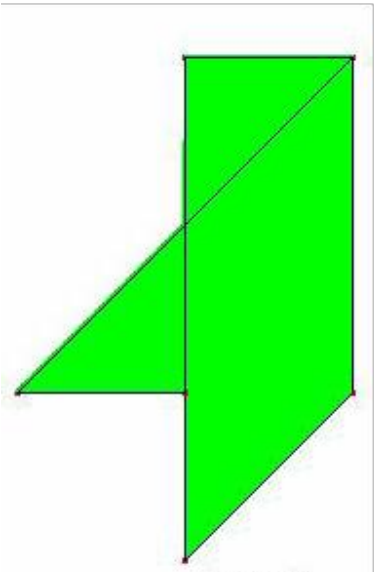


Figura 3

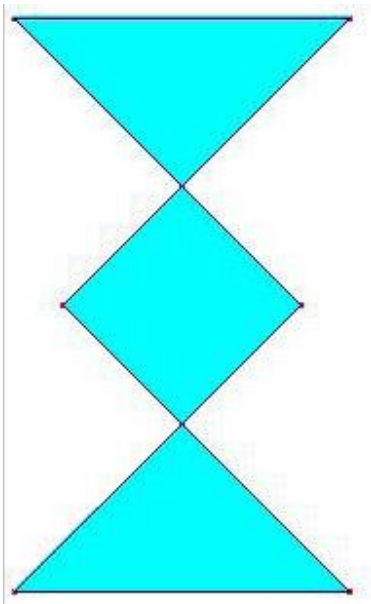


Figura 4

3.¿Por qué las figuras señaladas conservan su área?
Justifica tu respuesta.

4. Si corta cada figura por la mitad y la ubica al lado de estas que sucedería con la superficie que cubren?
¿Se conserva el área? ¿Por que?

5. ¿la superficie que cubren 6 triángulos pequeños es la misa que cubren 3 triángulos grandes; y la que cubre un cuadrado grande es la misma que la de dos triángulos grandes?

6. Realiza con el Tangram una figura que tenga cierto número de piezas y que cubra la misma superficie que una segunda figura que este compuesta por mas piezas que la primera.

7. ¿Qué es necesario para que la figura conserve su área?

ANEXO G

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

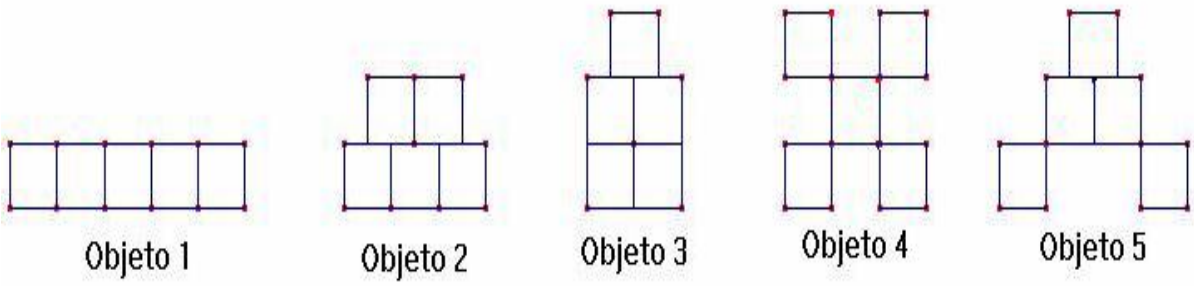
TALLER DE AUTO- APRENDIZAJE N°1

- **OBJETIVO**: Establecer el nivel de compresión alcanzado de la propiedad de conservación de áreas.
- **ORGANIZACIÓN**: Individual
- **MATERIALES**: lápiz.

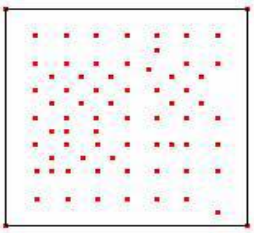
Te agradecemos contestes individualmente después de haber leído en forma detenida cada situación.

1. La maestra de Pedro lleva a clase 5 juguetes (ver las figuras), las cuales ubica sobre la mesa diciendo "Quien determine cuál de estos objetos cubre mayor superficie y detalle la razón, tomará como suyo el juguete que más le guste".

¿Cuál consideras debe ser la respuesta de Pedro para ganar el premio?



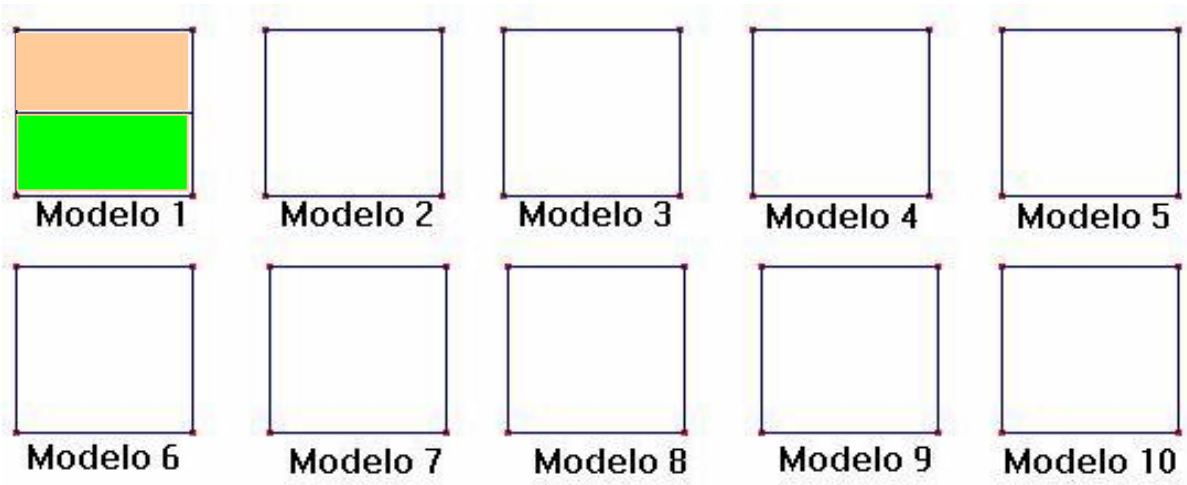
2. Juan el jardinero re-arregla el jardín de una mansión; el dueño pide cambiar la forma pero mantener el espacio de siembra.



Jardín

Ayúdalo a que halle un diseño adecuado y original (puedes utilizar el tangram)

3. El padre de Patricia le propone pintar la pared de su cuarto con dos colores diferentes (curuba y verde), pero ella debe escoger el modelo para aplicar la pintura. Bríndale a Patricia 10 modelos diferentes de pintar la pared de tal forma que el área pintada con curuba tenga la misma superficie que el pintado con verde.



ANEXO H

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

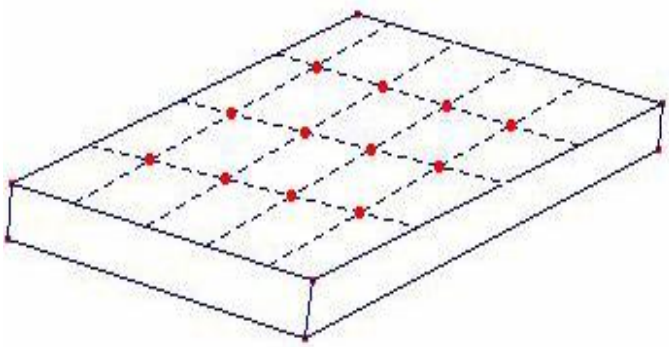
LABORATORIO Nº 4

- **OBJETIVOS**:
  - Identificar que la unión de las partes forman un todo.
  - Reconocer la propiedad de aditividad de área.

- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas.

- **MATERIALES**:
  - Una tabla de aproximadamente 1 cm de espesor, 34cm de largo y 34 cm de ancho.
  - Unas puntillas de ¾ a 1 pulgada con cabeza.
  - Ligas de colores o lana, regla, lápiz.

- **INTRODUCCIÓN**: El geoplano es un instrumento didáctico que consiste en una superficie, en la que se dispone de una malla de puntillas, en forma de cuadrados, triángulos o círculos, cada tipo de geoplano permite múltiples usos.
  El geoplano a utilizar será el cuadrangular, para elaborarlo debe realizarse sobre la tabla una cuadricula de _____ cm de lado, así como la muestra la figura 1. En el vértice de cada cuadro se clava una puntilla. La tabla debe tener un espesor adecuado, que permita asegurar debidamente las puntillas, para que resistan el uso.



Uso de la lana para hacer figuras en el geoplano.

En uno de los extremos de la lana (también puede ser liga o caucho) se hace un ojal y se pasa el otro extremo por entre éste así como muestra la figura.

Se sujeta la lana a una de las puntillas y con la lana empieza a trazarse la figura deseada, al finalizar cada segmento de recta, se hace una vuelta en la última puntilla para evitar que la lana se suelte.

Al utilizar el caucho, el trabajo es menos tedioso puesto que esta se ubica formando inmediatamente la figura (sea por una de ellas o por la unión de varias)

ACTIVIDADES DERIVADAS DEL LABORATORIO Nº 4

1. Que superficie cubre cada cuadrado del geoplano?

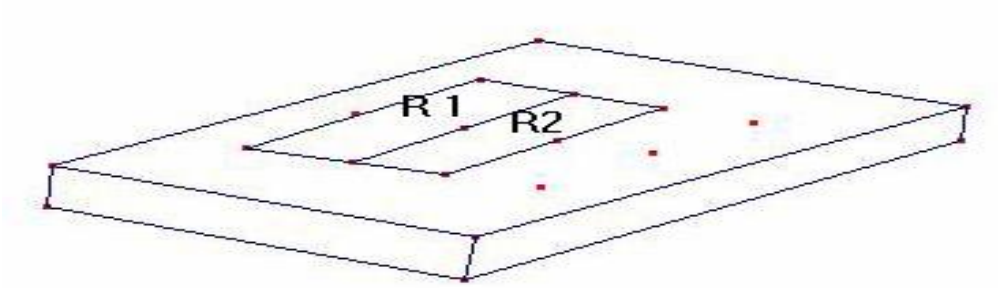
2. Construye un cuadrado que cubra 5 puntillas de lado
   ¿Cuántos cuadritos pequeños encierra?
   ¿Qué superficie cubre?

3. Construye ahora dos rectángulos de lados adyacentes, cada uno de los cuales debe cubrir 5 puntillas de alto y 3 de ancho.

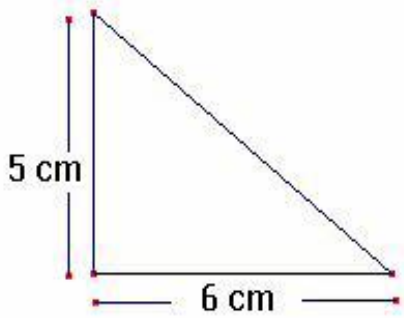
   ¿Qué superficie cubre el rectángulo (R_1)? Y cuantos cuadritos encierra?

   ¿Puede hallarse la superficie, cubierta por $R_1 + R_2$?

   ¿De que forma?

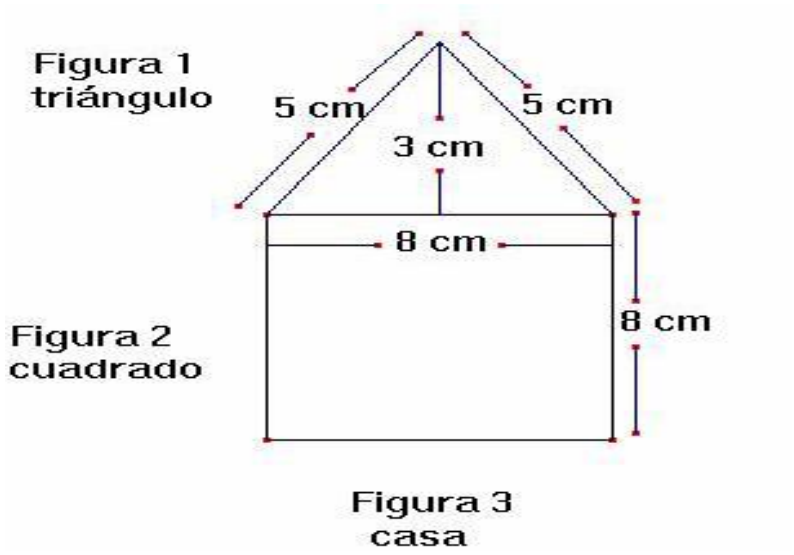


4. Realiza luego un triángulo rectángulo cuya base sea de 6 cm y altura 5 cm.



¿Puede hallarse la superficie cubierta por éste?
¿Cuál sería? Y ¿cómo lo harías?

5. Construye ahora un triángulo Isósceles como lo muestra la figura 1, luego forma un cuadrado cuyos lados tengan la misma magnitud que la base del triángulo y a demás esté unido a él. (llama a este figura 2)



a) ¿Qué superficie cubre la figura 1?
¿Cuántos cuadros encierra?

b) ¿Qué superficie cubre la figura 2?
¿Cuántos cuadros encierra?

c) ¿Puede hallarse la superficie cubierta por la figura 3, solo con los datos obtenidos en las respuestas anteriores?
¿De que forma? ¿Cuál seria?

ANEXO I

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____
LABORATORIO N° 5

- **OBJETIVOS:**
  - Aplicar la formula de Pick en la actividad de área.
  - Analizar la propiedad de aditividad de áreas.
- **ORGANIZACIÓN:** Grupos de 5 personas.
- **MATERIALES:** Geoplano, ligas o lanzas, lápiz.
- **INICIACIÓN:** Un matemático checo G Pick publicó en 1899, una fórmula simple y bonita para el área de un polígono cuyos vértices son puntos de una red; esta fórmula permite obtener el área de cualquier polígono construido sobre un geoplano sobre una malla en función del número de clavos (vértices de la malla) de la frontera y del interior del polígono.

1. Describe en el geoplano las regiones de la figura 1 y encuentra la superficie cubierta por cada una sin usar ninguna de las formulas del área. Describe el procedimiento que realizaste para llegar a la solución.

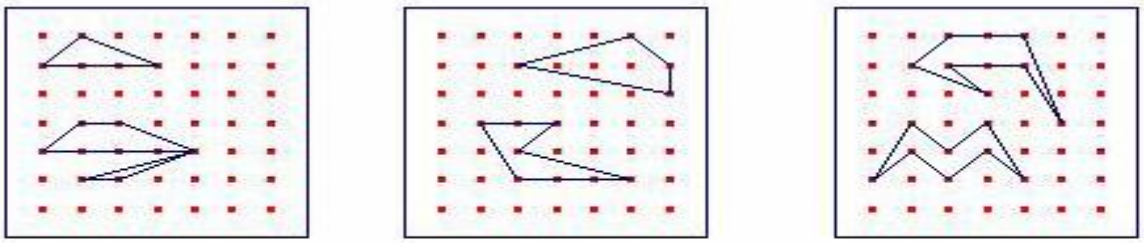
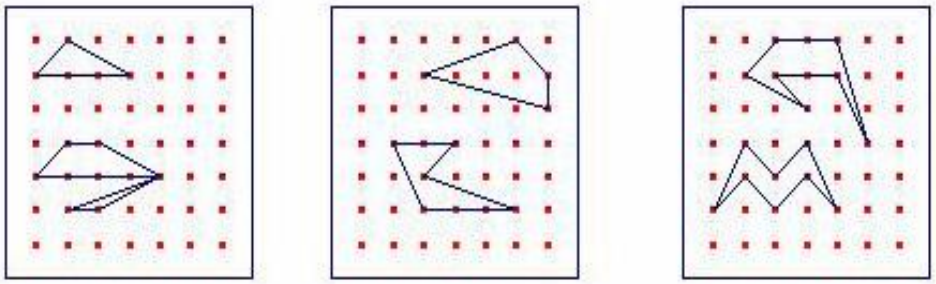


Figura 1

2. En el punto anterior se encontraran las áreas de algunas regiones en el geoplano, sin usar formulas para calcularlas.



Completa la tabla siguiente. Busquemos una formula para las áreas de estos polígonos en función del numero de clavos que delimitan a cada figura (d) y del numero de puntos interiores (j)

Figura	Número de Clavos (d)	Número de Puntos Interiores (j)	d/2 + j	Área del Polígono
A				
B	7	0	7/2+0	5/2
C				
D				

Compartamos con los demás grupos y miremos

¿Hay coincidencias entre los resultados de tu tabla y la de los otros grupos? Sí las hay di cuales.

¿Qué conclusiones obtienes?

ANEXO J

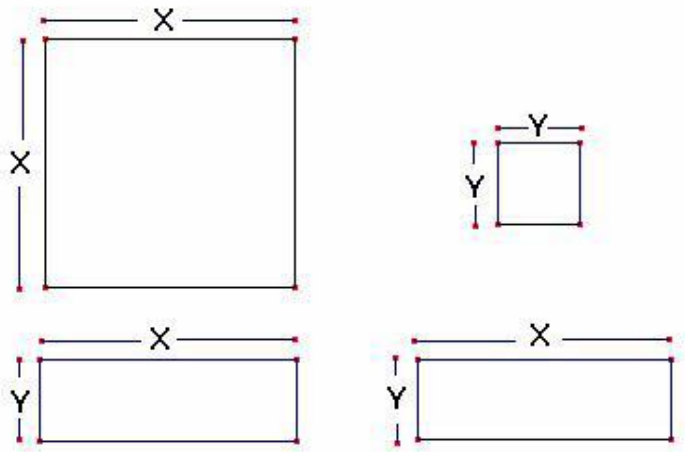
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

LABORATORIO N° 6

- **OBJETIVOS**:
  - Deducir sumas algebraicas a partir de la aditividad de áreas.
- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas.
- **MATERIALES**:
  - Geoplano, ligas o lanzas de diferentes color, (un geoplano por estudiante)
- **INICIACIÓN**: "álgebra geométrica", durante el periodo 300 a. de C. se encuentra una fase del álgebra desarrollada por los griegos, llamada ÁLGEBRA GEOMÉTRICA. La cual consiste en la solución de ecuaciones algebraicas utilizando métodos geométricos

1. Dibuja en le geoplano un cuadrado de dimensiones largo (X) y ancho (X)
2. Con liga o lana de otro color construye otro cuadrado de dimensiones largo (Y) y ancho (Y) en el segundo geoplano.
3. Finalmente realiza dos rectángulo de dimensiones largo (X) y ancho (Y), cada una en un geoplano diferente.



4. ¿Qué superficie cubre cada figura?

5. ¿Cuál es la suma de estas superficies?

6. Une en el geoplano restante las cuatro figuras de manera que formes un nuevo rectángulo.

7. Expresa las dimensiones de este nuevo rectángulo.

8. ¿Cuál será el área de este nuevo rectángulo?
   ¿Qué concluyes a cerca de la superficie cubierta por este rectángulo y la suma de las superficies cubiertas por las otras cuatro figuras?

ANEXO K

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

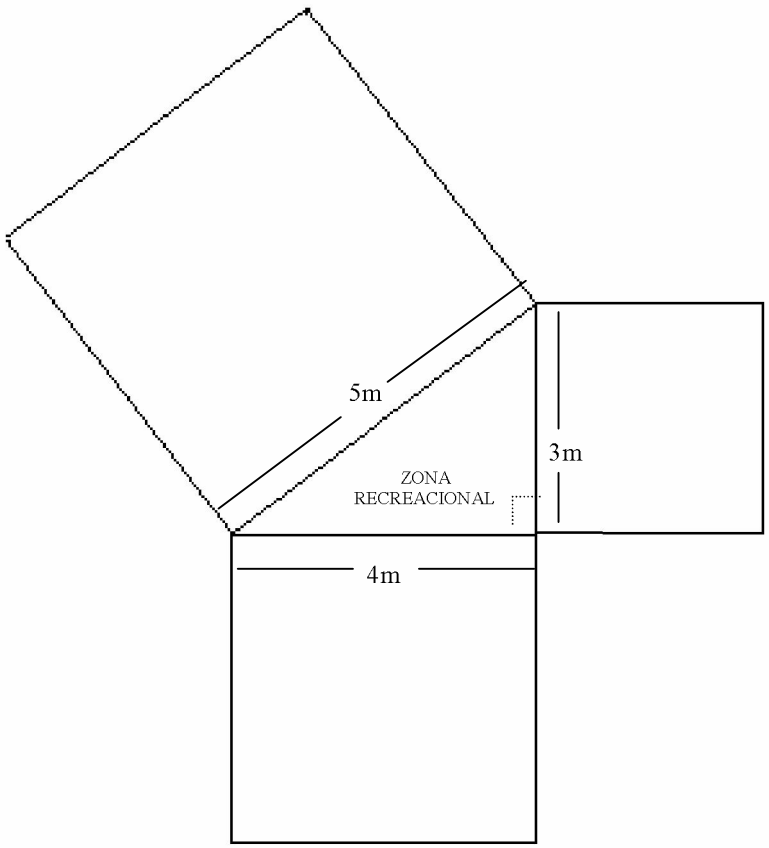
TALLER DE AUTO-APRENDIZAJE N° 2:

- **OBJETIVO:** Establecer el nivel de comprensión alcanzado de la propiedad de aditividad de áreas.
- **ORGANIZACIÓN:** Individual.
- **MATERIALES:** Lápiz

Te agradecemos contestes individualmente después de haber leído en forma detenida las situaciones:

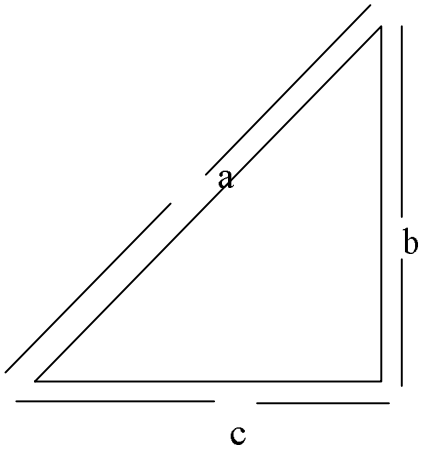
En el Colegio Antonio Lenis se ha proyectado la construcción de zonas recreacionales en su planta baja; con el fin de mejorar el ambiente estudiantil en la Institución.

Para darle mayor elegancia a la zona recreacional, se propuso cubrir con tablones de mármol (20cm×20cm), la superficie determinada por los cuadrados formados sobre los lados de la construcción.

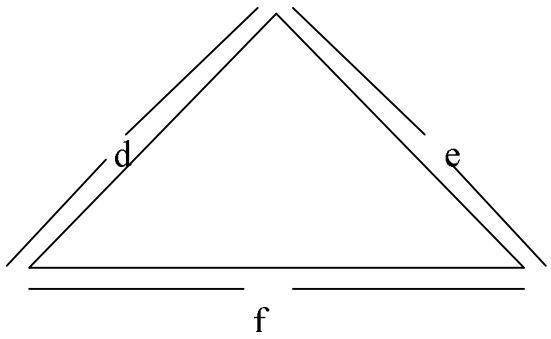


El profesor Santander ha pedido a sus estudiantes (incluido tu) investigar:

- ¿Cuál es la medida de la superficie cubierta sobre cada uno de los cuadrados?
- ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir cada cuadrado?
- ¿En dónde se utilizan más baldosas? A que se debe?
- ¿Existe alguna relación entre la superficie cubierta por éste cuadro y las otras dos? ¿cuál?
- Supón ahora que los lados de la construcción miden *a*, *b* y *c*, como lo indica la figura. ¿Cuál será el área de cada cuadrado formado sobre los lados?



- ¿Cómo estaría descrita la relación del área mayor con respecto a las otras dos?
- ¿Es posible determinar la relación en un diseño como el mostrado a continuación?



¿Cómo?

ANEXO L

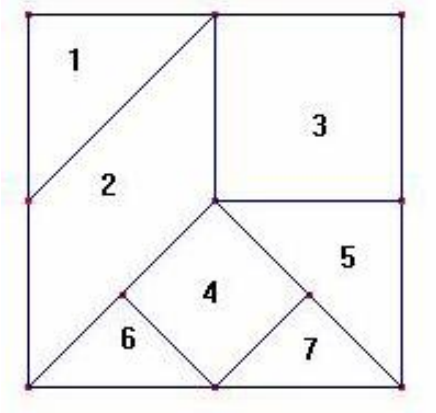
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA**: _____

LABORATORIO N° 7:

- **OBJETIVOS**: - Identificar que 2 cosas iguales a una tercera son iguales entre sí.
  - Reconocer la propiedad de transitividad.
- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas.
- **MATERIALES**: Tangram, Lápiz
- **INICIACIÓN**: El tangram contiene diferentes piezas, las cuales se relacionan entre sí, formando al agruparlas diversas figuras. Miremos relaciones entre ellas.

1. Utilizar el tangram

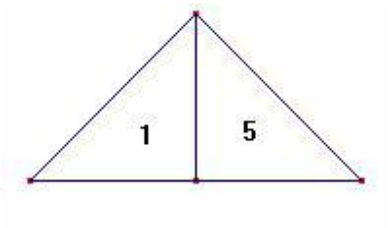


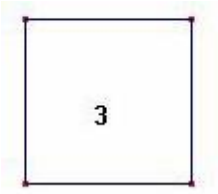
Para completar la siguiente tabla de acuerdo a la relación existente entre las piezas

Relación	1	2	3	4	5	6	7
1	Iguales						
2							
3							
4							
5							
6							
7							

- Observa lo indicado y determina

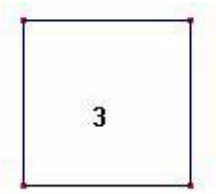
a) Cómo son las siguientes figuras

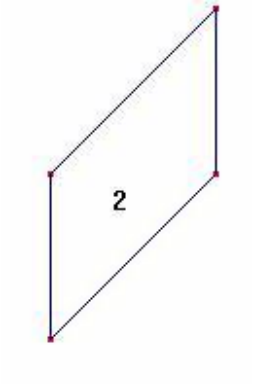




R/. _____

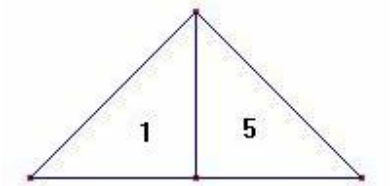
Y qué relación hay entre

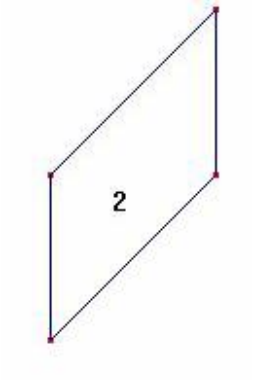




R/. _____

De acuerdo a estas relaciones, como son

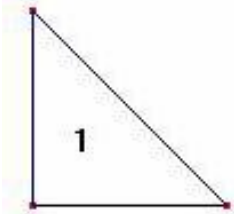


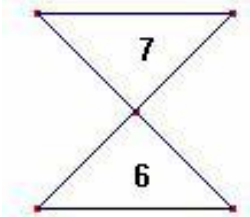


R/. _____

b) ¿Qué relación, según la tabla, tienen las figuras del punto anterior?

c) ¿Cómo son las figuras?

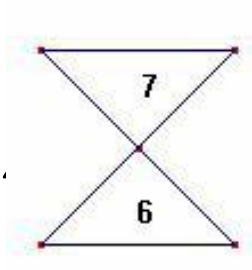


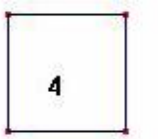


R/. _____

Qué relación tienen estas figuras en la tabla.

* Qué observas entre :

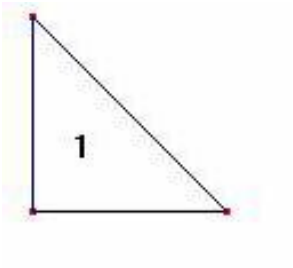




R/. _____

Qué relación entre estas figuras hay en la tabla :

* Qué concluyes de 1 y 4



R/. _____

Cómo son en la tabla

d) Qué relaciones similares encuentras entre las otras piezas del Tangram.

e) Realiza un esquema donde se presenten situaciones parecidas a las anteriormente trabajadas.

ANEXO M

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

LABORATORIO N° 8:

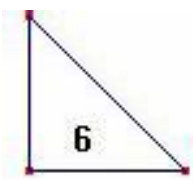
- **OBJETIVO**: - Establecer relaciones entre las áreas de las figuras formadas, utilizando los términos relacionados mayor que, menor que.

- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas.
- **MATERIALES**: Tabla desarrollada en clase anterior, Tangram y Lápiz

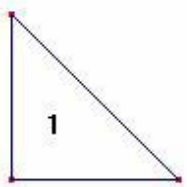
INICIACIÓN: Utilizando la tabla construida en el laboratorio 7, se pueden establecer, entre las áreas de las figuras, relaciones de mayor y menor que.

1. Según la tabla :

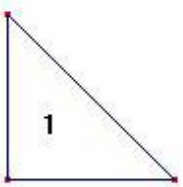
Cómo son las superficies de las figuras.



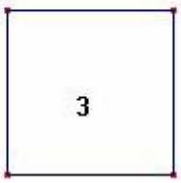
Y



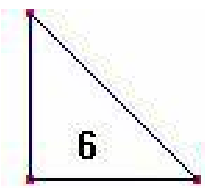
y de



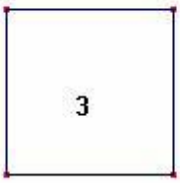
y



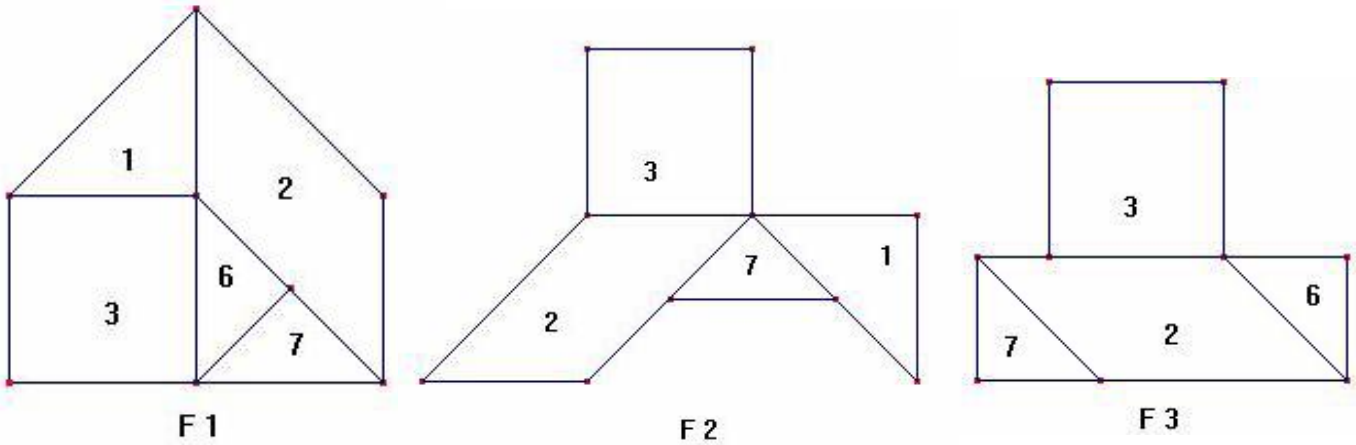
Qué deduces luego de



y



2. Utilizando los términos relacionales >, < ó =



Determina la relación entre las superficies de las figuras descritas.

a) F_1 y F_2 b) F_2 y F_3 c) F_1 y F_3 d) F_1, F_2 y F_3

3) Forma figuras con las piezas del Tangram y establece (de acuerdo a la tabla) qué relación existe entre ellas.

ANEXO N

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

LABORATORIO N° 9:

- **OBJETIVO**: - Clasificar figuras geométricas planas no – irregulares utilizando el geoplano.

- **ORGANIZACIÓN**: Grupos de 5 personas.
- **MATERIALES**: Geoplano. tizas, lápiz

INICIACIÓN: El geoplano es un instrumento didáctico muy útil. Es utilizado para elaborar figuras geométricas y extraer ciertas relaciones entre ellas, que con el tangram nos resultaría tedioso.

Miremos algunas relaciones entre figuras:

1. Describe en el geoplano las regiones de la figura 1 y comprueba que el área cubierta por cada una de ellas es la misma.

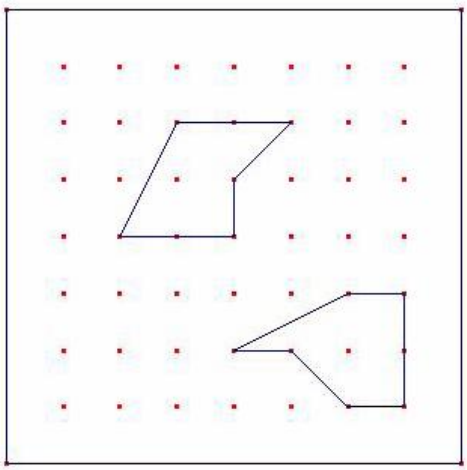


Figura 1

* Construye ahora en el geoplano otras regiones de área igual a las de la figura 1.

2) Describe en el geoplano las regiones de la Figura 2 y clasifícalas de acuerdo a la cantidad de superficie contenida en ellas.

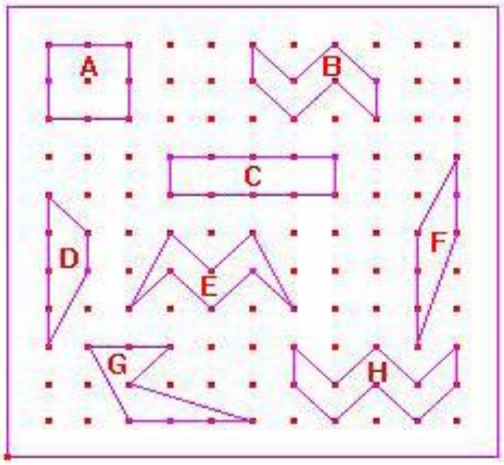


Figura 2

* Describe el procedimiento que realizaste para llegar a la solución.

ANEXO Ñ

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

NOMBRES : _____
COLEGIO : _____
CURSO : _____ **FECHA:** _____

TALLER DE AUTO – APRENDIZAJE No. 3

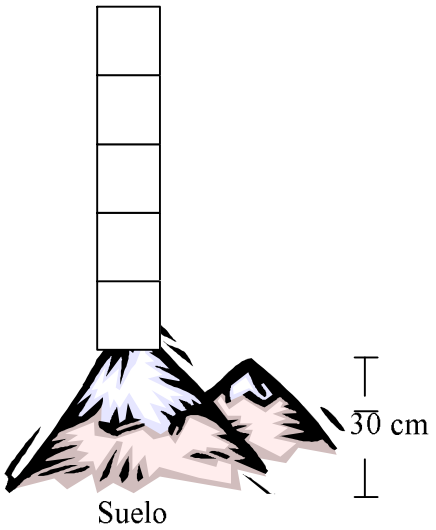
- **OBJETIVO:** - Establecer el nivel de comprensión alcanzado de la propiedad de transitividad de áreas.

- **ORGANIZACIÓN:** Individual.
- **MATERIALES:** Lápiz

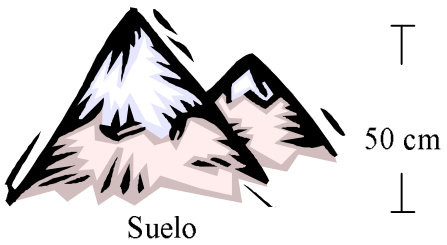
Te agradecemos contestes individualmente después de haber leído en forma detenida cada situación.

1. La maestra le muestra a Felipe una torre construida con bloques de medida (40 x 20 cm.) y le pide qu construya a cierta distancia otra torre de la misma altura, sobre una base que se encuentra a diferente nivel.

Felipe tiene a su disposición cierto número de ladrillos (20 x 20 cm) y una vara que es al menos tan larga como alta la torre.



Nivel 1 (torre original)



a) Ayúdale a construir a Felipe una torre, de tal forma que una hormiga tenga que caminar una altura igual.

b) Si las torres no pueden ser colocadas una junto a la otra para ser comparadas, ¿cómo lo haría Felipe?

c) ¿Con cuántos ladrillos la completaría? Justifica tu respuesta.

d) Si se le pidiera a Felipe construir la torre del nivel 2, pero ahora con bloques, ¿Cuántos necesitaría?, ¿Cómo lo haría?

e) ¿Tendría la hormiga que recorrer la misma altura en esta nueva torre? Justifica tu respuesta.

f) Si Felipe desconociera las dimensiones de los bloques, ladrillos, y los diferentes niveles, ¿Cómo crees que haría para hallar la solución?

ANEXO O

DIARIO DE CAMPO			
NOMBRE DEL GRUPO:			FECHA:
ACTIVIDAD No.	OBJETIVO:		
DIFICULTADES EN EL DESARROLLO DE ACTIVIDADES	➢		
	➢		
	➢		
	➢		
PARTICIPACIÓN DEL GRUPO:			
RELACIÓN	ALUMNO – ALUMNO :		
	ALUMNO – PROFESOR :		
	ALUMNO – SABER :		
AGRADOS :		DESAGRADOS :	
TIEMPO EMPLEADO:			
CONCLUSIONES A LAS QUE LLEGAN			
OBSERVACIONES:			

FOTOGRAFÍAS

Laboratorio No. 1 (Construcción del Tangram.)

Laboratorio No. 2

Aplicación de la formula de Pick en la aditividad de áreas.